

# Síntesis físico-matemática del Método Sistémico Multivariado

PEDRO SUÁREZ BORES

El **Método Sistémico Multivariado**, nace como consecuencia de los criterios propuestos para la reparación de las graves averías sufridas en el dique de escollera de Punta Lucero, Bilbao en 1976, y que resumimos en la siguiente definición:

*“Toda obra debe construirse para cumplir con la **función** a que se destina, debiendo **resistir**, en consecuencia, cada una de sus partes y en su conjunto (como un sistema), la acción sinérgica de todos los **agentes** –ambientales, antrópicos, etc.– a toda clase de **fallos** –estructurales, funcionales, ambientales, etc.– durante toda la **vida de diseño** (previsible) para la obra y a un nivel de **fiabilidad de diseño** (admisible)”, Bores (1977).*

## 1. ACCIÓN DE LOS AGENTES EXÓGENOS (OLEAJE, ETC.). ESTIMA DISTRIBUCIÓN MULTIVARIADA DE PROBABILIDAD

En general, el fallo de las obras marítimas se origina por la **acción del oleaje**, que origina corrientes y presiones entre y sobre los cantos de los diques de escollera, extrayéndoles de su posición, y provoca el vuelco, deslizamiento ó rotura de las obras monolíticas. Las variables determinan estas corrientes, presiones, etc. son mecánicas: velocidad, cantidad de movimiento, etc., pero, mediante la teoría de las ondas, Airy (1845), hacemos un cambio de esas variables **dinámicas**, reales, a variables **geométricas**: ( $H_{1/3}$ ), ( $L_4$ ), etc. que, a su vez, estimamos mediante las variables aleatorias de **estado**  $H_{1/3}$ ,  $T_{opt}$ , etc. Evidentemente estas variables, geométricas y aleatorias, sólo **“virtualmente”** son representativas de la acción del oleaje. En consecuencia, la utilización de estos **modelos matemáticos** generará **incertidumbres**.

Las variables de estado que determinan el oleaje son : la altura de ola significativa ( $H_{1/3}$ ), el periodo óptimo ( $T_{opt}$ ) y la dirección ( $\theta$ ) que nos definen el **estado del mar**, y la persistencia ( $N$ ) que nos determina su **duración** a lo largo del tiempo. A estas variables se agrega el **nivel del mar** ( $S = SM + SA + \dots$ ), que nos localiza la posición de la acción del oleaje sobre la obra.

Pero estas **variables exógenas, fundamentales**, no son las únicas posibles. Otras variables como la anchura del espectro ( $\epsilon$ ), que nos define la edad y constitución del oleaje, también existen y no son consideradas en esta aproximación. Evidentemente, esta **limitación** del número de variables exógenas, introduce nuevas **incertidumbres**.

Siendo el oleaje un proceso estocástico de dos componentes: uno de corto periodo, que nos determina los estados del mar, y otro de largo periodo, cuyo periodo básico es el año, en el que se suceden los estados del mar dando lugar a temporales, marejadas y calmas, su conocimiento requiere la **observación**, adecuada e ininterrumpida durante un plazo al menos de **11 años** y mejor un múltiplo de este plazo, que constituye el **hiperciclo fundamental**.

Esta observación debe realizarse en el punto de ubicación de las futuras obras, punto que no se conoce con antelación suficiente para garantizar los plazos antes mencionados. El problema así planteado fue la génesis de la **Red Exterior Española de Registro del Oleaje**, siendo aprobado nuestro proyecto por el entonces Ministerio de Obras Públicas en 1968. Sus **especificaciones** tomadas, literalmente, de Bores (1973), (1974), fueron:

1. **Ausencia de Refracción:** Todos los sensores de la Red Exterior se instalan sobre fondos superiores a los **cua- renta metros**.
2. **Ausencia del efecto de configuración del fetch:** Salvo en el caso de costas rectilíneas, como Valencia, por ejemplo, los sensores se instalan frente a cabos pronun- ciados –cabo Machichaco, por ejemplo–, a ser posible si- tuados en cambios de dirección de la costa –cabo Palos, por ejemplo–.
3. **Posibilidad de interpolación lineal entre cada dos estaciones:** La distancia entre cada dos estaciones con- secutivas se proyecta suficientemente pequeña para per- mitir la estima de las características del oleaje en cual- quier punto intermedio por simple interpolación lineal entre las dos estaciones contiguas.
4. **Posibilidad de correlación entre los puntos exte- riores de la RED y los correspondientes de la pla- taforma costera, con profundidades reducidas (en donde se realiza el estudio correspondiente).** Se prevé su estima por métodos numéricos y/o mediante la función de transferencia obtenida entre los sensores de la RED y los sensores instalados, al menos durante un año, en los puntos en estudio.

Los datos requeridos para un **diseño estructural ex- tremal** constituyen un **estadístico de extremos anuales**, y la **Matriz Climática Extremal** correspondiente deberá formarse, al menos, con los valores de las variables funda- mentales ( $H_{1/3}$ ), ( $T_{opt}$ ), ( $\theta$ ), ( $N$ ), ( $S$ ) ocurrientes durante el **má- ximo** de los **temporales máximos anuales** en el punto, o puntos, del **trazado** de la obra correspondientes a las seccio- nes tipo.

En aproximaciones de mayor precisión debieran incluirse, según hemos indicado, la anchura del espectro ( $\epsilon$ ), etc.

En la Tabla 1 presentamos el clima correspondiente al di- seño estructural del dique de escollera de Punta Lucero del puerto de **Bilbao**.

En este caso consideramos que la marea meteorológica, en esta costa y a esa profundidad es pequeña comparado con la marea astronómica. Por consiguiente estimamos que  $S = S_A$  y, en consecuencia, ( $S$ ) será una variable independiente del es- tado del mar por lo que su determinación la realizamos inde- pendentemente.

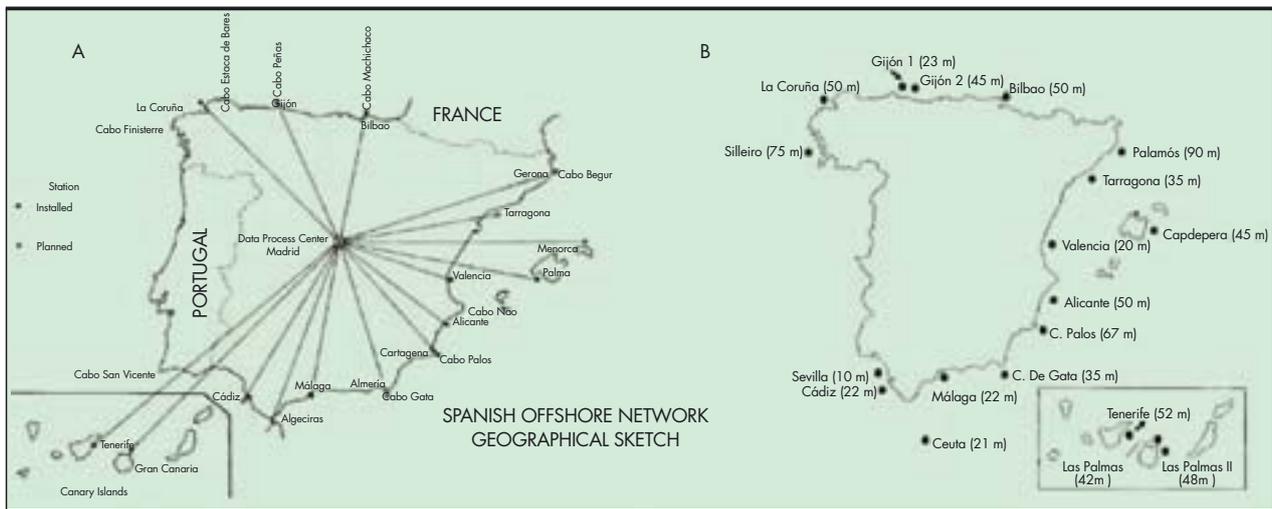


FIGURA 1. La Red Exterior Española REMRO (1968). A. Proyecto 1968. B. Situación actual.

MATRIZ CLIMÁTICA EXTREMAL (*)							
Punta Lucero – Bilbao							
Fecha	H1/3	Topt	$\theta$	N	$S_M$	$\epsilon$	–
	(m)	(sg)	(°)	(olas)	(m)		
85/86.03.24	6.92	14.79	277	563	–	–	
86/87.11.23	6.27	20.03	304	873	–	–	
87/88.02.10	6.6	18.71	304	880	–		
88/89	–	–	–	–	–		
89/90.02.12	6.77	14.97	285	980	–		
90/91.12.11	4.87	11.14	304	1792	–		
91/92.03.27	5.27	11.73	264	1049	–		
92/93.02.27	4.89	10.25	256	1445	–		
93/94.12.16	5.79	14.8	308	956	–		
94/95.03.08	5.29	15.59	315	971	–		
95/96.02.08	8.05	16.8	309	556	–		
96/97.11.20	6.89	15.65	295	572	–		
97/98.01.02	5.28	14.46	300	681	–		
98/99.12.20	5.98	12.97	301	643	–		
99/00.12.27	6.79	13.53	304	661	–		
00/01.11.06	5.97	13.48	306	1264	–		
01/02.11.09	4.61	9.84	295	2062	–		
02/03.12.02	4.98	14.22	292	973	–		

(\*) El año climático se extiende desde el **solsticio** de verano hasta el solsticio de verano del año siguiente.

TABLA 1.

Uno de los problemas más importantes de las redes de registro es la vulnerabilidad de los registradores particularmente ante los temporales. Por es motivo pueden quedar fuera de servicio durante un plazo mayor o menor perdiéndose un información de altísimo interés.

