

Aplicación del método de descriptores de Fourier a la clasificación morfológica de partículas en materiales geológicos

JESÚS MANZANAS LÓPEZ (*) y CRISTINA DE SANTIAGO BUEY (**)

RESUMEN El presente estudio constituye una aplicación del método denominado Descriptores de Fourier en el análisis digital de imágenes de materiales geológicos para la descripción cuantitativa de la morfología de sus unidades constituyentes, ya sean partículas individuales, agregados de partículas o poros. En primer lugar se describen los fundamentos matemáticos en los que se basa el método. Posteriormente se correlaciona con los métodos y parámetros tradicionales de descripción morfológica de partículas, para lo cual se aplica el método de descriptores de Fourier a la clasificación morfológica de Krumbein para materiales clásticos. El análisis demuestra que existe una buena correlación entre la esfericidad definida por Krumbein, la relación de ejes de las partículas y el valor del módulo del descriptor n°-1 de Fourier. Esta buena correlación, añadida al rigor matemático del método que elimina la subjetividad de la valoración morfológica, corrobora la validez del método de los descriptores de Fourier para cuantificar la esfericidad de las partículas en materiales geológicos.

APPLICATION OF THE FOURIER DESCRIPTORS METHOD TO THE MORPHOLOGICAL CLASSIFICATION OF PARTICLES IN GEOLOGICAL MATERIALS

ABSTRACT *This study focuses on the use of Fourier descriptors to quantitatively describe the morphology of particles, aggregates or pores in geological materials. Firstly, the mathematical fundamentals of the method are explained. Then, the Fourier descriptors method is applied to the 'Krumbein Scale', a system of measuring "roundness" and "sphericity" of particles. The analysis of the comparison shows that there is good correlation between the "Sphericity" parameter at the Krumbein classification and the value of the modulus of the Fourier descriptor No-1. This good correlation, along with the mathematical precision which allows to prevent subjective valorations in the morphological description, corroborates the validity of this method to quantify the sphericity / elongation of particles in geological materials.*

Palabras clave: Morfología partículas, Descriptores de Fourier, Clasificación de Krumbein, Esfericidad, Elongación.

Keywords: Particle morphology, Fourier descriptors, Krumbein scale, Sphericity, Elongation.

1. INTRODUCCIÓN

Es un hecho ampliamente estudiado y aceptado la fuerte influencia que la morfología de las partículas, así como su distribución geométrica tridimensional, pueden ejercer en el comportamiento geotécnico de los materiales geológicos. Por ello, desde el nacimiento de la microscopía y del análisis digital de imágenes, se han propuesto y desarrollado numerosas técnicas con el fin de describir, con la mayor precisión y rigor posibles, la morfología de los objetos estudiados. En el caso de los materiales geológicos estos objetos generalmente son partículas, agregados minerales, poros, fracturas, signos de disolución o alteración, etc. En los últimos años se han venido desarrollando con mayor intensidad métodos de descripción morfológica basados en series de Fourier. Dentro de este conjunto de métodos, el utilizado en este trabajo es el denominado método de los descriptores de Fourier.

2. ANÁLISIS DIGITAL DE IMÁGENES TRADICIONAL

Como se ha mencionado anteriormente, el estudio de la fábrica de un suelo o roca se realiza mediante su observación al microscopio óptico o electrónico seguido de un análisis digital de imágenes.

El análisis de imagen se ha definido como la cuantificación de algunos parámetros que forman parte de una imagen dando una respuesta en términos de no imagen, generalmente numéricos. Dicho en otras palabras, es el análisis cuantitativo de datos numéricos y geométricos a partir de un objeto microscópico o macroscópico.

Estudiar la homogeneidad de un suelo o roca implica definir tres parámetros: la morfología de las partículas y poros, su orientación y el porcentaje de poros y huecos. En materiales definidos por partículas minerales como suelos, sedimentos o rocas sedimentarias, su fábrica viene definida en términos de morfología de granos o partículas y su orientación (Lafeber, 1966; Oda, 1972; Mahmood and Mitchell, 1974).

(*) Centro de Estudios Hidrográficos
(**) Laboratorio de Geotecnia.

La forma de las partículas es una característica fundamental que determina el comportamiento geotécnico de suelos y rocas. La mayoría de los minerales, a excepción de los arcillosos, presentan una forma que tiende a ser equidimensional, aunque pueden mostrar una cierta anisotropía hacia morfologías tabulares o elongadas. De entre todos los posibles parámetros, el «aspecto» ha sido considerado siempre el que mejor describe la anisotropía de los granos.

Se define «Aspecto» como la relación entre el eje máximo y el eje mínimo de la elipse de área equivalente a la partícula.

3. EL MÉTODO DE LOS DESCRIPTORES DE FOURIER

3.1. INTRODUCCIÓN

El estudio morfológico de partículas ha sido objeto de análisis desde hace mucho tiempo. Tradicionalmente se ha realizado mediante la comparación de partículas individuales con planillas modelo de formas normalizadas, pero estos métodos son lentos y suelen introducir elementos subjetivos en los resultados. La aplicación del análisis digital de imágenes ha permitido introducir técnicas matemáticas en la descripción de morfologías que eliminan esta indeseada subjetividad.

