

Pérdidas de energía del flujo en medios granulares

ÁNGEL LARA DOMÍNGUEZ (*), RAFAEL COBO RAYÁN (**), M^º PILAR VIÑA GÓMEZ (***)
y FRANCISCO GARCÍA SÁNCHEZ (****)

RESUMEN En los estudios de filtración de un fluido como el agua a través de un medio granular permeable, se suele utilizar la fórmula de Ergun para determinar la ley de resistencia que determina dicha filtración.

En el Laboratorio de Hidráulica del Centro de Estudios Hidrográficos (CEDEX), se han realizado una serie de ensayos de permeabilidad con materiales de gran tamaño para determinar el gradiente hidráulico de los mismos y compararlo con el valor proporcionado por Ergun.

Se analiza igualmente la mejor adecuación de la porosidad efectiva frente a la porosidad total en el cálculo del gradiente hidráulico.

El análisis de los ensayos realizados ha puesto de manifiesto que a partir de valores de D₅₀ superiores a 10 mm y para caudales comprendidos entre 1 l/s y 10 l/s, el gradiente hidráulico obtenido se diferencia progresivamente más del gradiente obtenido mediante la fórmula de Ergun, acotándose así un rango superior de aplicabilidad de dicha fórmula.

ENERGY LOSS OF FLOW IN GRAINED MEDIUM

ABSTRACT *In studies of filtering a fluid like water through a grained permeable material, the Ergun's formula to determine the resistance law –which states the filtration– is usually used.*

In the Hydraulic Laboratory of the Centro de Estudios Hidrográficos (CEDEX), a series of permeability essays with large-sized materials have been carried out to determine their hydraulic gradient and compared it to the value provided by Ergun.

In the calculation of the hydraulic gradient, the fact of using the effective porosity instead of the total porosity, is also discussed. The analysis of the tests has shown that for D₅₀ values greater than 10 mm and for flows ranging from 1 l/s to 10 l/s, the hydraulic gradient of the tests is gradually lower than the gradient obtained by the Ergun's formula, limiting thus a superior range of applicability of this formula.

Palabras clave: Material granular, Porosidad efectiva, Gradiente hidráulico, Ensayos en permeámetro.

Keywords: Grained material, Effective porosity, Hydraulic gradient, Permeameter test.

1. INTRODUCCIÓN

El trabajo sintetizado en este artículo se enmarca dentro del proyecto “Métodos numéricos y experimentales para la evaluación de la seguridad y protección de las presas de materiales sueltos en situación de sobrevuerto” desarrollado conjuntamente por el Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas (CEDEX), la Universidad Politécnica de Madrid (UPM) y el International Center for Numerical Methods in Engineering (CIMNE).

El objetivo del proyecto es la caracterización del proceso de rotura de las presas de materiales sueltos por sobrevuerto, centrandolo el esfuerzo en la caracterización de la rotura completa de la presa, incluyendo el colapso del elemento impermeable, ya sea éste un núcleo de arcilla o una pantalla asfáltica o de hormigón. Este análisis resulta indispensable para llegar a obtener criterios aplicables para el cálculo de los hidrogramas de rotura que se ha de realizar, según la normativa vigente, en todas las grandes presas existentes en España

(*) Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Consejero Técnico. Laboratorio de Hidráulica. Centro de Estudios Hidrográficos del CEDEX.
E-mail: Angel.Lara@cedex.es

(**) Licenciado en Ciencias Geológicas. Director de Programa. Laboratorio de Hidráulica. Centro de Estudios Hidrográficos del CEDEX.
E-mail: Rafael.Cobo@cedex.es

(***) Ingeniero de Caminos Canales y Puertos. Investigadora. Laboratorio de Hidráulica. Centro de Estudios Hidrográficos del CEDEX.

(****) Ingeniero Técnico Agrícola. Jefe Sección Técnica. Laboratorio de Hidráulica. Centro de Estudios Hidrográficos del CEDEX.
E-mail: Francisco.G.Sanchez@cedex.es

El análisis de las causas de la rotura debe permitir disponer de datos suficientes para desarrollar una metodología de construcción de protecciones económicas que palien o eviten por completo la ruina de la presa ante episodios de sobrevvertido. Con ello se podrá cumplir con los nuevos criterios vigentes en España sobre el diseño de aliviaderos, y estar mejor preparados para afrontar el aumento de la importancia y magnitud de los eventos de precipitación extrema que es una de las principales consecuencias del cambio climático según el último informe del IPCC (International Panel on Climatic Change).

El proyecto general se subdividió en tres subproyectos: BIAS2010-21350-C03-01 realizado por el CIMNE que sería el organismo encargado de implementar un modelo numérico; BIAS2010-21350-C03-02 desarrollado por el CEDEX que consistía en realizar los ensayos en modelos físicos reducidos necesarios y suficientes para calibrar y validar el modelo matemático y BIAS2010-21350-C03-03 desarrollado por la ETS de ICCP (UPM) que tenía como objetivo diseñar y ensayar las protecciones de pie de presa necesarias para minimizar los daños provocados por el sobrevvertido. También realizarían ensayos en modelo físico reducido para complementar los realizados por el CEDEX.

2. MODELO DE FILTRACIÓN. LA ECUACIÓN DE ERGUN

En el modelo matemático se comenzó estudiando el proceso de filtración del agua a través del material de la presa; a continuación, mediante otro módulo, se modelizó la deformación del espaldón de aguas abajo y, por último, se procedió a realizar el modelo acoplado de ambos módulos.

La ley de resistencia empleada en un principio en el modelo matemático para la simulación del fenómeno de filtración corresponde a la definida por la ecuación de Ergun, que mide la pérdida de presión de un fluido que pasa a través de un volumen de material sólido granular. Este material granular se puede caracterizar con las siguientes magnitudes:

- ϵ = porosidad, expresada como V_h/V_t .
- V_h = volumen de huecos.
- V_t = volumen total.
- ϕ = esfericidad de las partículas = S_e/S_p .
- S_e = superficie de una esfera de igual volumen que la partícula.
- S_p = superficie de la partícula.
- d_p = tamaño de la partícula = diámetro de la misma si es esférica.

para partículas no esféricas:

$$d_p = \phi d_e$$

siendo d_e = diámetro equivalente.

La resistencia que se opone al paso del flujo a través de las partículas sólidas es la resultante del rozamiento total de todas las partículas y el rozamiento total por unidad de área es igual a la suma de dos fuerzas: fuerzas de rozamiento viscoso y fuerzas de rozamiento turbulentas.

Se supone que en todos los casos se dan las siguientes circunstancias:

- Las partículas están dispuesta al azar.
- Todas las partículas tienen el mismo tamaño y forma.
- Los efectos de pared son despreciables.

en este caso la expresión de Ergun es:

$$\Sigma F = \frac{150\mu u_0 L}{d_p^2 \rho} \frac{(1-\epsilon)^2}{\epsilon^3} + \frac{1,75u_0^2 L}{d_p} \frac{1-\epsilon}{\epsilon^3} \quad [1]$$

donde el primer término de la suma expresa la pérdida debida a las fuerzas de rozamiento viscoso y el segundo término de la suma, la pérdida debida a las fuerzas turbulentas.