La solución más correcta desde el punto de vista de la información es la redundancia de la información, lo que puede conseguirse simplemente multiplicando el número de registradores en el punto. Pero ya que esto es insostenible por su coste puede al menos obtener la información en el mismo punto y sincrónicamente mediante registro directo y mediante previsión con métodos numéricos.

Dada la sincronía durante los tiempos de servicio los métodos de previsión podrían tararse con la mayor precisión y en caso de avería del registrador los métodos de previsión podrían proporcionar una información valiosísima y suficientemente aproximada del oleaje. Esta podría considerarse como una especificación más a las cuatro propuestas en los años setenta.

Cómo decíamos en la Revista de Obras Públicas de Noviembre 1977:

*“Ciertas variables - altura de ola, periodo, etc., - dependen de un mismo agente, y aunque para un cierto estado del proceso pueda existir independencia entre ellas, al evolucionar todas ellas con el componente de estado, de alguna forma estarán relacionadas, ligadas, entre si. En general, siendo (E) la variable representativa del estado del proceso*

$$v_i = \sigma_{v_i}(E) y_{v_i} + \mu_{v_i}(E) \quad (1)$$

*o bien, en diseños con rango extremal, si (v<sub>p</sub>) es la variable principal,*

$$v_i = \sigma_{v_i}(v_p) y_{v_i} + \mu_{v_i}(v_p) \quad (2)$$

*siendo (μ) el valor medio de la distribución, (σ) la desviación estándar e (y) la variable unitaria.*

*Tanto σ<sub>v<sub>i</sub></sub>(v<sub>p</sub>) como μ<sub>v<sub>i</sub></sub>(v<sub>p</sub>) pueden ser funciones lineales, polinómicas, trascendentes, etc., correladas con la variable principal (v<sub>p</sub>) y, sólo en caso de independencia, constantes.*

Ya que consideramos que la variable principal es representativa del estado del mar, en el caso de **rango de diseño extremal**, sólo la variable principal sigue una distribución extremal, (Gumbel), mientras que el resto de las variables, correladas con ésta, siguen distribuciones medias (Gauss).

Admitiendo, entonces, una aproximación lineal,

$$\begin{aligned} \sigma(H_{1/3}) &= \sigma \\ \mu(H_{1/3}) &= b H_{1/3} + c \end{aligned}$$

las variables fundamentales, deducidas de la Matriz Climática Extremal correspondientes al Dique de Punto Lucero, Bilbao, vienen dadas por:

$$\begin{aligned} H_{1/3} &= 0.888 y & + & 5.494 \text{ Gumbel} \\ T_{opt} &= 2.197 y + 1.789 & H_{1/3} & + 3.639 \text{ Gauss} \\ \theta &= 16.24 y + 3.948 & H_{1/3} & + 271.7 \text{ Gauss} \\ N_{1/3} &= 431.2 y & + & 995.4 \text{ Gauss} \\ S &= 0.402 y & + & 2.5 \text{ Gauss (*)} \end{aligned}$$

en donde (y) es la variable unitaria que relaciona las variables fundamentales (H<sub>1/3</sub>, etc.) con la distribución de probabilidad correspondiente : Gumbel, Gauss, etc.

(\*) Pendiente de un mejor ajuste.

Desde un punto de vista estrictamente matemático, cualquier otra distribución, Weibul, etc., puede ser utilizada. No-

sotros utilizamos la distribución Gauss porque es la que siguen los procesos y fenómenos naturales, cuando el número de elementos es suficiente, y la distribución de Gumbel porque es, precisamente, la asíntota de las distribuciones de tipo exponencial, como es la de Gauss.

Por otra parte además de la correlación “simple”, con una sola variable, la principal, caben estimas de la distribución multivariada de probabilidad mas “complejas”, con dos y mas variables de correlación.

## 2. COMPORTAMIENTO RESISTENTE DE LAS OBRAS MARÍTIMAS. DOMINIO DE FALLO

Las diversas partes de las obras –por ejemplo, espaldón, manto principal, bermas, etc., en el caso de los diques de escollera,– así como la obra completa, como un conjunto, pueden fallar de diferentes maneras, con distintos **modos de fallo**, que dependen de muy variados factores y producen distintos efectos: Ruina de la obra, agitación en las dársenas, etc. Algunos de los modos de fallo de los componentes de las obras pueden ser **excluyentes**, como por ejemplo fallo al **vuelco** y al **deslizamiento** de los espaldones y del cuerpo de los diques verticales.

Agrupamos en **clases** a todos aquellos **modos de fallo**, (**homogéneos**), que producen los mismos efectos. No deberían combinarse fiabilidades de distintas **clases** de fallo: Por ejemplo la extracción de cantos del manto (Fallo Estructural), con el rebase del dique (Fallo Funcional).

Las diferentes **clases** pueden, a su vez, dividirse en **subclases** de fallo, según los diferentes enfoques –estático, mecánico, químico, etc.– de cómo se origina el fallo. En la **clase estructural** distinguimos: fallo de **estabilidad**, fallo **mecánico** y fallo **material**.

Las obras puede considerarse cómo **compuestas** cuando están formadas por partes (**elementos**) que se repiten pretendidamente iguales, sólo diferenciadas por la incertidumbres propias de su **construcción**. Son obras **singulares** en caso contrario. Son ejemplos de obras **compuestas** las obras **lineales**, como los diques y pantalanés, y de obras **singulares** las plataformas de perforación petrolífera y los duques de Alba.

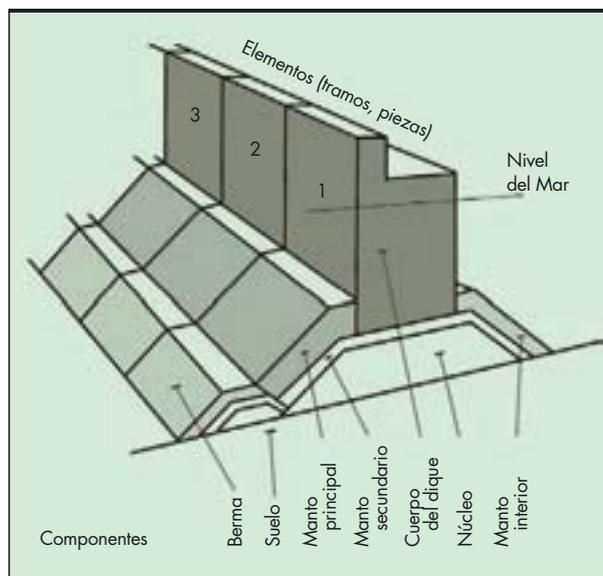


FIGURA 2. Esquema estructural de los diques, verticales y de escollera.

En las **obras compuestas** cabe entonces distinguir entre **fallo elemental**, cuando el fallo afecta a **un sólo elemento**, o **integral** cuando afecta a **todos, desde un punto de vista estadístico basta con “todos” se refiera a la mitad**. En el caso de las **obras singulares** sólo cabe la alternativa de **fallo integral**.

Salvo en el caso de resonancia, que se procura evitar, el fallo de los **componentes** se produce según dos **alternativas**: de forma **gradual**, con una fase de averías crecientes (por la acción de varias olas grandes, superiores a un cierto **umbral**, que he hemos denominado **olas activas**, Bores (1968)) o de forma **instantánea** (por la acción de una sola ola, la mayor del temporal máximo anual, del año pésimo durante el periodo de retorno previsto para la obra). Las **averías**, el **daño**, del componente pueden ser **inicial, parcial o total**, con fallo gradual, o sólo **total** con fallo instantáneo.

Para resistir la acción de los agentes exteriores ó exógenos, definidos por sus correspondientes variables, cada componente de las obras viene determinado por los valores de sus variables endógenas, peso de los cantos, talud del dique, etc. En principio, todas estas variables, exógenas y endógenas, pueden ser: **Libres**, dependiendo, únicamente, del azar, como las variables climáticas, el encaje de los cantos, etc.; **fijas**, impuestas por **decisiones de rango superior** (análisis funcional, trazado, etc.); y de **diseño**, que siguiendo patrones sancionados por la experiencia, la economía, etc., se establecen como **estándares** y simplifican el proceso de dimensionamiento de las obras: espesor de los mantos, etc.

Cuando la desviación estándar ( $\sigma$ ) de alguna variable endógena, ó exógena, es muy pequeña, comparada con su correspondiente valor medio ( $\mu$ ), tal cómo sucede con el peso de los bloques artificiales ( $W_b$ ), esta variable puede considerarse como **determinista**, quedando entonces determinada esta variable por un sólo número ( $\mu$ ), Bores (1980) (1982), constante, ( $W_b = \mu_b$ ), en lugar de tres ( $\sigma, \mu, p$ ), o mas, cómo ocurre con las variables **aleatorias**, por ejemplo ( $H_{1/3} = \sigma$  y  $\mu$ ).

Muy distinto es el caso de la variable ( $\cot\alpha$ ), cuya dispersión afecta no sólo al ángulo del talud ( $\alpha$ ) sino a la propia construcción del dique, ya que, por estar colocados los cantos al azar, tanto su orientación como su encaje y el espesor de los mantos ofrecen una gran variedad, tanto a lo largo como a lo ancho del manto.

La **construcción del modelo físico** introduce, pues, nuevas **incertidumbres**, físicas, que se agregan a las anteriormente señaladas. Estas incertidumbres son mayores en el **prototipo**, en la naturaleza, que en el modelo.