Una de las técnicas matemáticas que permiten definir formas numéricamente es la aplicación de la transformada de Fourier. Ehrlich y Weinberg (1970) la utilizaron para obtener

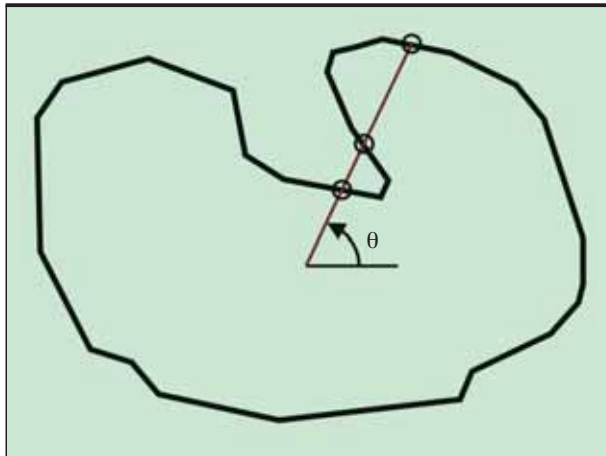


FIGURA 1. Inconveniencia de la aplicación del método $R(\theta)$ en figuras con entalladuras: tres puntos diferentes del contorno tienen el mismo valor de ángulo θ .

un índice objetivo que identificara la forma de partículas a todas las escalas, desde su macroforma hasta la microtextura. Otros autores continuaron utilizando esta herramienta matemática para caracterizar numéricamente el contorno de formas individuales (Clark, 1981; Bowman et al. 2001, de Santiago et al., 2008). Su principal ventaja reside en su invariancia frente a la traslación, rotación y tamaño de la forma analizada.

3.2. DISCRETIZACIÓN DE CONTORNOS EN LOS ANÁLISIS DE FOURIER

El primer paso a realizar para la aplicación de la transformada de Fourier al análisis de formas es la obtención de las coordenadas de su contorno. El método de Fourier exige además que dicho contorno se discretice en coordenadas equiespaciadas respecto de una variable. Inicialmente se empleó el método de Fourier en la forma analítica " $R(\theta)$ " (Ehrlich y Weinberg, 1970), en la que la discretización del contorno se realiza definiendo la distancia R entre sus puntos y el centroide, para diferentes ángulos θ equiespaciados que cubren los 360° del plano. De esta forma, la ecuación que define el contorno resulta:

$$R(\theta) = a_0 + \sum_{n=1}^N (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \quad (1)$$

donde $R(\theta)$ es el radio para el ángulo θ , N es el número total de armónicos, n es el número de armónico considerado y a, b son coeficientes que definen el módulo y la fase de cada armónico. Sin embargo este método resulta inaplicable cuando las formas tienen entalladuras en las que existen distintos puntos del perímetro con el mismo ángulo θ (Figura 1).

Una forma de salvar este problema es aplicar el método de los descriptores de Fourier. Este método fue presentado por Clark (1981) en su revisión de análisis cuantitativo de formas, y utilizado posteriormente por Thomas et al. (1995) y Bowman et al. (2001) en el campo de la investigación geológica, aplicándolo a la clasificación de partículas y de poblaciones de suelos respectivamente. En este método, el contorno de la figura se discretiza en puntos equiespaciados a lo largo de todo su perímetro (figura 2), eliminando la posibilidad de duplicidad de valores en formas complicadas, como ocurría con el método $R(\theta)$.

3.3. DEFINICIÓN DEL MÉTODO DE DESCRIPTORES DE FOURIER

Los descriptores de Fourier son una herramienta matemática muy útil para describir la forma de cualquier objeto que pueda ser definido por una línea de contorno cerrada (partícu-

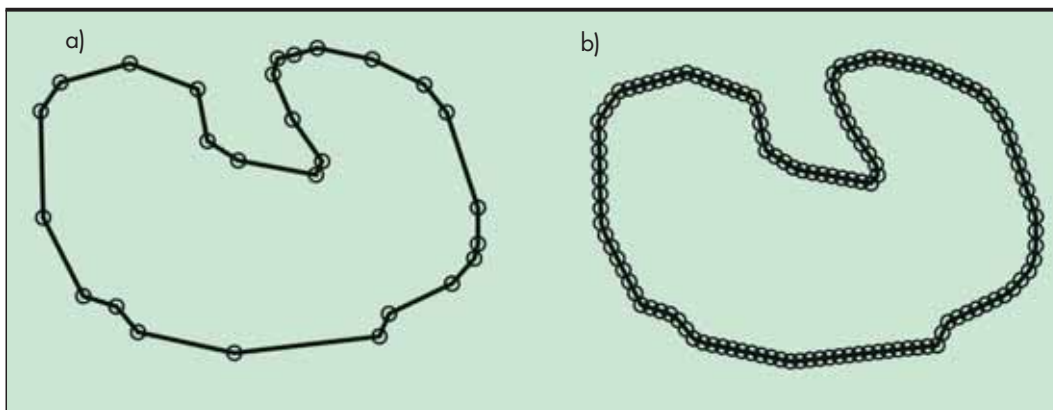


FIGURA 2. a) Discretización del perímetro de una forma mediante puntos representativos; b) mediante puntos equiespaciados.

las, poros, grietas, manchas, etc.). Un ejemplo de las posibilidades de la técnica puede mostrarse a partir del contorno mostrado en la figura 2. El primer paso es obtener los pares de coordenadas (x,y) que puedan definir numéricamente el contorno con una precisión suficiente (figura 2a). A continuación se discretiza el contorno mediante puntos equiespaciados a lo largo de su perímetro (figura 2b). El número de puntos debe ser potencia de 2, y limita el número máximo de descriptores que se obtendrán. De esta forma, la línea que define el borde del objeto se considera perteneciente al plano complejo y es recorrida a velocidad constante. El tamaño de paso debe ser seleccionado de tal forma que la circunnavegación completa del perímetro suponga un número de pasos 2^k . En este estudio el número de pasos seleccionado ha sido $2^7 = 128$ puntos equiespaciados para definir cada contorno. Puede obtenerse así una función compleja que define al contorno mediante la aplicación de la transformada de Fourier en el plano complejo a esta serie de coordenadas:

$$x_m + iy_m = \sum_{n=-N/2+1}^{+N/2} Z_n \exp\left(\frac{-i2\pi nm}{M}\right) \quad (2)$$

donde:

x, y son las coordenadas de los puntos o nodos que definen el contorno de la figura,

N es el número total de descriptores utilizados,

n es el número de descriptor,

Z_n es el descriptor de Fourier (número complejo),

M es el número total de puntos que definen el contorno de la figura,

m es el número de punto del contorno considerado,

i denota que se trata de un número imaginario.