ρ = Densidad del fluido.

μ = Viscosidad dinámica del fluido.

Se puede utilizar la viscosidad cinemática haciendo $\nu = \mu/\rho$.

d_p = Diámetro de la partícula.

L = Distancia recorrida por el fluido.

ϵ = Porosidad del material.

u_0 = Velocidad del fluido si no existiesen sólidos.

$u_0 = Q/S$ aprox = velocidad de Darcy.

Q = Caudal.

S = Sección.

La pérdida de presión correspondiente sería:

$$\Delta P = \rho \Sigma F \quad [2]$$

Para números de Reynolds menores de 20, se puede despreciar el término turbulento y para números de Reynolds mayores de 1000, se puede despreciar el término viscoso.

Si pasamos el parámetro L de la ecuación [1] al primer término de la ecuación [2], y suponiendo la densidad para el caso del agua igual a 1, podemos suponer que:

$$\frac{\Sigma F}{L} = \frac{\Delta P}{L} = \text{gradiente hidráulico (i)} \quad [3]$$

siempre que se mantenga invariable el caudal y el material no se mueva.

Si expresamos los dos términos de la ecuación [1] en función de la velocidad u_0 , agrupando el resto de parámetros en uno sólo tendremos:

$$A = 150 \frac{\mu(1-\epsilon)^2}{d_p^2 \rho \epsilon^3} \quad [4]$$

$$B = 1,75 \frac{1-\epsilon}{d_p \epsilon^3} \quad [5]$$

Sustituyendo las expresiones [3], [4] y [5] en la expresión [1] ésta adopta la forma:

$$i = Av + Bv^2 \quad [6]$$

donde:

i = Gradiente hidráulico.

v = Velocidad del flujo.

A, B = Coeficientes de Ergun.

3. DISCUSIÓN DE ALGUNOS DE LOS PARÁMETROS DE LA ECUACIÓN DE ERGUN

3.1. DIÁMETRO DE LAS PARTÍCULAS

En condiciones de trabajo reales es imposible que las partículas detríticas (clastos) cumplan las condiciones de Ergun y que todas sean esferas del mismo tamaño. De hecho en todos los materiales empleados en los ensayos se da una dispersión de tamaños en torno a un valor medio y una variedad de formas consecuencia del machaqueo en cantera de los mismos.

En estas condiciones, el tamaño de un clasto sería el valor medio de todas sus dimensiones, siendo este valor medio el correspondiente al diámetro de la esfera de Udden, es decir a una esfera que tuviera el mismo volumen que el clasto. El diámetro de dicha esfera recibe el nombre de diámetro equivalente (d_e). Dado que medir todas las dimensiones de un clasto resulta imposible en la práctica, se suelen utilizar diferentes metodologías en función del tamaño de los clastos. En

el rango de tamaños que se tenían previsto utilizar lo más adecuado era obtener el valor medio de su longitud, anchura y espesor máximos, medidos de forma ortogonal, aunque no se corten en un mismo punto. No obstante, el gran número de muestras que había que determinar y el gran tamaño de las mismas implicaba la necesidad de medir un número muy elevado de clastos para garantizar la representatividad del valor obtenido.

Se decidió utilizar un sistema más efectivo para determinar directamente el diámetro equivalente (d_e). Puesto que los materiales procedían de la misma cantera y eran todos del mismo tipo de caliza, se procedió a calcular la densidad de dicho material. Una vez realizadas las pruebas oportunas esta densidad resultó ser de 2,57 t/m³. Pesando cada clasto con suficiente precisión, se puede calcular el volumen del mismo y a partir del mismo el diámetro de la esfera equivalente, es decir d_e .

$$V = \frac{P}{\delta}$$

donde:

V = Volumen de la esfera equivalente (cm³).

P = Peso del clasto (g).

δ = Peso específico del clasto (g/cm³).

Dado que,

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

entonces:

$$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3\left(\frac{P}{\delta}\right)}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3P}{12,57}}$$

Finalmente se establece:

$$d_e = \sqrt[3]{0,093 P}$$

A partir de los diferentes valores obtenidos se puede calcular fácilmente el percentil D_{50} cuyo valor será el que emplearemos en la fórmula de Ergun.

3.2. POROSIDAD DEL MATERIAL

La porosidad es la medida del volumen de espacios huecos en una roca:

$$\text{Porosidad} = \left(\frac{\text{volumen de huecos}}{\text{volumen total}} \right) \times 100$$

La porosidad se expresa como ϵ , ϕ o como n y recibe el nombre de porosidad total. Se puede expresar en % o en 'tanto por uno', pero en cualquier caso es adimensional.

Se pueden definir varios tipos de porosidad según la conexión de sus poros:

- Conectada: poros conectados por un sólo lado.
- Interconectada: poros conectados por varios lados.
- Aislada: poros sin conexión entre sí.

También se puede definir una porosidad eficaz que es el volumen de agua drenada por gravedad con respecto al volumen total.

$$\phi_e = \left(\frac{\text{volumen de agua drenada}}{\text{volumen total}} \right) \times 100$$

Se puede dar algún tipo de confusión con los términos ingleses *specific yield* y *effective porosity*. Ambos términos están relacionados con el volumen de agua que podemos obtener de

un medio poroso saturado. *Specific yield* se traduce como 'rendimiento específico' y sería equivalente a lo que hemos definido como 'porosidad eficaz'. *Effective porosity* o 'porosidad efectiva' sería la sección disponible para la circulación del agua. En la práctica ambos términos se dan como equivalentes aunque no expresan lo mismo, pero en definitiva el agua que queda adherida a los granos y no se mueve por gravedad determina la porosidad eficaz y la disminución de la sección del poro y por tanto de la porosidad efectiva.

En el laboratorio es fácil medir la porosidad eficaz, pero no existe un método experimental para obtener el valor de la porosidad efectiva. Por ello se acostumbra a dar el mismo valor numérico a ambas.

En general, la porosidad total (ϕ_t) está en relación inversa con el tamaño de grano. A mayor tamaño de grano, el tamaño de los poros es mayor, pero su número es pequeño y, por tanto, el volumen total de poros es pequeño. A menor tamaño de grano, el tamaño de los poros es menor, pero su número es mayor y, por tanto, el volumen total de poros es grande.

Asimismo, en general, la porosidad eficaz (ϕ_e) está en relación directa con el tamaño de grano. A mayor tamaño de grano mayor porosidad eficaz y a menor tamaño de grano, menor porosidad eficaz. Esto es así porque a menor tamaño de grano, para un mismo volumen, la superficie total granular es mayor y retiene una mayor cantidad de agua.