En la Revista de Obras Públicas de Noviembre 1977, decíamos:

*“Las variables exógenas de las acciones, sobrecargas, solicitaciones, etc. de los agentes climáticos, geodinámicos, etc. pueden ser relacionados en cada análisis aleatorio multivariado con las variables endógenas, estructurales, funcionales, etc. por medio de un modelo –matemático, físico, etc.– definido por la función:*

$$\kappa(v_1, \dots, v_j, \dots) = 0 \quad (8)$$

*que caracteriza las condiciones críticas de fallo y sirve de límite de integración de:*

$$p = \int_{\kappa} f(v_1, \dots, v_j, \dots) dg(v_1) \dots dg(v_j) \dots \quad (9)$$

*(integral de Lebesgue–Stieltjes) que representa la probabilidad multivariada de fallo al nivel de riesgo (de averías) que se considere.”*

En el caso de los diques de escollera, el **límite de integración**, ( $\kappa = 0$ ) viene dado por la hipersuperficie característica

$$\kappa(H_{1/3}, T_{opt}, \theta, N, S_M, S_A, \dots; \cot\alpha, W_b, \gamma_b, \gamma_a) = 0 \quad (8)_a$$

en donde  $W_b$  representa el peso de los bloques, y considerando la variable:

$$S = S_M + S_A + \dots$$

como compuesta y las variables ( $W_b$ ), ( $\gamma_b$ ), ( $\gamma_a$ ), como deterministas, toma la forma:

$$\kappa(H_{1/3}, T_{opt}, \theta, N, S; \cot\alpha) = 0 \quad (8)_b$$

que es un **funcional**, que por afectar a un problema físico, en donde la experimentación es habitual, tiene una fácil, aunque algo laboriosa, solución.

Para simular la acción del oleaje en condiciones tales como ocurren en la naturaleza, los **ensayos** se realizaron fijando un **estado** ( $H_{1/3}, T_{opt}, \theta$ ) y un **nivel del mar**, ( $S$ ), constantes. En esta situación, en cada ensayo ( $e_1$ ), se mantuvo el ataque de forma continua, chequeando el crecimiento de la avería en función del número de olas ( $N$ ).

Como consecuencia de las **incertidumbres** originadas tanto por el **modelo matemático** como por el **modelo físico**, etc., según ya hemos indicado, si realizamos un segundo ensayo idéntico al anterior ( $e_2$ ), con el mismo **estado**, ( $H_{1/3}, T_{opt}, \theta$ ), y con el mismo **nivel**, ( $S$ ), **del mar**, las **averías** del componente en función de ( $N$ ) son distintas, evolucionan de forma diferente. Lo mismo ocurre en los sucesivos ensayos ( $e_j$ ) iguales y posteriores. También lo mismo ocurre y en mayor medida, en la naturaleza.

Con los resultados obtenidos con los sucesivos ensayos ( $e_j$ ) en condiciones idénticas, que constituyen un **experimento** ( $\epsilon$ ), determinamos los valores medios, ( $\mu(\epsilon=1)$ ), y las desviaciones estándar, ( $\sigma(\epsilon=1)$ ), para el punto de chequeo de las averías. Con estos valores determinamos las curvas de averías correspondientes a cada nivel de certidumbre de este experimento, y así sucesivamente, Bores (1979)<sub>b</sub>, Figura 3.

Con los puntos así obtenidos con los diferentes **experimentos** se determinan las **trazas** de las diversas hipersuperficies de fallo ( $\kappa = 0$ ), sobre el plano [ $H_{1/3}, N$ ].

En la Figura 4 se muestran estas **trazas**, para los porcentajes de avería del (3%) y (100%) al nivel de certidumbre ( $p = 0.5$ ), Bores (1979)<sub>b</sub>.

### 3. PROBABILIDAD DE FALLO DEL COMPONENTE. MÉTODOS DE INTEGRACIÓN

Existen diversos métodos de integración de la expresión (9) una vez conocido, por vía **analítica** o **experimental**, el límite de integración ( $\kappa = 0$ ).

#### 3.1. MÉTODO DIRECTO

Conocidas las hipersuperficies ( $\kappa = 0$ ), que nos definen el límite del **dominio de fallo** para cada porcentaje de averías ( $d$ ) y cada nivel de certidumbre ( $c$ ), directamente podemos determinar si los puntos correspondientes a la **matriz climática extremal**, se encuentran en este dominio de fallo o no, y, en consecuencia, obtener directamente la probabilidad de fallo del componente mediante la conocida **ecuación fundamental de la probabilidad**.

$$\text{probabilidad de fallo} = \frac{\text{número de puntos en el dominio de fallo}}{\text{número total de puntos}}$$

En diseños **estructurales**, que han de tener una vida de servicio del orden de 50 años y una fiabilidad admisible sensi-

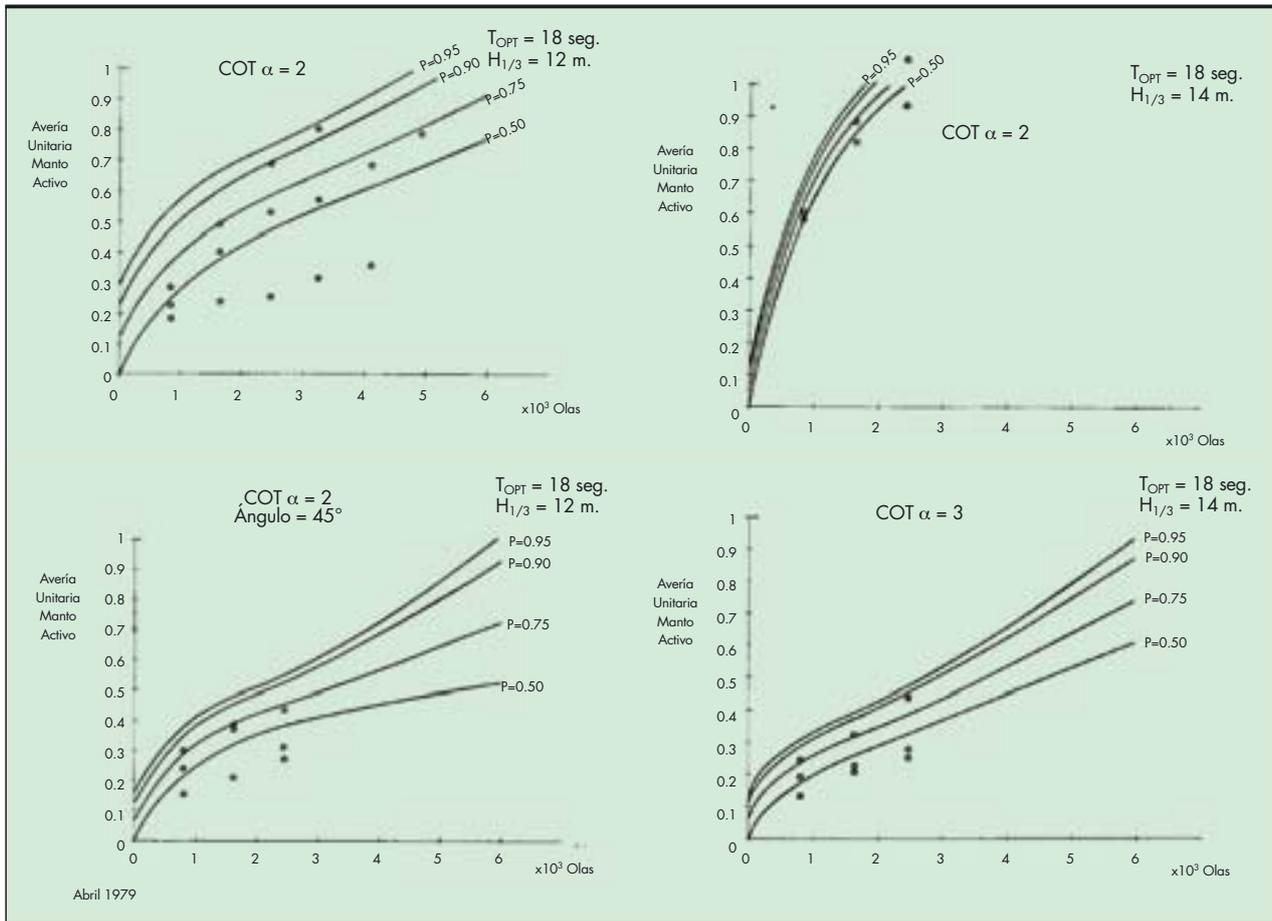


FIGURA 3.

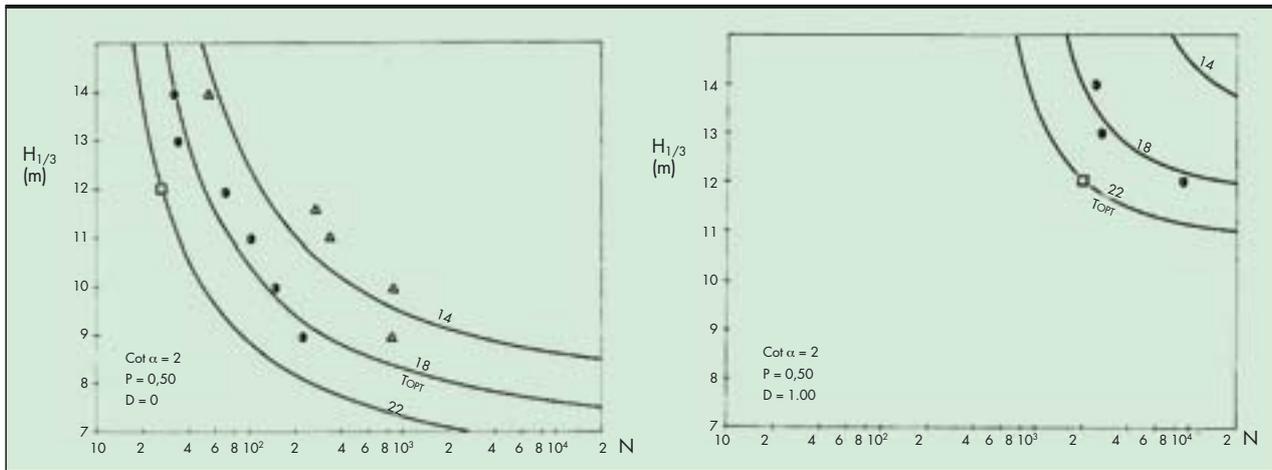


FIGURA 4.

blemente superior a 0,5, lo que equivale a periodos de retorno superiores a los cien ó más años, resulta que las series temporales de registro son muy cortas y el número de observaciones en el dominio de fallo cero, sin que esto pueda inducir a que la probabilidad de fallo sea cero. Con clases de fallo funcionales,

ambientales, etc., en las que el número de observaciones puede ser muy numeroso, muchas de estas observaciones se encontrarán dentro del dominio de fallo y cabe entonces la aplicación directa de la **ecuación fundamental de la probabilidad**.