Esta transformación puede realizarse fácilmente con una gran variedad de programas informáticos comerciales en los que ya viene implementada, o puede elaborarse un programa propio a medida. En este trabajo se ha utilizado una hoja de cálculo en un programa comercial, que incluye el cálculo de la transformada rápida de Fourier (FFT) entre sus herramientas.

El número de puntos M elegido para definir el contorno determina el número máximo de descriptores N que se pueden obtener y, por tanto, el nivel de detalle alcanzable. En general $N \leq M$, aunque debe recordarse que la regla de Nyquist (Nyquist, 1928) indica que, si lo que se pretende no es volver a reproducir la forma sino analizar sus propiedades, solo deben considerarse los descriptores $n \leq M/2$. Es decir, si el contorno se define con $M = 128$ puntos, se podrán obtener un máximo de $N = 128$ descriptores ($-63 \leq n \leq +64$), pero en su análisis solo deberían tenerse en cuenta los 64 iniciales ($-31 \leq n \leq +32$).

La influencia del número de descriptores considerado sobre la información de un contorno puede mostrarse gráficamente reconstruyendo la forma de la figura 2, empleando sucesivamente un número creciente de descriptores. La reconstrucción se hace aplicando la ecuación (2) a los descriptores seleccionados en cada caso de la serie completa de 128 valores. Se obtienen así diferentes conjuntos de 128 coordenadas, que definen contornos que se van aproximando gradualmente al original (figura 3). Lógicamente, cuando se utilice la serie completa de 128 descriptores en la reconstrucción se obtiene la figura original.

3.4. VENTAJAS DEL MÉTODO DE LOS DESCRIPTORES DE FOURIER

La aplicación del método de los descriptores de Fourier al análisis morfológico de formas presenta dos ventajas importantes sobre el método analítico "R(θ)": evita los problemas de

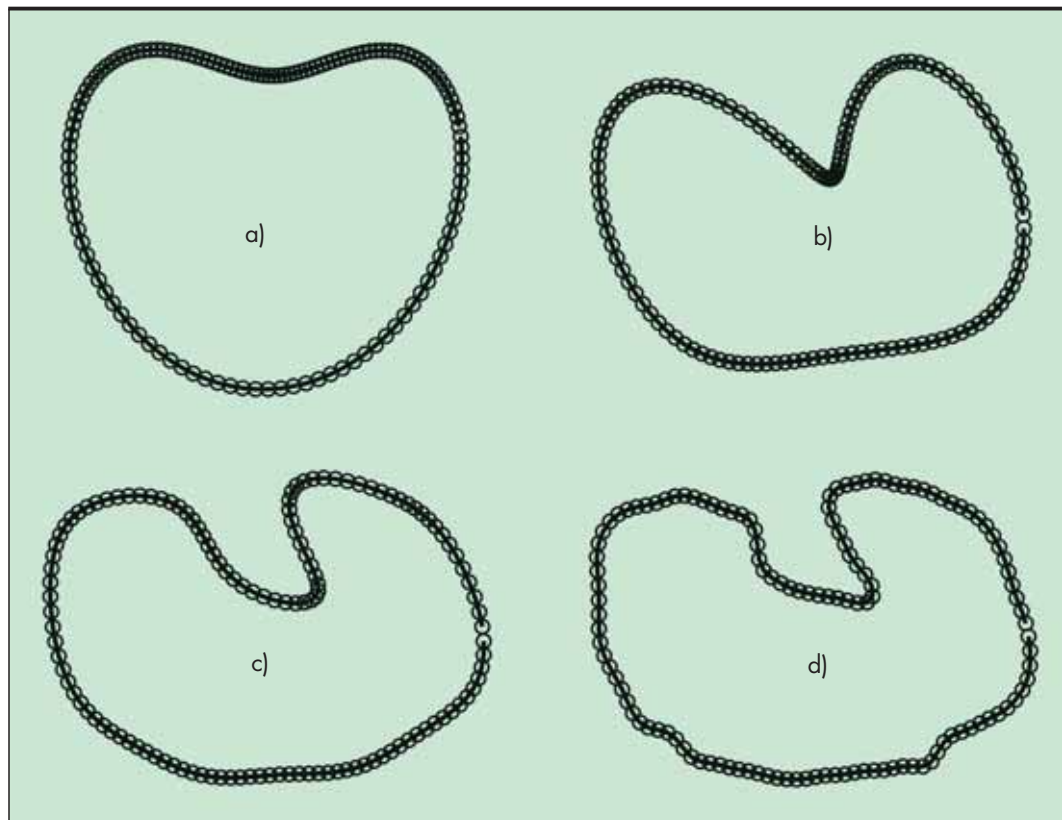


FIGURA 3.
Reconstrucción de la figura 2 con un número creciente de descriptores n:
a) $-1 \leq n \leq +2$,
b) $-3 \leq n \leq +4$,
c) $-7 \leq n \leq +8$,
d) $-31 \leq n \leq +32$.