Como resultado de aplicar los conceptos anteriormente explicados a un medio granular poroso, parece justificado diferenciar, entre porosidad total y porosidad efectiva:

- La porosidad total es un valor adecuado para definir el volumen total de huecos que hay por unidad de volumen.
- La porosidad eficaz parece un valor más adecuado para utilizar en medios saturados o por los que circula agua. En este caso siempre se cumplirá que la porosidad total es mayor que la eficaz, puesto que una parte mayor o menor de agua quedará adherida a la superficie de las partículas granulares tanto por adherencia como por capilaridad (Figura 1). La consecuencia es que la sección a través de la que el agua puede fluir se ve reducida y por tanto habrá una mayor dificultad para la circulación del agua; es decir, disminuye la permeabilidad.

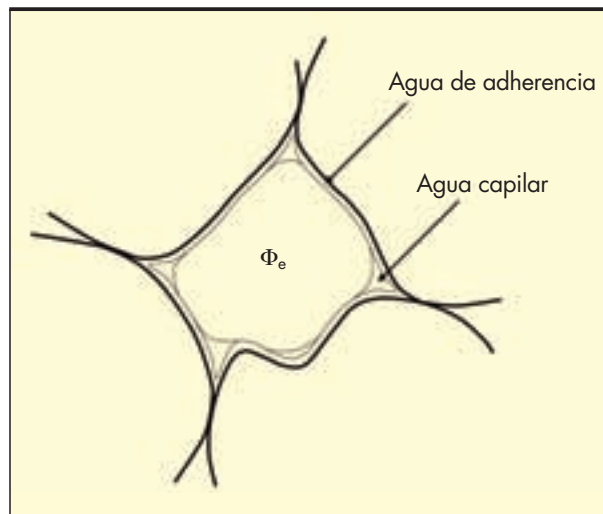


FIGURA 1. Distribución del agua en el interior de un poro.

D ₅₀	φ _t	φ _e	φ _t - φ _e
10 mm (con buena selección)	46,68%	40,74%	5,94%
12 mm (con buena selección)	44,00%	40,60%	3,40%
12 mm (con mala selección)	45,17%	40,76%	4,41%
20 mm (uniforme)	43,30%	39,12%	4,20%
35 mm (uniforme)	44,99%	41,33%	3,66%
35 mm (con buena selección)	45,60%	42,70%	2,90%
50 mm (bien seleccionado)	44,50%	43,40%	1,10%

TABLA 1. Valores de la porosidad total y efectiva para diversos tamaños de clasto.

3.3. DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE LA POROSIDAD EFECTIVA

Para obtener experimentalmente el valor de la porosidad efectiva en cada uno de los materiales de ensayo, se procedió a disponer de un depósito de volumen fijo y determinado (V_d), descubierto por su parte superior y provisto de una dispositivo para la salida del agua en su parte inferior. En primer lugar se llenaba el depósito con el material granulométrico y se medía el volumen de agua que entraba en el depósito que es el volumen total de huecos (V_h)

La porosidad total (φ_t) será:

$$\phi_t = 100 \frac{V_h}{V_d}$$

A continuación se vacía el depósito midiendo el volumen extraído (V_e). La porosidad eficaz (φ_e) será:

$$\phi_e = 100 \frac{V_e}{V_d}$$

En la Tabla 1 se presentan algunos de los resultados obtenidos.

A la vista de estos valores queda patente que, aunque la porosidad total siempre es mayor que la porosidad efectiva, conforme aumenta el tamaño de los clastos, esta diferencia es menor. Esto es debido a que conforme aumenta el tamaño, la superficie específica es cada vez menos influyente.

4. CÁLCULO DEL GRADIENTE HIDRÁULICO (i) A PARTIR DE LA ECUACIÓN DE ERGUN

A partir de las ecuaciones [4], [5] y [6] e introduciendo g a efectos dimensionales y para contemplar la pérdida de presión en metros de columna de agua, se tiene:

$$A = 150 \frac{(1-\epsilon)^2}{\epsilon^3} \frac{\vartheta}{gD_{50}^2}$$

$$B = 1,75 \frac{1-\epsilon}{\epsilon^3} \frac{1}{gD_{50}}$$

donde:

ε = porosidad efectiva.

$$\vartheta = \frac{\mu}{\rho} = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}.$$

g = Aceleración de la gravedad.

D₅₀ = Tamaño de las partículas.

y podemos calcular los coeficientes A y B y el gradiente hidráulico i para los diferentes materiales (Tabla 2).

El valor de la velocidad v depende del caudal de agua circulante. En los casos ensayados (ver apartado 5.1), se emplearon caudales comprendidos entre 1 l/s y 10 l/s. Los resultados obtenidos aparecen en la Tabla 3

5. CÁLCULO DEL GRADIENTE HIDRÁULICO A PARTIR DE ENSAYOS

Para poder validar los resultados proporcionados por la fórmula de Ergun empleada en el modelo numérico, se construyó un equipo de ensayo de gran tamaño con el que poder determinar de forma experimental el gradiente hidráulico de los materiales utilizados en la experimentación.

5.1. CARACTERÍSTICAS DEL EQUIPO

El equipo consta de tres tubos cilíndricos (Figura 2) de 388 mm de diámetro interior y 2 m de longitud. La muestra se sitúa rellenando completamente el tubo intermedio. En el tubo de la izquierda, el agua entra a través de un conducto perforado que garantiza que llega a la muestra sin turbulencias. Hay siete puntos de medida de la presión hidráulica: uno en la zona de entrada de agua, cinco a lo largo del tubo de muestra y uno en la zona de salida de agua (Figura 3).

dp (m)	ε	A	B	i
0,010	0,4074	0,7949	156,4986	0,7949v + 156,4986v ²
0,020	0,3983	0,2192	85,0220	0,2192v + 25,022v ²
0,035	0,4133	0,0609	42,3998	0,0609v + 42,3998v ²
0,045	0,4339	0,0297	27,4994	0,0297v + 27,4994v ²

TABLA 2. Cálculo de los coeficientes A y B y el gradiente i.

Q (l/s)	v (m/s)	D ₅₀ = 10 mm	D ₅₀ = 20 mm	D ₅₀ =35mm	D ₅₀ =45mm
		Gradiente hidráulico			
1	0,0085	0,0179	0,0079	0,0035	0,0022
2	0,0169	0,0582	0,0280	0,0132	0,0084
3	0,0254	0,1209	0,0603	0,0288	0,0185
4	0,0338	0,2060	0,1047	0,0506	0,0325
5	0,0423	0,3135	0,1613	0,0784	0,0504
6	0,0507	0,4433	0,2301	0,1123	0,0723
7	0,0592	0,5956	0,3110	0,1522	0,0981
8	0,0677	0,7702	0,4041	0,1982	0,1279
9	0,0761	0,9673	0,5093	0,2503	0,1616
10	0,0846	1,1867	0,6267	0,3084	0,1992

TABLA 3. Valores del gradiente hidráulico en función del caudal y del tamaño del material.