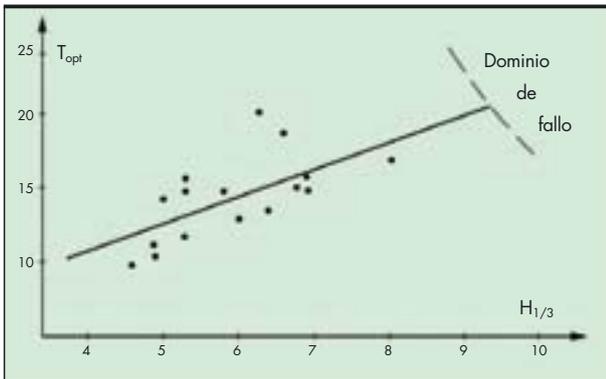


FIGURA 5. Aplicación del Método Directo con dos variables. Datos del dique de Punta Lucero, Bilbao.

Quando no disponemos de información suficiente para aplicar el Método Directo es necesario:

- a) Conocer por vía analítica u otros procedimientos la función multivariada de densidad de probabilidad,  $f()$ , de la integral (9), o bien
- b) Estimar la función multivariada de densidad de probabilidad,  $f()$ , haciendo recurso de las distribuciones de las variables fundamentales exógenas ( $H_{1/3}$ ), ( $T_{opt}$ ), ( $\theta$ ), ( $N$ ), ( $S$ ), para lo cual nos vemos obligados discretizar el espacio de probabilidad y esta función  $f()$ .

3.2. MÉTODO MATRICIAL

Denominamos **métodos matriciales**, precisamente, a esta segunda alternativa b) que acabamos de enunciar, en la que

la transformamos en discretos de los hiperespacios continuos, **físico**, de **fallo**, y **estadístico**, de **probabilidad**, determinados ambos por las variables aleatorias continuas ( $H_{1/3}$ ), ( $T_{opt}$ ), ( $\theta$ ), ( $N$ ), ( $S$ ).

La discretización de estos hiperespacios continuos, se realiza mediante una partición en celdas, cuyos centros de gravedad corresponden a los puntos que definen el hiperespacio discreto, y a los que asignamos la totalidad de la probabilidad existente en la celda correspondiente. La suma total de las probabilidades de las celdas extendida a todo el hiperespacio debe ser a igual a la unidad, que es la **condición universal de las distribuciones de probabilidad**, uni o multivariadas, continuas o discretas.

El **fallo**, o no, de la celda se decide en razón de si el centro de gravedad de ésta se encuentra, o no, dentro del dominio de fallo, cuyo **límite** (hipersuperficie  $\kappa = 0$ ) para cualquier **porcentaje de avería** y **cualquier nivel de certidumbre** suponemos conocido.

La probabilidad de fallo se deduce, en este caso, simplemente, de la suma de los términos de la matriz de probabilidad de fallo, resultante de la **intersección** de las **matrices** de probabilidad y de dominio de fallo.

$$p = \sum (\text{matriz de fallo} \cap \text{matriz de probabilidad})$$

Como el método directo, el **método matricial** permite la visualización numérica de los espacios **físico**, de **probabilidad** y de **probabilidad de fallo**.

Presentamos a continuación un ejemplo bivariado, con las variables aleatorias ( $H_{1/3}$ ) y ( $T_{opt}$ ), estimadas con datos tomados del dique de Punta Lucero, Bilbao, que estamos siguiendo, y, que recordamos, son:

$$H_{1/3} = 0.888 y + 5.494 \text{ Gumbel}$$

$$T_{opt} = 2.197 y + 1.789H_{1/3} + 3.639 \text{ Gauss}$$

Matriz de la ESTIMA DE LA DISTRIBUCIÓN BIVARIADA DE PROBABILIDAD						
T <sub>opt</sub> (sg)	2	4	6	8	10	12 H <sub>1/3</sub>
27	0	0	0	0	0.0003303	0.0004511
25	0	0	0	0.0004196	0.001872	0.0006368
23	0	0	0.000166	0.004415	0.00487	0.0004146
21	0	0	0.003257	0.02123	0.00584	0.0001243
19	0	0	0.02904	0.04689	0.00323	0
17	0	0.001467	0.1185	0.04777	0.0008219	0
15	0	0.01108	0.2223	0.02244	0	0
13	0	0.03837	0.1923	0.004844	0	0
11	0	0.06114	0.07672	0.000478	0	0
9	0	0.04495	0.01405	0	0	0
7	0	0.01522	0.001174	0	0	0
5	0	0.002364	0	0	0	0

TABLA 2.

Matriz del DOMINIO DE FALLO						
Topt (sg)	2	4	6	8	10	12 H <sub>1/3</sub>
27	0	0	0	1	1	1
25	0	0	0	0	1	1
23	0	0	0	0	1	1
21	0	0	0	0	1	1
19	0	0	0	0	1	1
17	0	0	0	0	0	1
15	0	0	0	0	0	1
13	0	0	0	0	0	1
11	0	0	0	0	0	1
9	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0

TABLA 3.

Matriz del DOMINIO DE FALLO						
Topt (sg)	2	4	6	8	10	12 H <sub>1/3</sub>
27	0	0	0	0	0.0003303	0.0004511
25	0	0	0	0	0.001872	0.0006368
23	0	0	0	0	0.00487	0.0004146
21	0	0	0	0	0.00584	0.0001243
19	0	0	0	0	0.00323	0
17	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0

TABLA 4.

Probabilidad de fallo =  $p = \sum$  (matriz de probabilidad de fallo) = 0.01779

Fiabilidad de fallo =  $\phi = (1 - p)^{\text{Vida previsible}} = 0.4076$

Con particiones en celdas de menor tamaño se obtiene mayor aproximación, pero se complica rápidamente la visualización de las matrices al aumentar el rango y el número de dimensiones.

### 3.3. MÉTODO GENERAL DE INTEGRACIÓN

Cuando el número de variables considerado es grande, como es el caso que nos ocupa, el cálculo matricial exige una potencia de cálculo desmesurado, si tenemos en cuenta que el número de variables fundamentales difícilmente puede reducirse por debajo de seis. El **método de integración numérica**, por ser iterativo, Bores (1977), mantiene siempre

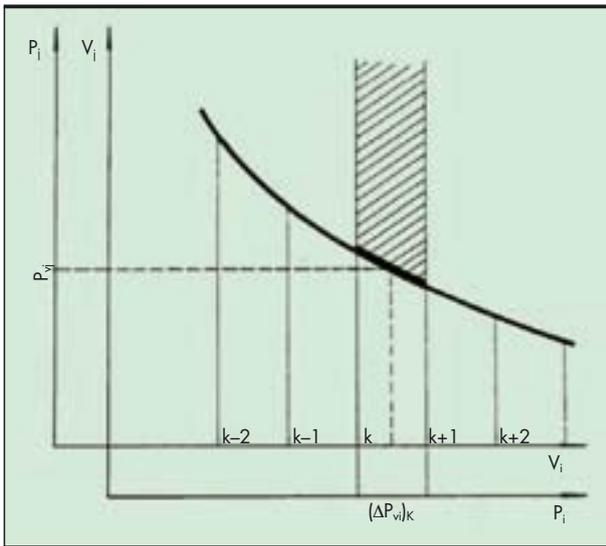


FIGURA 6. Probabilidad de fallo del intervalo diferencial (k) en el plano  $[v_i, v_j]$ . Figura tomada de Bores (1980).

el proceso de integración numérica en términos lineales y permite, así, resolver el problema, sean cuales sean, las dimensiones del espacio, el número de variables aleatorias, con un ordenador mínimo (en Bilbao utilizamos un IBM 5100).

La probabilidad de fallo para el caso de dos variables  $H_{1/3}$  y  $T_{opt}$ , puede ser expresada entonces en la forma:

$$p = \sum_{k=2}^n f(T_{opt}(H_{1/3}) \geq \kappa)_k \Delta p(H_{1/3})_k \quad (9_2)$$

y para tres variables

$$p = \sum_k \sum_j \{f(T_{opt}(H_{1/3}) \geq \kappa)_j \Delta p(N(H_{1/3}))_j\}_k \Delta p(H_{1/3})_k \quad (9_3)$$

que corresponden, en dos y tres dimensiones a la integral de Lebesgue-Stieltjes, (9).

La extensión a más de tres variables aleatorias, a más tres dimensiones, es inmediata.

#### 4. ESTIMA DE PROBABILIDAD DE FALLO DE LAS BERMAS

Conocidas la probabilidad de fallo del manto principal en superficie podemos estimar la fiabilidad de los cantos del manto a cualquier profundidad mediante sencillas consideraciones físico-matemáticas.

Para ello seguimos literalmente, salvo correcciones de estilo y reducciones de texto, el Report sobre Diques de escollera presentado por nosotros a la Comisión Internacional del P.I.A.N.C. en Enero de 1973, Haslemere (Inglaterra), y que ha servido como Apuntes de Diques en la Escuela desde 1979, Bores (1979)<sub>b</sub>. Se mantiene la numeración original de 1973, agregándose subíndices a las fórmulas agregadas ó modificadas.