Nº de descriptor, n	Significado morfológico
0	Posición (no considerado)
+1	Tamaño (utilizado para normalizar)
-1	Elongación
+2	Asimetría
-2	Triangularidad
+3	Elongación secundaria
-3	Cuadratura
+4	Triangularidad secundaria
-4	Simetría pentagonal
+5	Cuadratura secundaria
-5	Simetría hexagonal

TABLA 1. Significado morfológico de los descriptores de Fourier de bajo orden.

duplicidad de valores en formas con entalladuras (fig. 1) y no necesita la determinación precisa del centroide que sirve como origen de referencia. Pero la gran ventaja de este método consiste en que el análisis de formas puede hacerse fácilmente invariante a la traslación, a la rotación y al tamaño o escala del objeto, es decir: describe su morfología independientemente de su situación, orientación y tamaño.

Como se detalla posteriormente, cada descriptor tiene un significado concreto sobre la forma analizada, pero puede adelantarse ya la manera en que se logra cada invariancia:

- La invariancia con respecto a la traslación se obtiene simplemente eliminando el primer elemento de la serie de armónicos (Z_0), que es el que define la posición del centroide del contorno del objeto.
- Para conseguir la independencia del ángulo de rotación basta con considerar únicamente el valor absoluto o módulo de cada descriptor, ya que la información relativa a la rotación se encuentra en la fase del descriptor. Recuérdese que los descriptores son números complejos y, como tales, pueden ser denominados en términos de un módulo y una fase.

- Finalmente, la invariancia con respecto a la escala se consigue normalizando los descriptores, dividiendo cada uno entre el módulo de Z_{+1} que es el que define el tamaño del objeto.

3.5. SIGNIFICADO MORFOLÓGICO DE LOS DESCRIPTORES DE FOURIER

Cada armónico proporciona una contribución específica a la descripción morfológica total del objeto (Bowman et al., 2001). Los armónicos de bajo orden o primeros armónicos resumen su forma general (tabla 1), mientras que los armónicos de alto orden describen sus características superficiales o texturales más finas. Sonka et al. (1993) propusieron que los primeros 10 a 15 descriptores eran suficientes para definir formas de gran complejidad, mientras que Bowman et al. (2001) encontraron que tan solo con tres descriptores bastaba para definir partículas de arena.

Puede comprobarse que el punto del contorno elegido como origen de la serie de valores no influye en el resultado de los descriptores obtenidos mediante aplicación de la transformada de Fourier, pero sí su sentido de avance. Si la serie de coordenadas del contorno es recorrida en sentido horario proporcionará unos resultados simétricos a los obtenidos si se recorriera en sentido antihorario, es decir, el descriptor Z_{+n} en un caso pasa a ser el Z_{-n} en el otro. En este trabajo se adopta el criterio de selección de sentido de avance tal que proporcione mayor módulo en el descriptor Z_{+1} que en el Z_{-1} . Este criterio no solo sirve para fijar la metodología de análisis, sino que además permite adimensionalizar fácilmente los resultados. Dado que el descriptor Z_{+1} es el que define el tamaño del objeto, es conveniente que su módulo sea el mayor de todos, puesto que la adimensionalización de la escala de la forma se consigue dividiendo por este módulo.

Para demostrar la variación de los valores de los primeros descriptores de Fourier en función de la morfología, se exponen en las tablas 2 y 3 los módulos adimensionalizados de los primeros descriptores de algunas figuras geométricas. En la tabla 2 se muestran los valores de diversas figuras regulares (es decir, cuyos vértices son equidistantes de su centro), que ayudan a valorar la relación entre el módulo de cada descriptor y su significado morfológico; y en la tabla 3 los valores de elipses, triángulos y rectángulos con diferentes relaciones de ejes.

Significado	Nº de descriptor	Círculo	Triángulo equilátero	Cuadrado	Pentágono regular	Hexágono regular
Tamaño	+1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
Elongación	-1	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001
Asimetría	+2	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
Triangularidad	-2	0,0000	0,2500	0,0000	0,0001	0,0000
Elongación secundaria	+3	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001
Cuadratura	-3	0,0000	0,0001	0,1113	0,0000	0,0001
Triangularidad secundaria	+4	0,0000	0,0625	0,0000	0,0001	0,0000
Simetría pentagonal	-4	0,0000	0,0001	0,0000	0,0625	0,0000
Cuadratura secundaria	+5	0,0000	0,0001	0,0402	0,0000	0,0001
Simetría hexagonal	-5	0,0000	0,0400	0,0000	0,0000	0,0400

TABLA 2. Módulos normalizados de descriptores de Fourier de figuras geométricas regulares.

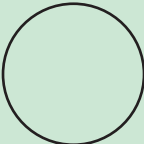
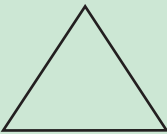







Figura	N° descriptor	Coef.	Figura	N° descriptor	Coef.	Figura	N° descriptor	Coef.
	+1	1,0000		+1	1,0000		+1	1,0000
	-1	0,0000		-1	0,0001		-1	0,0000
	+2	0,0000		+2	0,0001		+2	0,0000
	-2	0,0000		-2	0,2500		-2	0,0000
	+3	0,0000		+3	0,0001		+3	0,0000
-3	0,0000	-3	0,0001	-3	0,1113			
 $a = 2b$	+1	1,0000	 $h = 2b$	+1	1,0000	 $a = 2b$	+1	1,0000
	-1	0,2604		-1	0,4229		-1	0,2680
	+2	0,0000		+2	0,0533		+2	0,0000
	-2	0,0000		-2	0,1828		-2	0,0000
	+3	0,0752		+3	0,0857		+3	0,0814
-3	0,00137	-3	0,0219	-3	0,0814			
 $a = 4b$	+1	1,0000	 $h = 4b$	+1	1,0000	 $a = 4b$	+1	1,0000
	-1	0,5092		-1	0,6690		-1	0,5095
	+2	0,0000		+2	0,0530		+2	0,0000
	-2	0,0000		-2	0,1027		-2	0,0000
	+3	0,1088		+3	0,1188		+3	0,1233
-3	0,0429	-3	0,0253	-3	0,0195			

TABLA 3. Módulos normalizados de descriptores de Fourier de figuras geométricas con diferentes relaciones de ejes.