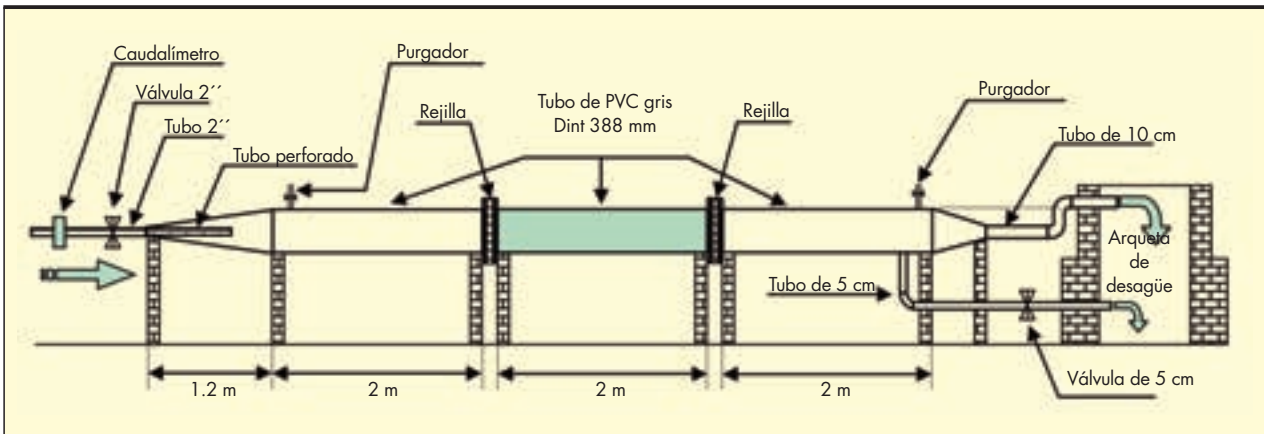


FIGURA 2. Esquema del equipo de ensayo.

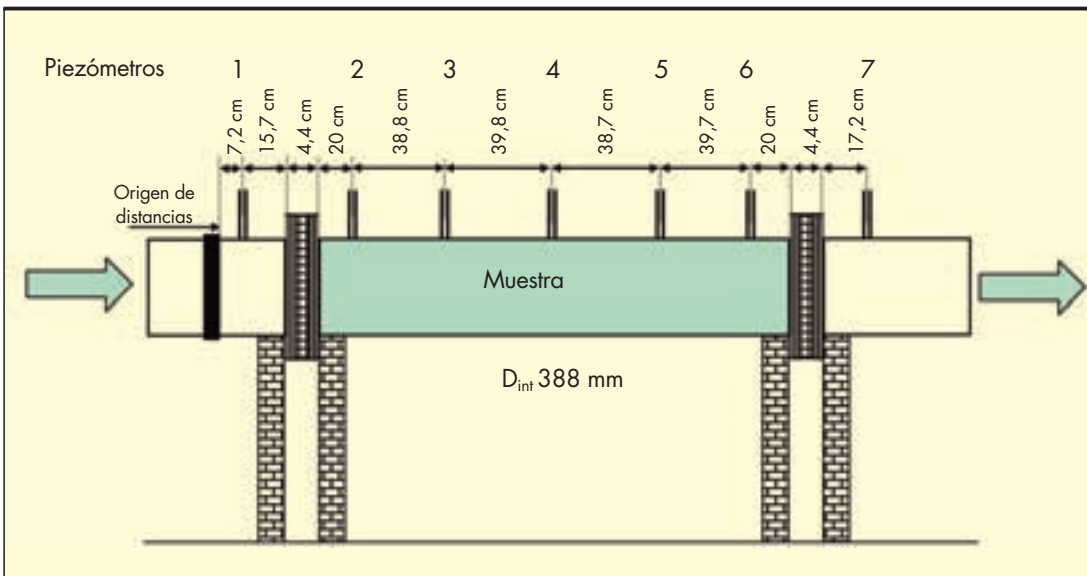


FIGURA 3. Posición de los puntos de medida de presión.

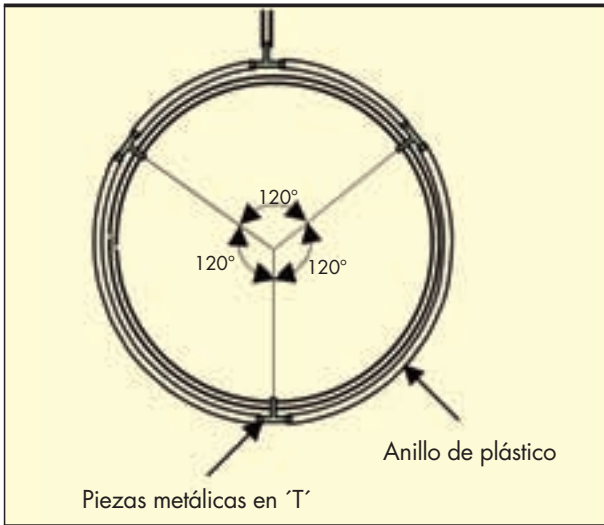


FIGURA 4. Diseño de medida de presión en una sección transversal.

Para garantizar la fiabilidad de las medidas, la presión registrada es la media de la existente en tres puntos equidistantes de la sección transversal en la que se realiza la medida (Figura 4).

Los materiales ensayados tenían un D_{50} de 10, 20, 35 y 45 mm y los caudales variaban de 1 l/s a 10 l/s, en intervalos de 1 l/s.

5.2. ENSAYOS

Se han realizado ensayos con los materiales que aparecen reflejados en la Tabla 4. El rango de caudales utilizados fue de 1 l/s a 10 l/s, aunque en algunos ensayos no se pudieron obtener resultados para todo el rango de caudales.

Se presentan a continuación los gráficos correspondientes. En el eje X se representa la distancia desde un punto "cero" de las diferentes tomas de presión (Figura 3) y en el eje Y se representa la presión en cm de altura de agua. En cada uno de los gráficos las correlaciones obtenidas para cada caudal son superiores al 99%. El gradiente hidráulico para cada caudal viene dado por la pendiente de la recta correspondiente.



FIGURA 5. Aspecto del permeámetro en las primeras fases de ensayo. La parte central es de PVC y las presiones se miden mediante tubos piezométricos.

FIGURA 6. En una segunda fase se sustituyó el tubo de muestra por uno de acero inoxidable, se aumentaron los puntos de medida y se colocaron captadores automáticos de presión.



FIGURA 7. Bomba impulsora, caudalímetro y lectores de presión digitales.