##### 4.1. CONSIDERACIONES FÍSICO-MATEMÁTICAS SOBRE ESTABILIDAD DEL MANTO

Haciendo recurso del teorema de Barillon consideramos el equilibrio de los cantos admitiendo que durante el ascenso del fluido por un lecho granular (talud) la circulación se establece hacia arriba y hacia el interior del manto y hacia abajo y el exterior durante el descenso. Esto nos permite presentar el análisis en forma directamente relacionable con el equilibrio de fuerzas clásico. Figura 7.

Denominando (T) y (N) a las proyecciones del peso sumergido, ( $P_s$ ), ( $F_T$ ) y ( $F_N$ ) a las proyecciones de las fuerzas hidrodinámicas, ( $l_T$ ) y ( $l_N$ ) a los brazos de palanca según la tangente y la normal respectivamente e ( $\Delta l$ ) a la proyección de la distancia entre el punto de aplicación de la fuerza (F) y el del peso ( $P_s$ ), después de trasladar la fuerza (F) al centro de gravedad del canto tenemos:

Equilibrio hacia arriba:

$$(F_T - T) l_T + F \Delta l = (N + F_N) l_N \quad (1)$$

o bien:

$$(F_T - T) = \frac{l_N}{l_T} (N + F_N) - \frac{\Delta l}{l_T} F \quad (2)$$

Equilibrio hacia abajo:

$$(F_T + T) l_T + F \Delta l = (N - F_N) l_N \quad (3)$$

o bien:

$$(F_T + T) = \frac{l_N}{l_T} (N - F_N) - \frac{\Delta l}{l_T} F \quad (4)$$

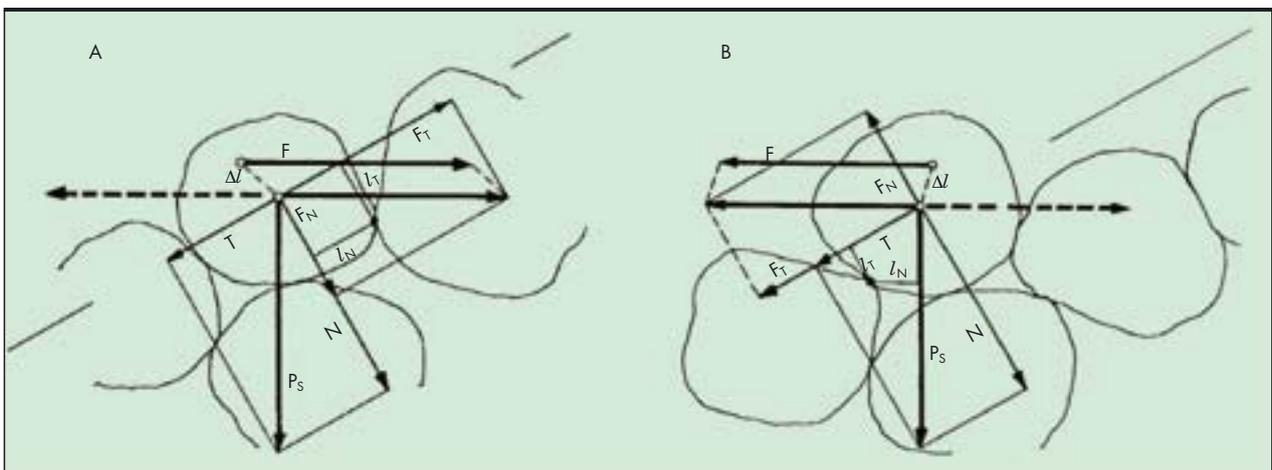


FIGURA 7. A. Equilibrio hacia arriba. B. Equilibrio hacia abajo

Ambas expresiones pueden ser escritas en la forma general:

$$F_T - 7T = f_{NT} (N \pm F_N) - \Delta f \cdot F \quad (5)$$

en donde:

$$T = PS \sin \alpha \quad (6)$$

$$N = PS \cos \alpha \quad (7)$$

$$F_T = PS \cos \beta \quad (8)$$

$$F_N = PS \sin \beta \quad (9)$$

siendo ( $\alpha$ ) el ángulo del talud del manto principal y ( $\beta$ ) el formado por las fuerzas hidrodinámicas con el talud.

Eliminando ahora las fuerzas ( $T$ ), ( $N$ ), ( $F_T$ ) y ( $F_N$ ) entre las expresiones (5), (6), (7), (8), (9) y ordenando resulta inmediatamente:

$$\frac{P_s}{F} = \frac{\cos \beta - 7 f \sin \beta}{f \cos \alpha \pm \sin \alpha} \quad (10)$$

Las fuerzas hidrodinámicas, ( $F$ ), originadas por la circulación de un fluido sobre un sólido **aislado y cerca del contorno** viene dadas por la suma de los efectos de forma, rozamiento superficial, inerciales y de sustentación. Los tres primeros tienen la dirección y sentido de la tangente de la trayectoria del fluido, mientras que el cuarto, el efecto de sustentación, es normal a ella y dirigido en el sentido de separación del canto del contorno. Por otra parte los dos primeros suelen englobarse en un solo término, particularmente cuando el régimen es turbulento, como es, sin duda, el caso que nos ocupa.

Admitiendo entonces que para el canto situado en la capa superior del conjunto granular sea aplicable una formulación de la misma estructura que para el sólido aislado, aunque cambiando, lógicamente, los coeficientes, y siendo ( $\delta$ ) el ángulo existente entre las líneas de corriente y la fuerza ( $F$ ), en el punto de aplicación de ésta, podemos escribir -véase, por ejemplo, Bores (1968)-.

$$F \cos \delta = \frac{1}{2} \rho C_D S u^2 + \rho C_M \nabla \frac{\partial u}{\partial \tau} \quad (11)$$

y

$$F \sin \delta = \frac{1}{2} \rho C_L S u^2 \quad (12)$$

en donde:

- S es la superficie del canto opuesta al movimiento.
- $\nabla$  es el desplazamiento, volumen sumergido del canto.
- $\rho$  es la densidad del fluido, y
- $C_D, C_M, C_L$ , son los coeficientes de arrastre, inercial y de sustentación,

Elevando al cuadrado las expresiones (11) y (12) y sumando y extrayendo la raíz cuadrada se obtiene:

$$F = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \rho C_D S u^2 + \rho C_M \nabla \frac{\partial u}{\partial \tau}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \rho C_L S u^2\right)^2} \quad (13)$$

o bien:

$$F = \frac{1}{2} \rho C_D S u^2 \left( \left( 1 + \frac{\rho C_M \nabla \frac{\partial u}{\partial \tau}}{\frac{1}{2} \rho C_D S u^2} \right)^2 + \left( \frac{C_L}{C_D} \right)^2 \right)^{1/2} \quad (14)$$

y eliminando ( $F$ ) y el peso sumergido, ( $PS$ ),

$$P_s = \nabla (\gamma_c - \gamma_a) \quad (16)$$

entre las expresiones (10), (14) y (16) y simplificando se obtiene:

$$\frac{\nabla}{S} = C_D \left( \left( 1 + \frac{\rho C_M \nabla \frac{\partial u}{\partial \tau}}{\frac{1}{2} \rho C_D S u^2} \right)^2 + \left( \frac{C_L}{C_D} \right)^2 \right)^{1/2} \frac{\gamma_a \cos \beta - 7 f \sin \beta - \Delta f}{\gamma_c - \gamma_a} \frac{u^2}{2g} \quad (17)$$

Ahora bien, tanto la superficie, ( $S$ ), del canto como su volumen ó desplazamiento, ( $\nabla$ ), pueden ser expresados en función de una longitud característica ( $l$ ), en la forma:

$$S = k_S l^2 \quad (18) \quad ; \quad \nabla = k_V l^3 \quad (19)$$

en donde ( $k_S$ ) y ( $k_V$ ) son unos coeficientes, superficial y volumétrico respectivamente.

Sustituyendo entonces ( $S$ ) y ( $\nabla$ ) en la expresión (17) se deduce:

$$l = \frac{C_D k_S}{k_V} \left( \left( 1 + \frac{\rho C_M \nabla \frac{\partial u}{\partial \tau}}{\frac{1}{2} \rho C_D S u^2} \right)^2 + \left( \frac{C_L}{C_D} \right)^2 \right)^{1/2} \frac{\gamma_a \cos \beta - 7 f \sin \beta - \Delta f}{\gamma_c - \gamma_a} \frac{u^2}{2g} \quad (20)$$

y recordando (19):

$$P = \gamma_c \nabla = \gamma_c k_V l^3 \quad (21)$$

resulta finalmente:

$$P = \gamma_c k_V \left( \frac{C_D k_S}{k_V} \right)^3 \left( \left( 1 + \frac{\rho C_M \nabla \frac{\partial u}{\partial \tau}}{\frac{1}{2} \rho C_D S u^2} \right)^2 + \left( \frac{C_L}{C_D} \right)^2 \right)^{3/2} \left( \frac{\gamma_a \cos \beta - 7 f \sin \beta - \Delta f}{\gamma_c - \gamma_a} \right)^3 \left( \frac{u^2}{2g} \right)^3 \quad (22)$$

que es la expresión general del **equilibrio estático** de los cantos de un lecho inclinado y desprovisto de cohesión para una corriente cualquiera y que constituye la generalización de la fórmula de isbach.

#### DIQUES DE ESCOLLERA ROMPEOLAS

En el caso en que el movimiento del fluido esté originado por el un tren de ondas, la expresión (22) puede transformarse de acuerdo con las leyes del movimiento ondulatorio en formas aptas para las aplicaciones prácticas en la Técnica Marítima.