De los valores de la tabla 3 destaca comprobar que la relación entre el descriptor -1, que define la elongación, y la razón de ejes principales de las figuras geométricas no es proporcional e, incluso, que depende de la forma de la figura analizada. La relación entre estos parámetros se muestra en la figura 4 con elipses, rectángulos, rombos (formas geométricas con claros ejes principales) y triángulos isósceles. Estos

últimos se han clasificado en función de su relación altura/base, motivo por el que su valor inicial correspondiente a la figura regular (triángulo equilátero) no es 1,0 como en las otras figuras, sino 0,866; y es además un aspecto que debe ser considerado cuando se compare su curva con las de las otras figuras. De esta comparación entre las curvas se constata la gran similitud entre la de elipses y la de rectángulos.

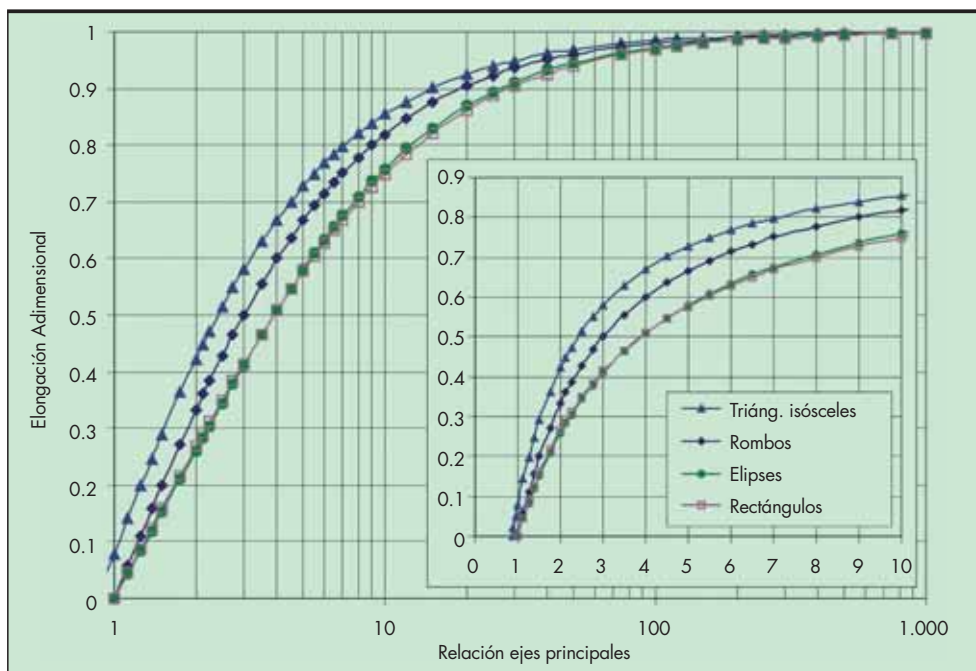


FIGURA 4. Relación entre la elongación adimensional mediante descriptores de Fourier y la razón entre ejes principales de elipses, rectángulos y rombos, y la razón altura/base de triángulos isósceles.

4. APLICACIÓN A LA CLASIFICACIÓN DE PARTÍCULAS

4.1. INTRODUCCIÓN

Tradicionalmente, la morfología de los clastos, granos y partículas de un material geológico sedimentario, como un suelo o un sedimento, se ha clasificado mediante comparación visual con las imágenes de una serie de tablas que tratan de describir pictóricamente las evoluciones morfológicas en función de parámetros morfométricos. Probablemente, la tabla más universalmente conocida es la de Krumbein (1941). Esta clasificación (Figura 5) se basa en dos criterios morfológicos:

- **Esfericidad** es una medida de cuan esférico (en 3D) o redondo (en 2D) es un objeto. Matemáticamente la esfericidad fue definida en 1935 por Wadell como la relación entre la superficie de la esfera de volumen equivalente y la superficie del objeto estudiado:

$$\psi = \frac{\pi^{1/3} (6V_p)^{2/3}}{A_p}$$

donde V_p es el volumen del objeto o partícula y A_p es la superficie del objeto o partícula.

- **Redondez** es una medida de la erosión de los bordes de la partícula. No existe una única formulación matemática para esta propiedad de los objetos. Se han propuesto numerosas definiciones numéricas incluso dentro del campo de la descripción de materiales geológicos. Todas ellas tienen en común que tratan de relacionar el radio de curvatura o tamaño de las protuberancias o angulosidades de la partícula con el radio o diámetro de la esfera circunscrita en la misma.

4.2. DESCRIPTORES DE FOURIER

Se ha realizado un análisis de Fourier de las veinte partículas de la clasificación de Krumbein (Figura 5). En la Tabla 4 se

ofrecen los valores de Descriptor de Fourier -1 "Elongación" de cada partícula de la clasificación de Krumbein. Los valores conservan la ubicación de las partículas de la figura anterior. Se incluyen en la tabla el valor promedio de descriptor de las cinco partículas de cada fila, y el valor de esfericidad asignado por el autor de la clasificación.