PÉRDIDAS DE ENERGÍA DEL FLUJO EN MEDIOS GRANULARES

Material de 10 mm										
Distancia (cm)	Q = 7 (l/s)	Q = 6 (l/s)	Q = 5 (l/s)	Q = 4 (l/s)	Q = 3 (l/s)	Q = 2 (l/s)	Q = 1 (l/s)			
47,30	147,80	118,60	94,80	72,95	56,00	41,90	32,05			
86,10	129,95	104,15	84,45	66,05	51,50	39,90	31,45			
125,90	106,60	86,70	71,50	57,10	46,50	37,60	30,65			
164,60	81,05	67,95	57,50	48,40	41,10	34,70	29,90			
204,30	56,05	49,80	44,25	39,75	35,70	32,20	28,90			
Material de 20 mm										
Distancia (cm)	Q = 10 (l/s)	Q = 9 (l/s)	Q = 8 (l/s)	Q = 7 (l/s)	Q = 6 (l/s)	Q = 5 (l/s)	Q = 4 (l/s)	Q = 3 (l/s)	Q = 2 (l/s)	
47,30	152,75	133,90	108,50	84,50	64,10	47,30	30,80	18,75	9,00	
86,10	137,75	102,75	91,75	71,35	54,05	40,00	26,05	15,75	7,50	
125,90	107,05	87,25	70,6	55,20	41,95	31,05	20,55	12,50	5,90	
164,60	76,65	63,10	51,00	39,80	30,55	22,65	15,80	9,50	4,40	
204,30	42,1	34,80	28,40	22,30	17,25	13,00	8,90	5,60	2,80	
Material de 35 mm										
Distancia (cm)	Q = 10 (l/s)	Q = 9 (l/s)	Q = 8 (l/s)	Q = 7 (l/s)	Q = 6 (l/s)	Q = 5 (l/s)	Q = 4 (l/s)	Q = 3 (l/s)	Q = 2 (l/s)	Q = 1 (l/s)
47,30	96,40	84,25	72,90	62,95	54,90	47,70	41,10	35,85	31,80	27,80
86,10	85,25	75,20	65,65	57,50	50,30	44,70	39,20	34,80	31,20	27,70
125,90	76,00	67,45	59,55	52,80	47,00	42,25	37,60	33,80	30,80	27,60
164,60	68,20	61,40	55,10	49,10	44,45	40,35	36,50	33,00	30,40	27,55
204,30	59,75	54,25	49,00	44,75	40,90	37,80	34,70	32,30	30,10	27,50
Material de 45 mm										
Distancia (cm)	Q = 10 (l/s)	Q = 9 (l/s)	Q = 8 (l/s)	Q = 7 (l/s)	Q = 6 (l/s)	Q = 5 (l/s)	Q = 4 (l/s)	Q = 3 (l/s)	Q = 2 (l/s)	Q = 1 (l/s)
47,30	92,05	83,40	75,85	69,55	63,85	59,30	54,70	50,90	47,80	45,10
86,10	86,15	78,95	72,25	66,85	61,60	57,65	53,95	50,55	47,65	45,30
125,90	80,55	74,00	68,00	63,35	58,95	55,50	52,20	49,25	46,60	44,30
164,60	77,20	71,65	67,05	62,50	58,30	55,60	52,90	50,05	47,85	45,60
204,30	71,80	67,30	63,40	59,70	56,50	54,20	51,70	49,30	47,45	45,30

TABLA 4. Presión en cm de altura de columna de agua para diferentes caudales.

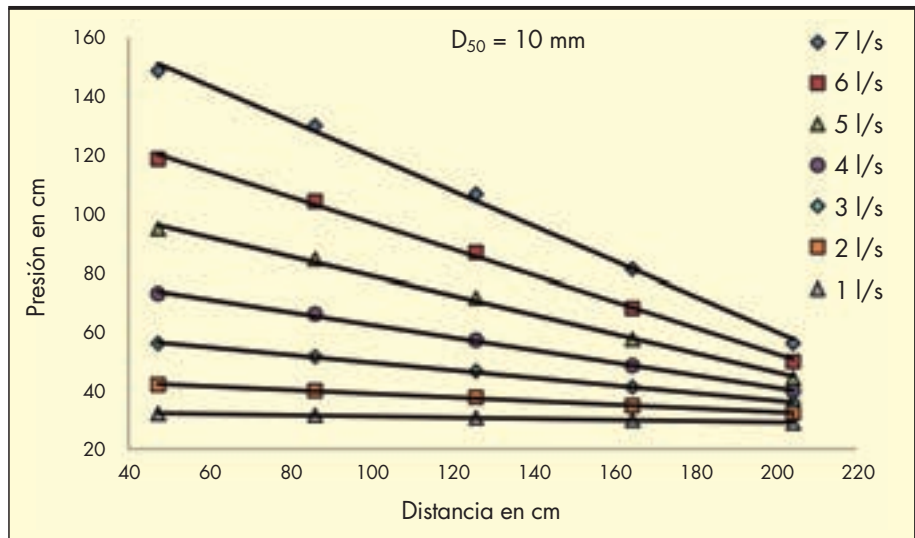


FIGURA 8. Correlación $\Delta P/\Delta L$ para material de 10 mm.

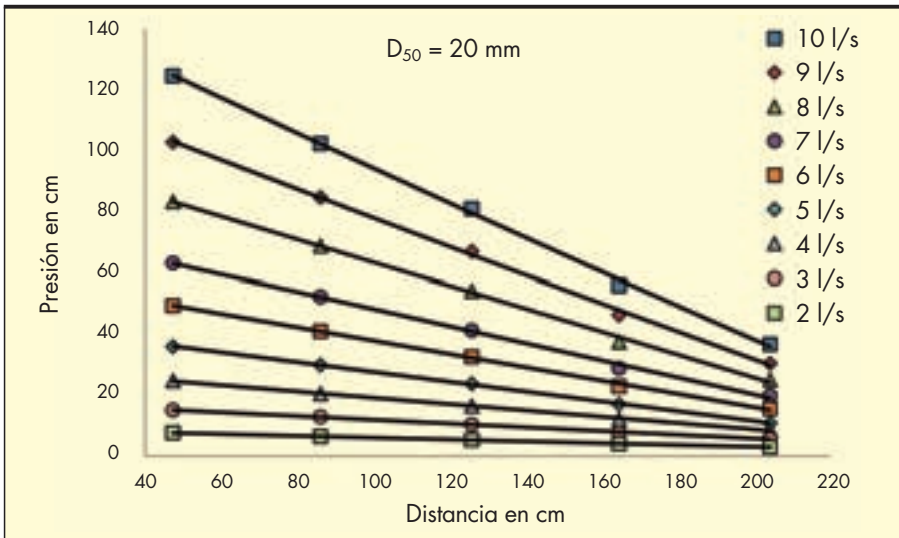


FIGURA 9. Correlación $\Delta P/\Delta L$ para material de 20 mm.

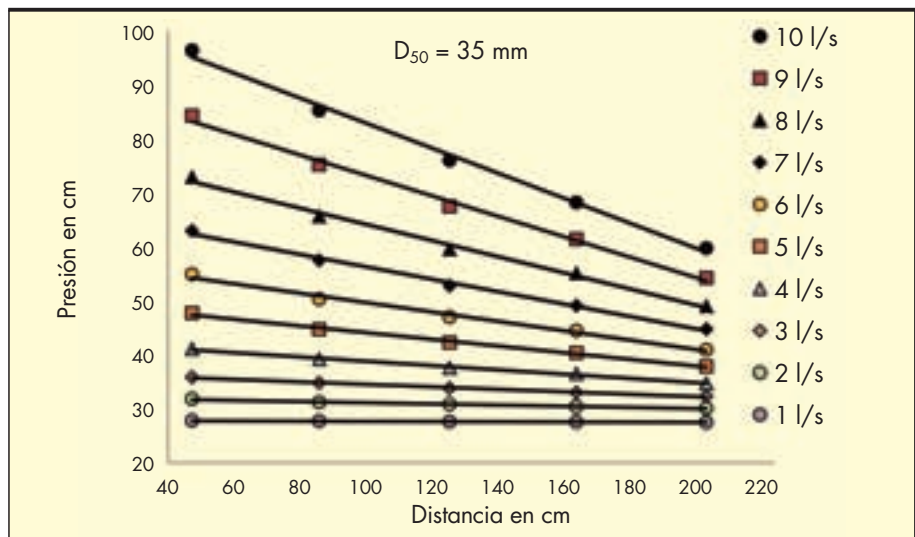


FIGURA 10. Correlación $\Delta P/\Delta L$ para material de 35 mm.