En efecto sobre el manto de los diques de escollera rompeolas la onda rompe total o parcialmente por efecto de la rápida disminución de profundidad y cuando adquiere su máxima velocidad, tanto en la fase de ascenso como en de descenso podemos admitir que la velocidad de la vena líquida es quasi permanente, evolucionando de manera relativamente lenta por efecto gravitatorio y de rozamiento con y a través de los mantos, particularmente del principal. Como primera estima podemos considerar entonces, en este caso, la aplicabilidad de la expresión (22)<sub>a</sub>.

La expresión de la velocidad máxima horizontal ( $u$ ) puede ser escrita, de acuerdo con la teoría lineal de las ondas, Airy (1848),

$$u = 2\pi r / T \quad (37)$$

en donde:

$$r = \frac{H}{2} \frac{\text{Ch} 2\pi \frac{d-z}{L}}{\text{Sh} 2\pi \frac{d}{L}} \quad (38)$$

y:

$$T^2 = \frac{2\pi}{g} L \text{Cth} \frac{2\pi d}{L} \quad (39)$$

Eliminando entonces (r) y (T) entre las expresiones (37), (38) y (39) y simplificando se obtiene:

$$\frac{u^2}{2g} = \frac{\pi H^2}{2} \frac{Ch^2 2\pi \frac{d-z}{L}}{Sh4\pi \frac{d}{L}} Cth \frac{2\pi d}{L} \quad (40)$$

y eliminando  $u^2/2g$  entre (22)a y (40) resulta finalmente:

$$P = \gamma_c k_v \left( \frac{C_D k_S}{k_v} \right)^3 \left( 1 + \left( \frac{C_L}{C_D} \right)^2 \right)^{3/2} \left( \frac{\gamma_a}{\gamma_c - \gamma_a} \frac{\cos \beta - 7 f \operatorname{sen} \beta - \Delta f}{f \cos \alpha \pm \operatorname{sen} \alpha} \right)^3 \left( \frac{\pi H^2}{2} \frac{Ch^2 2\pi \frac{d-z}{L}}{Sh4\pi \frac{d}{L}} Cth \frac{2\pi d}{L} \right)^3 \quad (42)_a$$

que constituye una primera estima de la expresión general del equilibrio estático de un dique rompeolas a la acción de una onda monocromática.

Para una determinada forma de los cantos, en la expresión hacemos el cambio de variable:

$$C_\Phi = k_v \left( \frac{C_D k_S}{k_v} \right)^3 \left( 1 + \left( \frac{C_L}{C_D} \right)^2 \right)^{3/2} (\cos \beta - 7 f \operatorname{sen} \beta - \Delta f)^3$$

cuya desviación estándar, etc. reflejarán las incertidumbres generadas por los parámetros:

$$(C_D), (C_L), (k_v), (k_S), (f), (\beta), (\Delta f)$$

y por la propia precisión del modelo fisicomatemático utilizado. Con este cambio la expresión (42)<sub>a</sub> puede escribirse en la forma abreviada:

$$P = \gamma_c C_\Phi \left( \frac{\gamma_a}{\gamma_c - \gamma_a} \frac{1}{f \cos \alpha \pm \operatorname{sen} \alpha} \right)^3 \left( \frac{\pi H^2}{2} \frac{Ch^2 2\pi \frac{d-z}{L}}{Sh4\pi \frac{d}{L}} Cth \frac{2\pi d}{L} \right)^3 \quad (42)_z$$

Para cada una de las (N) ondas de un tren de características (H, T, θ) actuando sobre un dique situado sobre un fondo de profundidad (d), el peso de los cantos dependerá, desde superficie al fondo, de la profundidad (z) del punto en consideración y de las características particulares del dique a esa profundidad (α, C<sub>Φ</sub>, f, γ<sub>c(z)</sub>).

En superficie (z = d) y  $Ch2\pi((d-z)/L) = 1$ , en consecuencia podemos escribir la expresión (42)<sub>z</sub>

$$P_{z=d} = \gamma_c C_\Phi \left( \frac{\gamma_a}{\gamma_c - \gamma_a} \frac{1}{f \cos \alpha \pm \operatorname{sen} \alpha} \right)^3 \left( \frac{\pi H^2}{2} \frac{1}{Sh4\pi \frac{d}{L}} Cth \frac{2\pi d}{L} \right)^3 \quad (42)_{z=d}$$

con lo cual, dividiendo ambas expresiones (42)<sub>z</sub> y (42)<sub>z=d</sub>, se obtiene:

$$\frac{P}{P_{z=d}} = \frac{\left( \gamma_c C_\Phi \left[ \frac{\gamma_a}{\gamma_c - \gamma_a} \frac{1}{f \cos \alpha \pm \operatorname{sen} \alpha} \right]^3 \right)_z}{\left( \gamma_c C_\Phi \left[ \frac{\gamma_a}{\gamma_c - \gamma_a} \frac{1}{f \cos \alpha \pm \operatorname{sen} \alpha} \right]^3 \right)_{z=d}} \left( Ch^2 2\pi \frac{d-z}{L} \right)^3 \quad (42)_f$$

en donde los subíndices indican las características de los parámetros del manto particularizados en superficie, (z = d), y en el nivel (z) en cuestión.

Evidentemente esta expresión, (42)<sub>f</sub>, nos permite, así, analizar el comportamiento del manto a las distintas profundidades, considerando todas las variaciones posibles de manto: talud, forma, peso específico, etc. de los cantos ocurrentes a ese nivel (z).

Dicho en otras palabras, la expresión, (42)<sub>f</sub>, representa la **función de transferencia** del efecto de **cada una de las ondas particulares**, teóricamente todas iguales, sobre la estabilidad **media** de los cantos del manto principal, desde la superficie al nivel (z).

Conocido el comportamiento del manto en superficie, la expresión (42)<sub>f</sub> puede considerarse como una primera estima de la expresión general del equilibrio estático de los distintos niveles de los dique rompeolas a la acción de una onda monocromática, en relación con el equilibrio en superficie.

#### 4.2. ESTIMA DE DIMENSIONAMIENTO DE LAS BERMAS CON OLAJE REAL

Ya que los resultados del apartado anteriores se refieren específicamente a cada **onda** monocromática de características (H, T, θ), actuando a la profundidad (z), sobre un dique situado sobre un fondo de profundidad (d), si esta **onda** es **activa** y se cumple la “función de transferencia”, con los parámetros (C<sub>Φ</sub>) al nivel de certidumbre correspondiente, **el dique se averiará en cualquier punto (z), desde la superficie al fondo, con igual probabilidad de fallo.**

En forma similar sometido el dique a un oleaje con estado del mar permanente, el abordaje de una **ola activa** de características (H<sub>i</sub>, T<sub>i</sub>, θ<sub>i</sub>), averiará el manto principal en superficie y/o a la profundidad (z), con igual probabilidad de fallo si se verifica la función de transferencia.

La ola siguiente, de características (H<sub>i+1</sub>, T<sub>i+1</sub>, θ<sub>i+1</sub>), puede ser mayor o menor, ser activa o no, averiando o no el manto a cualquier profundidad y lo mismo sucederá con todas las olas siguientes.

Ya que la secuencia de presentación de las alturas de ola es totalmente aleatoria el grado de avería originado por un estado del mar con una persistencia de (compuesto por) (N) olas deberá referirse, dada la aleatoriedad del oleaje y de los factores antes indicados, a los valores medios, definidos por las variables características (H<sub>1/3</sub>, T<sub>opt</sub>, etc.). De esta manera podemos ajustar el valor del parámetro (C<sub>Φ</sub>) –y en su caso del parámetro (f)– con la dispersión generada por las diversas incertidumbres introducidas: ya mencionadas en el caso de las ondas monocromáticas, a las que se agregan, en su caso, las debidas a la aleatoriedad del oleaje.

Precisamente esta variabilidad entre las sucesivas olas (i), (i+1), que no existe en el caso de las ondas, en la consideración de las ondas (olas) **activas** no parece, al menos teóricamente, afectar a la función de transferencia, pues esta se refiere a las características de cada una de las ondas (olas).

La función de transferencia nos permite, así, “trasladar” todos los resultados de la experimentación realizada en superficie para el manto principal, incluidos todos efectos sinérgicos de las variables (incluidos peralte, grouping, etc.) a cualquier profundidad (z < d).

$$\frac{P}{P_{z=d}} = \frac{\left( \gamma_c C_\Phi \left[ \frac{\gamma_a}{\gamma_c - \gamma_a} \frac{1}{f \cos \alpha \pm \operatorname{sen} \alpha} \right]^3 \right)_z}{\left( \gamma_c C_\Phi \left[ \frac{\gamma_a}{\gamma_c - \gamma_a} \frac{1}{f \cos \alpha \pm \operatorname{sen} \alpha} \right]^3 \right)_{z=d}} \left( Ch^2 2\pi \frac{d-z}{L} \right)^3 \quad (42)_f$$

con:

$$f = 2,38 \text{ para escolleras naturales de esfericidad media.}$$

$$f = 2,84 \text{ para bloques paralelepípedicos 2:2:3.}$$

### 5. FIABILIDAD DE DISEÑO ADMISIBLE PARA LA OBRA

Conocida la fiabilidad del sistema, de la obra, ineludiblemente se nos plantea una cuestión fundamental: ¿Es **alta** o **baja** la **fiabilidad** obtenida para el dique, para el **sistema**?, ya que en términos de probabilidad la **seguridad absoluta** es una **utopía**. El **riesgo** de fallo siempre existe.

En nuestros Apuntes de la Escuela, "Análisis de fiabilidad de los sistemas de diseño", Bores (1980), propusimos que la Fiabilidad de diseño de las obras marítimas debía estar basada en los siguientes tres **principios** fundamentales:

1. Todas las obras, todos los sistemas de diseño, responsablemente diseñados deben tener una fiabilidad admisible o de diseño, ( $\Phi$ ), que, obviamente, debe cumplir la **condición fundamental**

$$1 \geq \Phi \geq 0.50$$

ya que, por razones obvias, incluso las obras mas insignificantes debieran tener una fiabilidad no inferior a ( $\Phi = 0.50$ ).