Cabe destacar que el objetivo del presente estudio se centra únicamente en el parámetro morfométrico de la esfericidad de las partículas, que constituye uno de los ejes principales de la clasificación de Krumbein. El otro eje, correspondiente a la redondez, es mucho más complejo de analizar, ya que depende de más parámetros y existen en la literatura científica numerosos métodos y aproximaciones matemáticas desde diferentes puntos de vista. Por esta razón, no se estima conveniente abordarlo en este estudio. Se realizará, en un trabajo posterior, un análisis comparativo entre los métodos propuestos para evaluar este complejo parámetro.

Descriptor N° -1 "Elongación"					Promedio	Esfericidad
0,06	0,03	0,06	0,04	0,10	0,06	0,9
0,18	0,16	0,15	0,22	0,14	0,17	0,7
0,31	0,25	0,26	0,25	0,25	0,26	0,5
0,40	0,38	0,37	0,44	0,36	0,39	0,3

TABLA 4. Valores de Descriptor de Fourier -1 "Elongación" de las 20 figuras de la clasificación de Krumbein, sus promedios por filas y los valores de esfericidad asignados a las mismas.

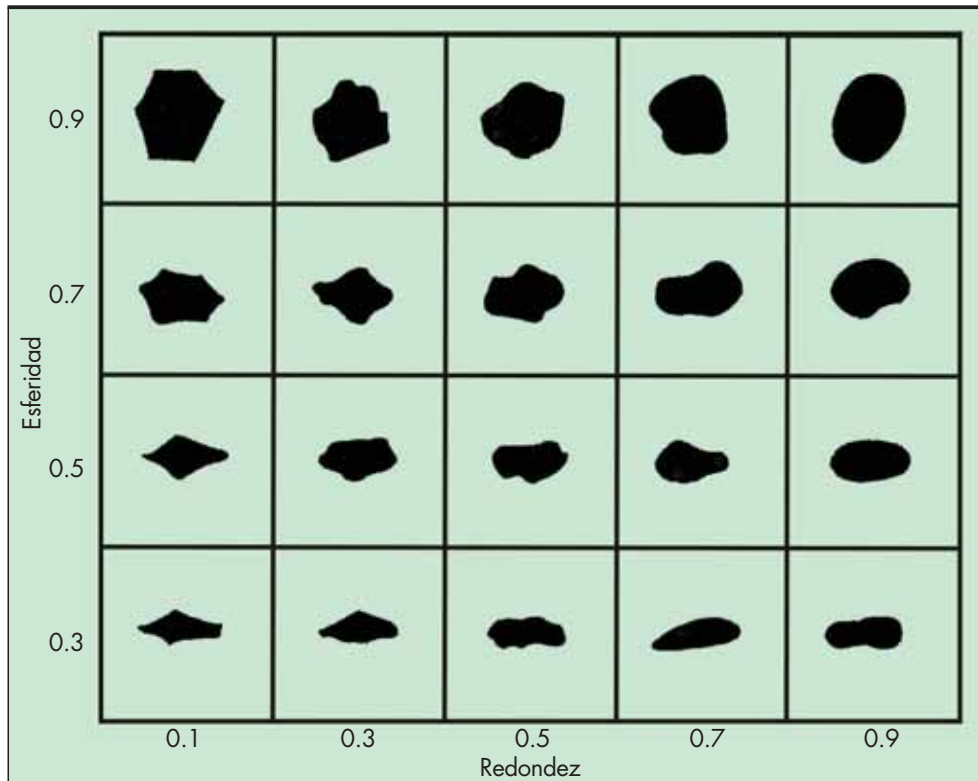


FIGURA 5. Clasificación de morfología de partículas de Krumbein (1941).

Aspecto: Eje máximo / Eje mínimo					Promedio	Esfericidad
1,19	1,07	1,19	1,11	1,31	1,17	0,9
1,51	1,47	1,51	1,81	1,42	1,54	0,7
1,96	1,84	1,96	1,83	1,88	1,89	0,5
2,74	2,54	2,58	3,03	2,52	2,68	0,3

TABLA 5. Valores de Aspecto de las 20 figuras de la clasificación de Krumbein, sus promedios por filas y los valores de esfericidad asignados a las mismas.

4.3. ANÁLISIS DIGITAL DE IMÁGENES

Por otro lado, se ha realizado un análisis digital de imágenes convencional. Para ello, se ha utilizado un programa específico de análisis digital de imágenes denominado Image Pro-Plus 6.0 (Media Cybernetics, Silver Springs, MA, USA). El análisis digital de imágenes permite calcular prácticamente cualquier parámetro geométrico bidimensional de las imágenes. De entre los posibles parámetros, se ha seleccionado el parámetro denominado “Aspecto”, definido como la relación entre el eje máximo y el eje mínimo de la elipse equivalente al objeto estudiado. Este parámetro se usa tradicionalmente para describir cuan cerca o lejos se halla un objeto de la esfericidad. En la tabla 5 se exponen los valores de “Aspecto” obtenidos en el análisis digital de imágenes de las veinte figuras de la clasificación de Krumbein, ordenados siguiendo la misma distribución. A continuación se ha calcu-

lado el promedio del aspecto de las cinco figuras que corresponden a cada fila y que, teóricamente muestran un mismo orden de esfericidad.

4.4. ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS MÉTODOS

Se ha evaluado la relación existente entre los valores de esfericidad propuestos en la clasificación de Krumbein, los valores de aspecto obtenidos mediante análisis digital de imágenes y los valores de descriptor de Fourier -1 “Elongación”. En la figura 6 se han representado todos los valores de la tabla, los promedios por filas y la línea de tendencia que mejor representa la correlación entre los datos.