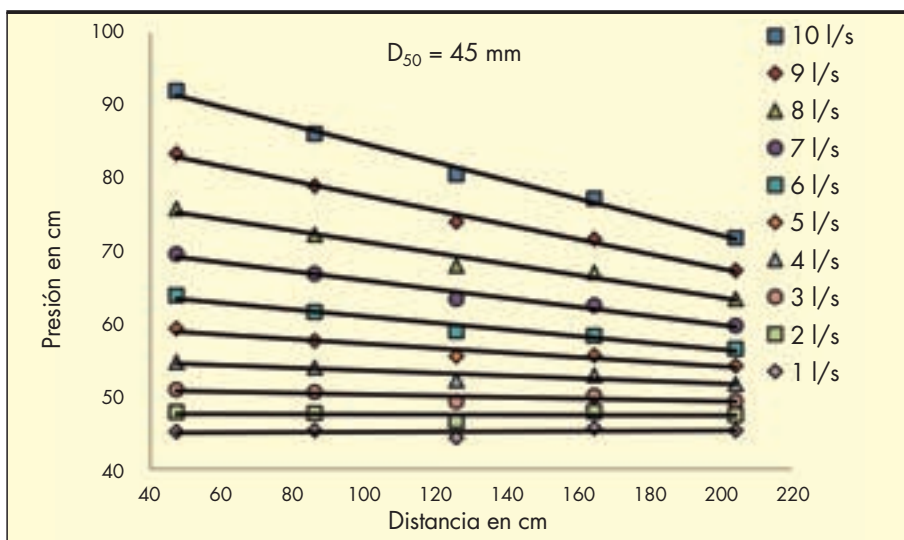


FIGURA 11. Correlación $\Delta P/\Delta L$ para material de 45 mm.

6. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON ERGUN Y CON EL PERMEÁMETRO

Una vez realizados los ensayos y obtenido el valor del gradiente hidráulico de las diferentes muestras, se procedió a comparar los resultados con los obtenidos por aplicación de la fórmula de Ergun. Los resultados se dan en la Tabla 5.

Como puede observarse del análisis de los datos, los gradientes obtenidos para los materiales de 10 mm de tamaño son prácticamente iguales, pero a medida que aumenta el tamaño de las partículas la diferencia entre ambos valores se va incrementando, siendo el máximo el correspondiente a la muestra de 45 mm de tamaño de partículas. Las correspondientes gráficas de correlación entre ambas series de valores evidencian estas diferencias.

7. DIAGRAMA f-RE

A partir del gradiente hidráulico (i) se puede determinar el coeficiente o factor de fricción del material (f) y el número de Reynolds (Re) correspondiente mediante las siguientes expresiones:

$$f = \frac{i \cdot D_{50}}{v^2} \cdot \frac{\varepsilon^3}{1 - \varepsilon}$$

donde:

- f = Coeficiente de fricción.
- D_{50} = Tamaño de las partículas.
- v = Velocidad del flujo.
- g = Aceleración de la gravedad.
- ε = Porosidad efectiva.

Q (l/s)	v (m/s)	Ergun				Permeámetro			
		D50 = 10 mm	D50 = 20 mm	D50 = 35 mm	D50 = 45 mm	D50 = 10 mm	D50 = 20 mm	D50 = 35 mm	D50 = 45 mm
1	0,0085	0,0179	0,0079	0,0035	0,0022	0,0200		7,0000E-06	0,0018
2	0,0169	0,0582	0,0280	0,0132	0,0084	0,0627	0,0301	0,0107	0,0013
3	0,0254	0,1209	0,0603	0,0288	0,0185	0,1299	0,0614	0,0227	0,0094
4	0,0338	0,2060	0,1047	0,0506	0,0325	0,2142	0,1039	0,0395	0,0180
5	0,0423	0,3135	0,1613	0,0784	0,0504	0,3263	0,1610	0,0615	0,0312
6	0,0507	0,4433	0,2301	0,1123	0,0723	0,4428	0,2183	0,0862	0,0459
7	0,0592	0,5956	0,3110	0,1522	0,0981	0,5967	0,2800	0,1141	0,0613
8	0,0677	0,7702	0,4041	0,1982	0,1279		0,3758	0,1487	0,0767
9	0,0761	0,9673	0,5093	0,2503	0,1616		0,4659	0,1880	0,1007
10	0,0846	1,1867	0,6267	0,3084	0,1992		0,5659	0,2302	0,1260

TABLA 5. Valores del gradiente hidráulico para diversos caudales y tamaño de grano obtenidos a partir de la fórmula de Ergun y de ensayos en el permeámetro.

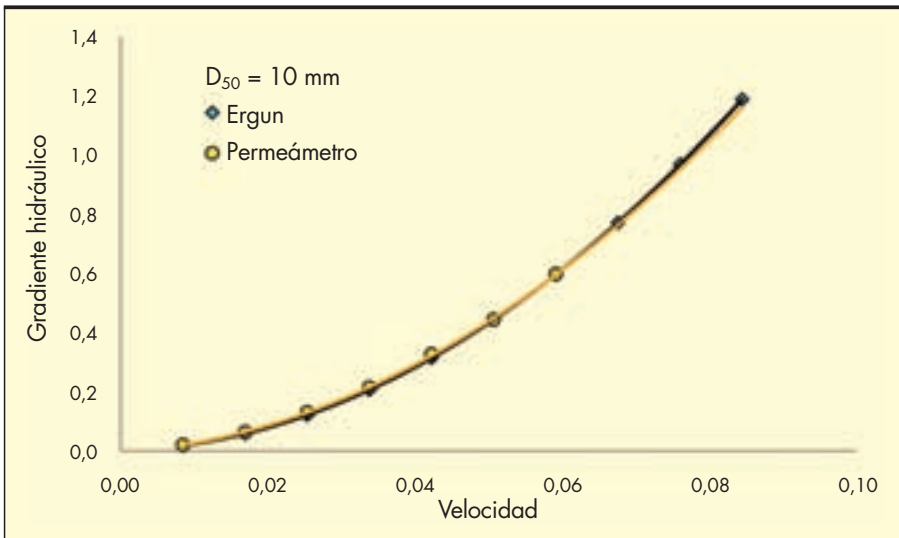


FIGURA 12. Comparación del gradiente hidráulico para material de 10 mm.