2. La fiabilidad admisible, ( $\Phi$ ), lógicamente debe depender del **grado** de importancia que en principio consideramos dependiente del **ámbito geográfico** a que afectan estas obras, así como al **rango** de importancia dentro de ese ámbito.
3. La fiabilidad de diseño de las obras debiera ser también función de diversos **factores** que afectan a las consecuencias del fallo de las obras dentro de su ámbito. En principio debieran ser mas seguras, tener mayor fiabilidad ( $\Phi$ ), las obras, los sistemas, cuyo fallo puede ocasionar la pérdida de vidas humanas o quebranto de su bienestar, afectar a la seguridad nacional, a la integridad y estabilidad ambiental del medio y/o producir la pérdida y/o inmovilización de bienes importantes.

Es decir, la fiabilidad admisible o de diseño es un problema multivariado en el que consideramos como "variable principal" el **grado** de importancia de las obras, (G), compuesta por dos variables simples: El **ámbito** y el **rango** de importancia.

Consideramos que esta "variable principal" se distribuye, como primera estima, siguiendo la distribución de Gumbel, por ejemplo, ya que tratamos de determinar con la mayor garantía posible su comportamiento en los extremos.

En 1980, consideramos el espacio **geográfico** / económico dividido en **tres ámbitos** (Planetario / Regional / Local), cualitativamente bien diferenciados y con connotaciones cuantitativas del orden de ( $10^4/10^2/10^0$  M€), lo que, dada la enorme amplitud de los ámbitos considerados, cabe, evidentemente, matizar mediante una división tricotómica adicional, con **rangos**, (alto / medio / bajo), (H / M / L).

La unión de ambos criterios nos produce un espacio aleatorio bidimensional de decisión, que podemos representar como una matriz simétrica sencilla en la que se valoran con la

misma importancia la situación de (ámbito local / rango alto) y (ámbito planetario / rango bajo).

Estimando las sucesivas bandas de partición del dominio:

$$1 \geq \Phi \geq 0.50$$

de acuerdo con el principio 1, y admitiendo una partición de la distribución de probabilidad con incrementos ( $\Delta y$ ) de la variable unitaria (y) crecientes, según una progresión geométrica de razón **tres**, obtenemos:

**GRADOS de IMPORTANCIA**, Matriz de incrementos ( $\Delta y$ )

ámbito geográfico (nivel económico)	planetario $10^4$ M€	regional $10^2$ M€	local $10^0$ M€
<b>rango</b> ↓ alto	8.1	2.7	0.9
medio	2.7	0.9	0.3
bajo	0.9	0.3	0

Considerando como valor inicial de (y) el correspondiente a una probabilidad ( $p = 0.50$ ) que en el caso de la distribución de Gumbel es ( $y = 0.367$ ), y sumando esta cantidad a todos los distintos miembros de la matriz anterior resulta:

**GRADOS de IMPORTANCIA**, Matriz de la variable unitaria (y)

ámbito geográfico (nivel económico)	planetario $10^4$ M€	regional $10^2$ M€	local $10^0$ M€
<b>rango</b> ↓ alto	8.467	3.067	1.267
medio	3.067	1.267	0.667
bajo	1.267	0.667	0.367

de la cual, inmediatamente, se deduce la matriz de probabilidad mostrada en la Tabla 5.

Una más clara y precisa asignación de la estima de equivalencias entre los conceptos lingüísticos, cualitativos, y los "equivalentes" cuantitativos de los valores medios y de los límite de las bandas viene dado en la Tabla 6.

Ahora bien el **principio** 3 nos señala que la fiabilidad de las obras debiera depender también de otros factores entre los cuales se encuentra, como no, el **coste** de la obra, pero no solo el **coste**. Existen otros factores, no fácilmente valorables económicamente, que también deben ser considerados.

La **actividad** ó actividades –portuaria, defensa de costas, etc.– del sistema en la que se integran las obras es también un factor importante en la decisión sobre la fiabilidad de diseño de éstas, pues el fallo de las obras repercutiendo sobre el funcionamiento del sistema tiene unas consecuencias muy distintas según esa actividad o actividad.

La paralización de un puerto deportivo por fallo de alguna de las obras que lo integran es, evidentemente, indeseable pero ello supone, en el peor de los casos, que los usuarios tengan que cambiar su deporte preferido por otro deporte durante el tiempo de reparación.

G – GRADOS de importancia, Matriz de probabilidad (p) -Gumbel			
ámbito geográfico (nivel económico medio)	planetario $10^4$ M€	regional $10^2$ M€	local $10^0$ M€
<b>rango</b> ↓ alto	0.9999957	0.98607	0.81158
medio	0.98607	0.81158	0.5984
bajo	0.81158	0.5984	0.5

TABLA 5.

G – GRADOS de importancia, Bandas de probabilidad (p) -Gumbel			
Ámbito / Rango	Fiabilidad	Valores medios bandas	Valores límites bandas
Planetario Regional Local			
alto	0.9999957	10 <sup>4</sup>	5.10 <sup>3</sup>
medio alto	0.98507	10 <sup>3</sup>	5.10 <sup>2</sup>
bajo medio alto	0.8116	10 <sup>2</sup>	5.10 <sup>1</sup>
bajo medio	0.598	10 <sup>1</sup>	5.10 <sup>0</sup>
bajo	0.5	10 <sup>0</sup>	

TABLA 6.

Distinto es el caso de los puertos comerciales, en cuyo caso lo que se paraliza es la actividad económica y comercial directa o indirectamente relacionada con el puerto.

Las bases navales constituyen una modalidad portuaria que deben tener la máxima fiabilidad, pues perder una guerra o aunque solo sea una batalla por el fallo de una obra portuaria, de un buque, etc. puede tener consecuencias históricas. Recordemos la Armada Invencible.

Distinguimos, así, tres niveles de **actividad: Defensa, producción /servicios y recreo**, incluyendo en defensa no solo la militar sino la de protección civil, sanidad, etc.

Cabe extender la reflexión sobre el factor actividad a un aspecto que consideramos, de alguna manera, complementario de éste y que nos merece la mayor atención: La **indispensabilidad**.

Desde el punto de vista de la teoría de sistemas las obras marítimas pueden resultar **indispensables** al ser nudos del sistema de transporte y su fallo puede paralizar partes fundamentales de este sistema, afectando, en ocasiones decisivamente, entornos geográficos fundamentales y/o sectores comerciales básicos, sin posibilidad, razonable, de otras alternativas.

Por ejemplo, el puerto de Rotterdam es indispensable para tránsito de mercancías de la Europa Occidental, su paralización repercute sobre la totalidad del planeta en forma importante, no puede ser substituido por ningún puerto cercano. La paralización del puerto pesquero de Bermeo obliga a derivar su tráfico a algún otro puerto o puertos cercanos, como Lequeitio, Motrico, e incluso al propio Bilbao. Su indispensabilidad es baja y su ámbito meramente local. La **indispensabilidad** puede entonces ser **total, sectorial o nula**.

Factor de fundamental importancia en el diseño de las centrales nucleares, industrias químicas de alta toxicidad, etc., es la **peligrosidad**.

Por las consecuencias del fallo distinguimos tres niveles de **peligrosidad: accidental, catastrófica, genética**.

Consideramos que la **peligrosidad** del fallo de un sistema es **accidental** cuando sus efectos se restringen al marco personal, individual, y al presente, aunque pueda haber varios individuos afectados y alguno pueda quedar inválido. Tal es el caso de la mayor parte de los accidentes de circulación, de los accidentes laborales, etc.

Cuando las consecuencias del fallo del sistema alcanzan a un gran número de personas, como en el caso de la rotura de presas, de accidentes de aviación, etc., afectando al cuerpo social, la **peligrosidad** será denominada **catastrófica**.

En los niveles anteriores se excluye todo daño genético a la especie. Cuando este daño ocurre la **peligrosidad** será denominada **genética**.

El **coste económico**, considerado desde el siglo XX como básico no debe valorar únicamente los gastos derivados de la restauración de la obra sino también los bienes directamente, afectados y/o dependientes, así como la restauración del entorno ambiental y social afectados, incluido el **daño psicológico** (por pérdida de imagen, alarma social, etc.). Cabe entonces considerar tres niveles, acumulativos, de consideración del coste económico: El **coste menor** (bajo) correspondiendo únicamente a los gastos de reparación de la obra, el **coste medio** al anterior mas la compensación de los bienes directamente afectados o dependientes y **mayor** (alto) al anterior mas los de restauración del entorno ambiental y social afectados, incluido el **daño psicológico** (por pérdida de imagen, alarma social, etc.).

Existen, pues, diversos factores que modifican el grado de importancia, principio **III**, y que hacen el problema multivariado. En cada caso particular, para cada uno de los cuatro factores considerados : Actividad, Indispensabilidad, Coste y Peligrosidad, existe un valor del grado de importancia (G), que resulta modificado, ponderado, por dicho factor.

Como primera estima consideramos que estos **factores de importancia**, como en el caso de los **grados** de importancia siguen progresiones geométricas sencillas, de razón (1/2) para los tres primeros casos y (1/5) en el cuarto, en la forma que mostramos en la Tabla 7.

F – FACTORES de importancia			
/ Sectores			
Actividad	Defensa	Producción	Recreo
	1 / 4	1 / 2	1
Indispensabilidad	Total	Sectorial	Ninguna
	1 / 4	1 / 2	1
Coste (Restauración)	Ambiental	B. Defendidos	Obra
	1 / 4	1 / 2	1
Peligrosidad (Vidas humanas)	Genética	Catastrófica	Accidental
	1 / 25	1 / 5	1

TABLA 7.