Como se puede observar, en la correlación entre aspecto y esfericidad la línea de tendencia más adecuada es logarítmica, siendo su Coeficiente de Correlación $R^2 = 0,9944$. Por el contrario, en la correlación entre el descriptor de Fourier -1 “Elongación” y esfericidad la línea de tendencia que mejor ajusta los datos es de tipo lineal, con un valor de $R^2 = 0,9952$. Aunque en ambos casos es una correlación muy buena, parece que el descriptor de Fourier se ajusta ligeramente mejor, presentando una mejor correlación de datos. Se puede concluir de esta figura que ambos métodos (aspecto y elongación de Fourier) son válidos para describir la esfericidad de los objetos con términos numéricos que permiten cuantificar y comparar figuras.

En la figura 7 se muestra la relación existente entre los valores de aspecto y elongación según el descriptor de Fourier -1 obtenidos en las veinte figuras que conforman la clasificación de partículas de Krumbein. Como se puede observar, existe una buena correlación entre ambos parámetros morfológicos, pudiendo ajustar una línea de tendencia de tipo logarítmico con un coeficiente $R^2 = 0,9899$, que indica la buena calidad del ajuste.

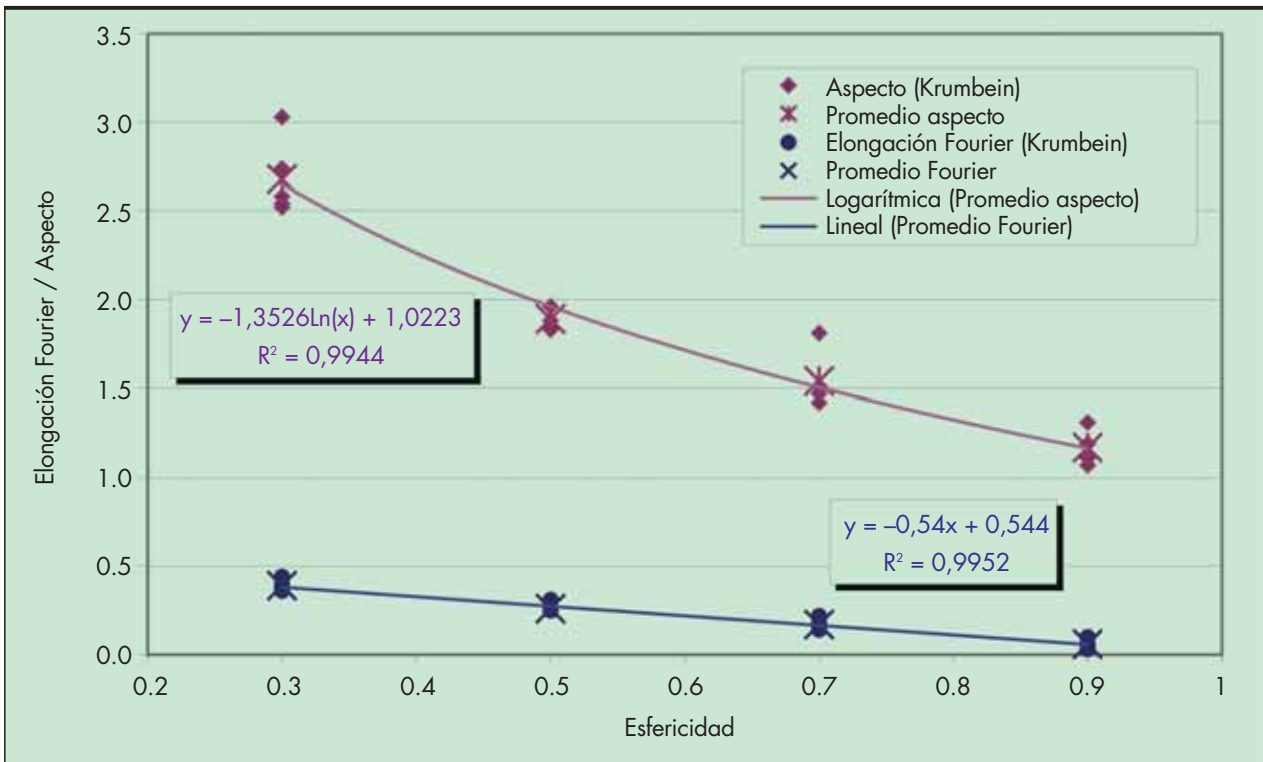


FIGURA 6. Correlaciones entre el descriptor de Fourier -1 “Elongación” y el aspecto con la esfericidad según la clasificación de Krumbein.