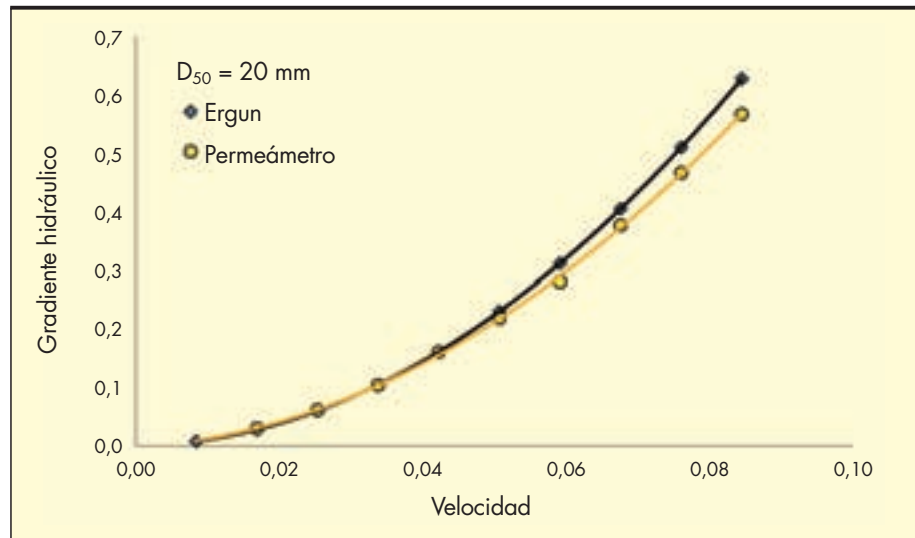


FIGURA 13. Comparación del gradiente hidráulico para material de 20 mm.

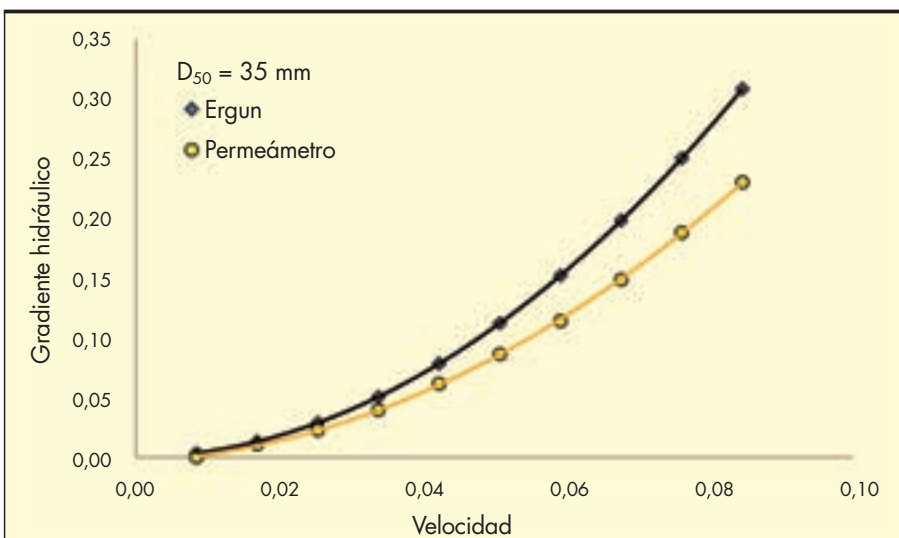


FIGURA 14. Comparación del gradiente hidráulico para material de 35 mm.

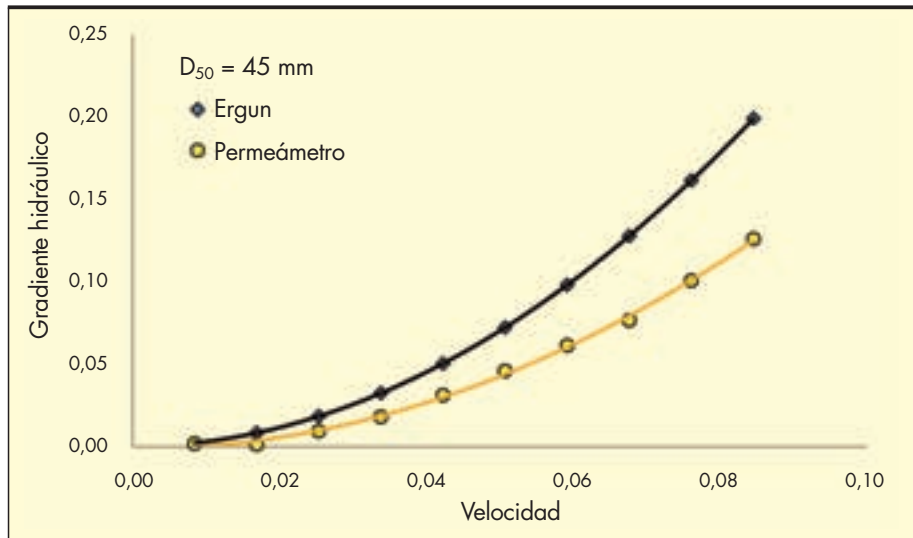


FIGURA 15. Comparación del gradiente hidráulico para material de 45 mm.

y;

$$Re = \frac{v \cdot D_{50}}{\nu} \cdot \frac{1}{1 - \epsilon}$$

donde:

Re = Número de Reynolds.

v = Velocidad del flujo.

D_{50} = Tamaño de las partículas.

ν = Viscosidad cinemática del agua.

ϵ = Porosidad efectiva.

Los resultados de aplicar ambas fórmulas a los datos de los ensayos se presentan en la Tabla 6.

El gráfico de la Figura 16 refleja las relaciones existentes entre el coeficiente de fricción y el número de Reynolds para diferentes tamaños de partículas y su comparación con el valor teórico relacionado con Ergun.