En estas condiciones, consideramos como valor representativo de la **fiabilidad** la **media potencial**, resultante de la raíz enésima (n = 4) del producto de los (n) grados de importancia (GA), (GI), (GC) y (GP) elevados a (ponderados por) los (n) factores correspondientes (FA), (FI), (FC) y (FP).

$$IVe \quad \Phi = \sqrt[4]{G_A^{F_A} \cdot G_I^{F_I} \cdot G_C^{F_C} \cdot G_P^{F_P}}$$

Según podemos comprobar, ni la estructura matemática de la estima, ni los valores asignados a los grados y factores, ni los resultados obtenidos con la estima propuesta en el 1980 han cambiado apreciablemente, excepto en el sentido de una mayor coherencia y simplificación conceptual. Y esto por dos razones: **Primero** porque los valores de la fiabilidad admisible o de diseño obtenidos para todos los casos considerados, abarcando un espectro muy amplio, corresponden muy bien con lo que dicta el sentido común y la opinión de los especialistas. **Segundo** porque, precisamente desde entonces, se vienen imponiendo en el mundo métodos de análisis, tales como la "fuzzy logic", en ciertos aspectos similares a nuestra propuesta.

#### APLICACIÓN PUERTO DE BILBAO

Factores de importancia		Grados de importancia	
Sector		Ámbito/Nivel	Rango
actividad	servicios	regional	medio
indispensabilidad	sectorial	regional	medio
coste	defendidas	10 <sup>2</sup> M€	bajo
peligrosidad	accidental	local	bajo

Factores	=	0.5	0.5	0.5	1
Grados	=	0.812	0.812	0.598	0.5

$$Radm = 0.812^{0.5} \times 0.812^{0.5} \times 0.598^{0.5} \times 0.5^1 = 0.749$$

lo que con una vida previsible o de diseño de 50 años corresponde a un periodo de retorno ( $\tau$ )

$$\tau = 173 \text{ años}$$

Nos parece interesante, incluso a nivel de resumen, comparar estos resultados con otros ejemplos de la técnica marítima e incluso con otros casos de la ingeniería:

#### Puerto de recreo José Banús

actividad	recreo	local	alta
indispensabilidad	ninguna	local	baja
coste	obra	10 <sup>0</sup> M€	media
peligrosidad	accidental	local	bajo

Factores	=	1	1	1	1
Grados	=	0.812	0.5	0.598	0.5

$$Radm = 0.59 \quad \tau = 95 \text{ años}$$

#### Presa de Assuan Rio Nilo (Egipto)

actividad	servicios	regional	alto
indispensabilidad	total	regional	alto
coste	+ ambiental	10 <sup>4</sup> M€	alto
peligrosidad	catastrófica	regional	alto

Factores	=	0.5	0.25	0.25	0.20
Grados	=	0.986	0.986	0.999996	0.986

$$Radm = 0.996 \quad \tau = 15.000 \text{ años}$$

#### Presa Río de las Piedras (Abastecimiento Huelva)

actividad	servicios	local	media
indispensabilidad	sectorial	local	alta
coste	work	10 <sup>0</sup> M€	alto
peligrosidad	accidental	local	media

Factores	=	0.5	0.5	1	1
Grados	=	0.598	0.812	0.812	0.598

$$Radm = 0.763 \quad \tau = 185 \text{ años}$$

#### Puente de Golden Gate (San Francisco)

actividad	servicios	regional	alto
indispensabilidad	total	regional	alto
coste	obra	10 <sup>2</sup> M€	alto
peligrosidad	catastrófica	local	alto

Factores	=	0.5	0.25	0.25	0.2
Grados	=	0.986	0.986	0.986	0.812

$$Radm = 0.985 \quad \tau = 3.370 \text{ años (50)}$$

### 6. FIABILIDAD DE DISEÑO ADMISIBLE PARA LOS COMPONENTES

Conocida la estima de la fiabilidad de diseño del sistema es importante estimar como debe repartirse esta fiabilidad entre los diversos componentes de fallo de la obra. Esto puede realizarse mediante el análisis económico ya que ninguno de los tres factores: **ámbito**, **necesidad** y **peligrosidad**, ni sus respectivos **grados** resultan afectados, ya que se conserva la **fiabilidad de diseño del sistema**.

En el caso de **fallo total** (100% averías) de cualquiera de los componentes, se produce la ruina de la obra, o al menos de uno de sus elementos (caso de obras compuestas), con lo cual ésta, en general, dejará de cumplir con su función. El puerto, etc., quedará entonces fuera de servicio, al menos parcialmente.

Podemos, al menos como primera estima, (Bores 80) considerar la obra como un sistema en serie, con lo cual de acuerdo con la regla de Lúser:

$$\Phi = \phi_1 \cdot \phi_2 \cdot \dots = \prod_i \phi_i$$

en donde ( $\Phi$  es la fiabilidad de diseño del sistema y ( $\phi_i$ ) la fiabilidad de diseño del componente (i).

Por otra parte ya que coste total de la obra (C) es, evidentemente, la suma de los costes ( $C_i$ ) de todos los componentes (i)

$$C = C_1 + C_2 + \dots = \sum_i C_i$$

En el caso de dos componentes, el sistema de ecuaciones se reduce a:

$$\begin{aligned} \Phi &= \phi_1 \cdot \phi_2 \\ C &= C_1 + C_2 \end{aligned}$$

cuya solución es inmediata admitiendo la siguiente **hipótesis** complementaria:

El riesgo de fallo de los componentes ( $\rho_i = 1 - \phi_i$ ) es inversamente proporcional a sus respectivos costes ( $C_i$ ), o sea:

$$\frac{C_1}{1 - \phi_1} = \frac{C_2}{1 - \phi_2}$$

De las tres ecuaciones anteriores inmediatamente obtenemos:

$$\phi_2 = \frac{(C_1 - C_2) + \sqrt{(C_1 - C_2)^2 + 4C_1C_2\Phi}}{2C_1}$$

y

$$\phi_1 = \Phi / \phi_2$$

La extensión de este razonamiento a cualquier número de componentes es inmediata, ya que puede considerarse el sistema dividido primeramente en dos subsistemas y cada uno de éstos, a su vez, en otros dos, hasta llegar a determinar la fiabilidad de todos los componentes del sistema.

Como **ejemplo** de aplicación consideremos el dique de Punto Lucero, **Bilbao**, que nos está sirviendo guía en esta exposición,

Fiabilidad de diseño  $\Phi = 0.749$

Considerando que la fiabilidad del espaldón, núcleo, mantos secundarios, suelo, en este caso pueden consideradas como  $\phi_k = 1$ , la Estima relativa de los costos y fiabilidades de los restantes componentes son:

Manto principal	$C_M = 100$	$\phi_M = 0.784$
Berma superior	$C_{B1} = 20$	$\phi_{B1} = 0.977$
Berma inferior	$C_{B2} = 10$	$\phi_{B2} = 0.992$

ESTIMA 3 : DISEÑO OPTIMO

- INPUT

DESIGN

FORM0	=			ARMOR
DEPT0	=	0	m.	BLOCKS
WEIGHT0	=	155	tons	
DENSITY1	=	2.35	tons/m <sup>3</sup>	
TALUS1	=	2		

FORM1	=			BERMS
DEPT1	=	19.8	m.	BLOCKS
WEIGHT1	=	14	tons	
DENSITY1	=	2.8	tons/m <sup>3</sup>	
TALUS1	=	2		

FORM2	=			ROCKS
DEPT2	=	30.3	m.	
WEIGHT2	=	5	tons	
DENSITY2	=	2.35	tons/m <sup>3</sup>	
TALUS2	=	2		

SPECIFICATIONS

CONFIGURATION	LINEAL	
FAILURE	ELEMENTAL	
DAMAGE	=	100
RANK	EXTREMAL	
PRECISION	HIGH	
CONFIDENCE	=	0.5
		LIFE = 50

- OUTPUT

FAILURE CLASS : STRUCTURAL

RELIABILITIES  
SUBCLASS : • STABILITY, COMPONE. SUBCLASS CLASS

- ARMOR **0.784**
- BERM1 **0.977**
- BERM2 **0.992**

**0.76**

- RESISTENCE, (estimate) 0.99
- DURABILITY, (estimate) 0.994

STRUCTURAL RELIABILITY,	<b>0.748</b>
ADMISSIBLE RELIABILITY,	<b>0.749</b>

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS MÁS DESTACADAS SOBRE EL MSM

- (1977) Suárez Bores P. -Análisis aleatorio multivariado. Terminología y conceptos básicos- R.O.P. no. 3151 pags. 831-836.
- (1979) Suárez Bores P. -Sistemas aleatorias multivariados de estabilidad. Aplicación a las Obras Marítimas. R.O.P. no. 3168. pags. 257-262.  
Componente de fallo gradual del manto principal de los diques de escollera. R.O.P. no. 3168. pags. 263-282.
- (1980) Suárez Bores P. -Obras Marítimas Exteriores. Análisis de fiabilidad de los sistemas de diseño. Apuntes de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. D.L M-32820-1980 ISBN 84-7493-024-3.
- (1982) Suárez Bores P. -Obras Marítimas Exteriores. Análisis de fiabilidad de los sistemas de diseño. Apuntes de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. 2ª Edición.
- (1990) Almazán J. L. -"Criterios de evaluación económica de macro-proyectos de infraestructuras para el transporte".- Tesis doctoral E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Univ. Politécnica de Madrid. (Aplicación MSM).
- (1999) Arribas R. (1999). -"Jerarquización de impactos en la dinámica estuarina de la Ría de Huelva"- Tesis doctoral. E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Univ. Politécnica de Madrid. (Aplicación MSM).
- (2001) Suárez Bores P. -Después de Iribarren: El Método Sistemico Multivariable- R.O.P. no. 3406. pags. 13-28.