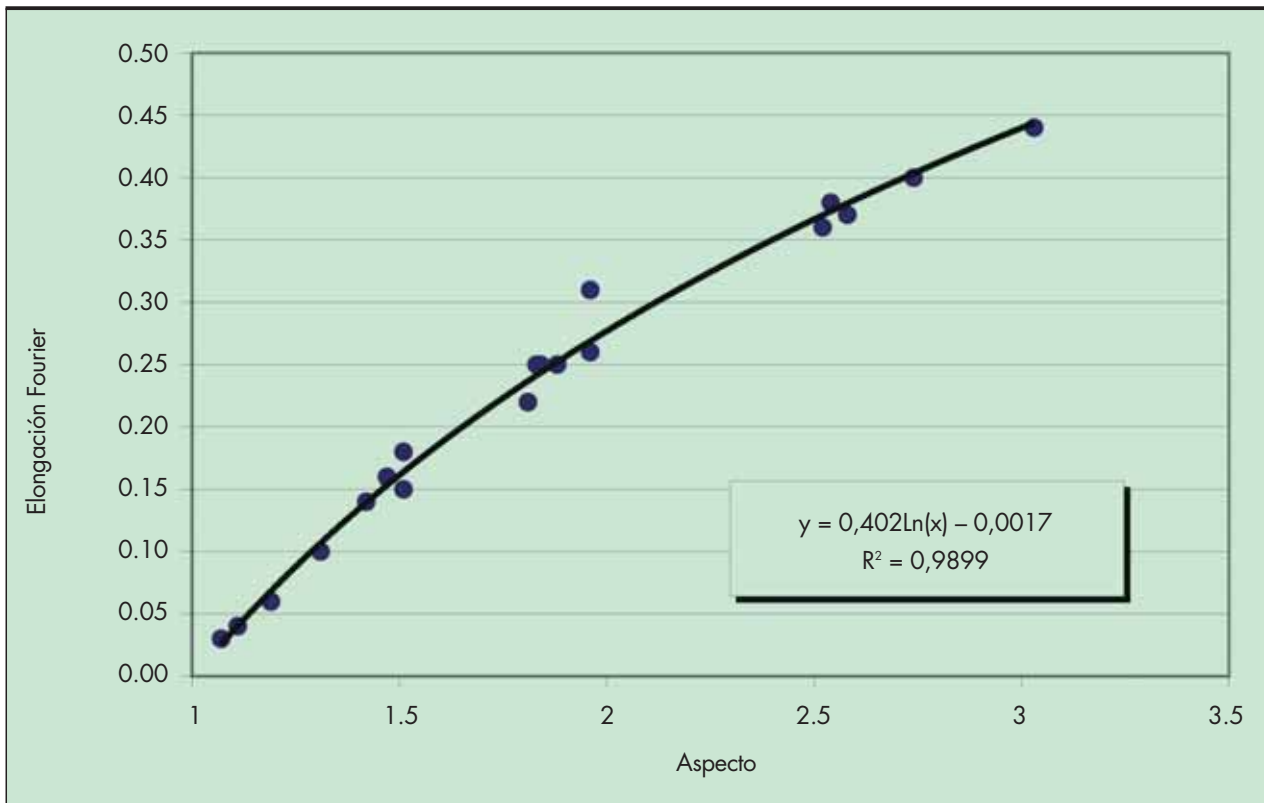


FIGURA 7. Correlación entre el aspecto y el valor del descriptor de Fourier -1 en las 20 partículas de la clasificación de Krumbein (1941).

5. CONCLUSIONES

El método de los descriptores de Fourier constituye una poderosa herramienta que permite describir matemáticamente la morfología de partículas individuales, agregados de partículas, poros, grietas, etc.

Con el fin de validar el significado físico y el comportamiento del descriptor de Fourier n° -1 "Elongación", en el que se centra este estudio, se ha aplicado este método a las 20 figuras que constituyen la clasificación morfológica de Krumbein, universalmente conocida, aceptada y utilizada para caracterizar la morfología de partículas en materiales geológicos de tipo clástico.

El análisis demuestra que el descriptor de Fourier n°-1 refleja fielmente la evolución del parámetro "esfericidad" que define la evolución de la morfología de las partículas según el eje de ordenadas. Existe una buena correlación entre la esfericidad definida por Krumbein, la relación de ejes principales y el valor del módulo de este descriptor. Esta buena correlación, añadida al rigor matemático del método que elimina la subjetividad de la valoración morfológica, corrobora la validez del método de los descriptores de Fourier para analizar la esfericidad de las partículas en materiales geológicos.

6. BIBLIOGRAFÍA

Bowman, E.T., Soga, K. & Drummond, T.W. (2001): "Particle shape characterisation using Fourier descriptor analysis". *Geotechnique*, Vol. 51, No. 6, pp. 545-554.

Clark, M.W. (1981): "Quantitative shape analysis: a review". *Math. Geo.* Vol. 13, No. 4, pp. 303-320.

De Santiago, C., Santana, M. & Manzanar, J. (2008): "Digital Image processing and Fourier descriptors analysis of the porosity in various volcanic rocks". *Proceedings of the International geotechnical conference "Development of urban areas and geotechnical engineering conference"*. Saint Petersburg, Russia. June 16-19.

Ehrlich, R. & Weinberg, B. (1970): "An exact method for characterization of grain shape". *J. Sediment. Petrol.*, Vol. 40, No. 1, pp. 205-212.

Krumbein, W.C. (1941): "Measurement and geological significance of shape and roundness of sedimentary particles" *Journal of Sedimentary Research*, Vol. 11 (2), pp. 64-72

Lafeber, D. (1966): "Soil structural concepts". *Engineering Geology*, Vol. 1, No. 4, pp. 261-290.

Mahmood, A., and Mitchell, J.K. (1974): "Fabric-property relationships in fine granular materials". *Clays and Clay Minerals*, Vol. 22, No. 5/6, pp. 397-408.

Nyquist, H. (1928): "Certain topics in telegraph transmission theory" *Trans. AIEE*, Vol. 47, pp. 617-644

Oda, M. (1972): "Initial fabrics and their relations to mechanical properties of granular material". *Soils and Foundations*, Vol.12, No. 2, pp. 1-18.

Sonka, M., Hlavac, V. & Boyle, R. (1993). "Image processing analysis and machine vision". London, Chapman & Hall.

Thomas, M.C., Wiltshire, R.J. & Williams, A.T. (1995). "The use of Fourier descriptors in the classification of particle shape". *Sedimentology*, No. 42, pp. 635-645.

Wadell, H. (1935) : "Volume, Shape and Roundness of Quartz Particles". *Journal of Geology* Vol. 43, pp. 250-280.