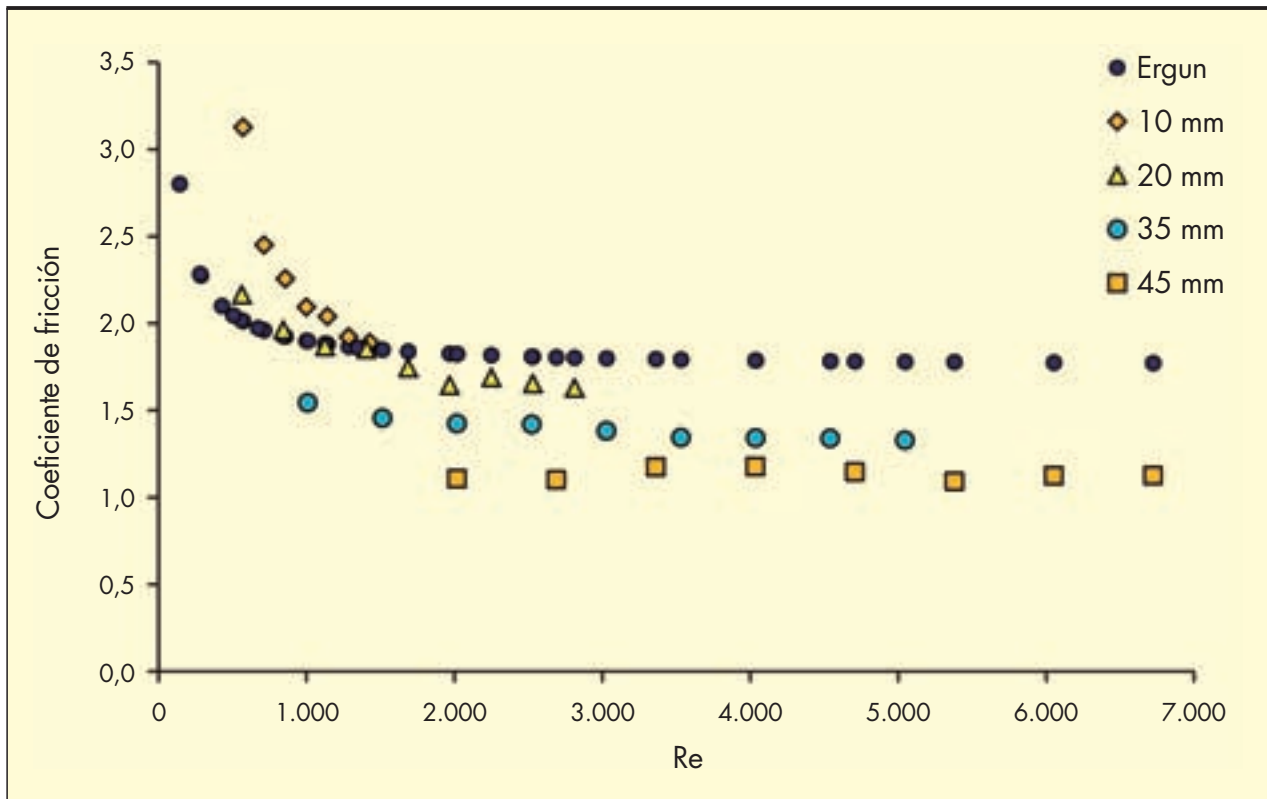


FIGURA 16. Relación f-Re para diferentes granulometrías.

Re	f (Ergun)	f (permeámetro)
142,720062	2,80100852	
285,440123	2,27550426	
428,160185	2,10033617	
570,880246	2,01275213	3,1265
713,600308	1,9602017	2,4504
856,320369	1,92516809	2,2563
999,040431	1,90014407	2,0928
1141,76049	1,88137606	2,0404
1284,48055	1,86677872	1,9228
1427,20062	1,85510085	1,8890
281,123179	2,28357393	
562,246359	2,01678697	2,1653
843,369538	1,92785798	1,9631
1124,49272	1,88339348	1,8686
1405,6159	1,85671479	1,8531
1686,73908	1,83892899	1,7449
1967,86225	1,82622485	1,6443
2248,98543	1,81669674	1,6896
2530,10861	1,80928599	1,6551
2811,23179	1,80335739	1,6284
504,543514	2,04729844	
1009,08703	1,89864922	1,5435
1513,63054	1,84909948	1,4553
2018,17406	1,82432461	1,4245
2522,71757	1,80945969	1,4194
3027,26108	1,79954974	1,3816
3531,8046	1,79247121	1,3436
4036,34811	1,78716231	1,3406
4540,89163	1,78303316	1,3392
5045,43514	1,77972984	1,3283
672,304519	1,97311318	
1344,60904	1,86155659	
2016,91356	1,82437106	1,1071
2689,21808	1,8057783	1,1009
3361,52259	1,79462264	1,1743
4033,82711	1,78718553	1,1763
4706,13163	1,78187331	1,1457
5378,43615	1,77788915	1,0912
6050,74067	1,77479035	1,1247
6723,04519	1,77231132	1,1254

TABLA 6. Valores del número de Reynolds y del coeficiente de fricción.

8. CONCLUSIONES

A la vista de los gráficos correspondientes a la gama de ensayos realizados, queda puesta de manifiesto la diferencia existente entre los resultados proporcionados por Ergun y los aquí obtenidos experimentalmente. Estas diferencias se acusan fundamentalmente para tamaños superiores a 10 mm y son mayores cuanto mayor es el caudal.

Parece claro que la fórmula de Ergun es aplicable en material detrítico granular hasta tamaños de 10 mm. A partir de este tamaño, se producen errores sistemáticamente mayores a medida que se aplica a partículas superiores a 10 mm.

Por otra parte, el coeficiente de fricción, para grandes valores de Re, no resulta ser una constante igual a 1,75 (como se deduce de la expresión de Ergun), sino que depende del diámetro del material, siendo menor cuanto mayor es D_{50} .

Resulta pues recomendable, para tamaños de partículas superiores a 10 mm, calcular de forma experimental el gradiente hidráulico, siempre que sea posible, ó, en caso contrario, tener en cuenta que los datos obtenidos mediante la fórmula de Ergun están siempre por encima de los valores experimentales.

9. BIBLIOGRAFÍA

- Bravo, G., (1995) **Teoría y práctica de la filtración y drenaje en presas de materiales sueltos**. Madrid: Comité Nacional Español de Grandes Presas.
- Brivios, O.; Bonelli, S.; Borghi, R. (2007) **Soil erosion in the boundary layer along a slope a theoretical study**. *European Journal of Mechanics B/Fluids* 26 (2007) 707-719.
- Detert, M., Weitbrecht, V. y Jirka, G.H. (2010) **Laboratory Measurements on Turbulent Pressure Fluctuations in and above Gravel Beds**. *Journal of Hydraulic Engineering*, 136(10), pp. 779-789.
- Hospital, R.B. (2009). **Posibilidades del método de elementos finitos y partículas (PFEM) en problemas de interacción fluido-estructura en flujos incompresibles**. Tesina de Investigación para obtener grado de Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Escola Técnica Superior d'Enginyers de Camins, Canals, i Ports de Barcelona. Universitat Politècnica de Catalunya.
- Odong, J. (2007). **Evaluation of Empirical Formulae for Determination of Hydraulic Conductivity based on Grain-Size Analysis**. *Journal of American Science*, 3(3), pp. 54-60.
- Parkin, Trollope y Lawson (1966) **Rockfill structures subject to water flow**. ASCE; Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division; November 1966.
- Rojas, J.L. (2011) **Modelización numérica de la erosión de presas de materiales sueltos por sobrevertido, mediante el modelo de sistema de partículas y elemento finito (PFEM)**. Tesis para optar por el grado de Máster en Sistemas de Ingeniería Civil.
- Toledo, M.A. (1997) **Presas de escollera sometidas a sobrevertido. Estudio del movimiento del agua a través de la escollera y de la estabilidad frente al deslizamiento en masa**. Tesis doctoral., Universidad Politécnica de Madrid.
- Volker (1969) **Nonlinear flow in porous media by finite elements**. ASCE; Journal of the Hydraulics Division; November 1969.
- White, F. (1983). **Mecánica de Fluidos** 1ª ed. (Español). McGraw Hill Inc. Madrid, España.