

Un programa de ordenador para el cálculo de pantallas

J.L. JUSTO (*)
C. RODRÍGUEZ (**)
A. JARAMILLO (***)

RESUMEN Se describe un método para el cálculo de pantallas. Se modela el suelo como una serie de muelles con una ley presión-desplazamiento elastoplástica. La ley se define mediante dos parábolas en la zona elástica, obtenidas a partir de medidas de presión-desplazamientos en ensayos en modelo reducido. Se definen también las leyes presión-desplazamiento para descarga y recarga. Se han comparado los resultados de este método de cálculo con los desplazamientos, momentos flectores y presiones de tierra medidos en diversas pantallas de hormigón armado, entre ellos las de Guildhall, el Parlamento británico y en pantallas españolas.

COMPUTING PROGRAM FOR SCREEN CALCULATION

ABSTRACT This is a description of a core wall calculation method. The ground is shaped as a series of springs with an elastic-plastic pressure-displacement law. The law is defined by means of two parabolas in the elastic zone which are obtained from pressure-displacement measurements in small-scale trials. Pressure-displacement laws for unloading and re-loading are also defined. The results of this calculation method are compared with displacements, bending moments and ground pressures measured on different reinforced concrete core walls, including those of the Guildhall, the British Houses of Parliament and in Spanish core walls.

Palabras clave: Pantallas; Método; Ensayos; Modelos reducidos.

1. INTRODUCCIÓN

Los métodos que de ordinario se han empleado para el cálculo de pantallas pueden ser clasificados, en orden creciente de complejidad, en los siguientes grupos:

1. Métodos de equilibrio límite.
2. Métodos semiempíricos.
3. Métodos del coeficiente de balasto.
4. Métodos de elementos finitos.

Los métodos de equilibrio límite suponen un empuje de tierras que corresponde al estado límite del suelo, y es, por tanto, independiente de la deformación (apoyo libre, apoyo fijo y método de Blum). Algunos de estos métodos no cumplen todas las condiciones de equilibrio, y ninguno permite el cálculo de las deformaciones.

El método de Brinch Hansen (1953) es especial en el sentido de que supone rótulas plásticas en la pantalla y está basado en ensayos en modelo reducido. Tiene en cuenta las condiciones cinemáticas del problema.

Los métodos semiempíricos (Normas Danesas, Tschebotarióf, Rowe, Peck) son actualmente métodos de equilibrio lí-

mite, pero con modificaciones empíricas basadas en ensayos en modelo, ensayos a escala natural o en la experiencia. Especialmente el método de Rowe está bien fundado en ensayos en modelos de gran tamaño. Estos métodos no permiten el cálculo de deformaciones, y están principalmente ideados para tablestado en voladizo o con una fila de anclajes pasivos, con la excepción del método de Peck que corresponde a una entibación.

Los métodos de elementos finitos son, sin duda, los métodos del futuro, pero todavía la preparación de los datos consume mucho tiempo, y presenta dificultades para reproducir capas delgadas a menos que la malla sea bastante fina. En general su uso está restringido a proyectos importantes, y requieren una costosa investigación del terreno.

2. MÉTODOS DEL COEFICIENTE DE BALASTO

La suposición de que la reacción del suelo en un punto de una pantalla depende sólo del desplazamiento de ese punto, fue iniciada por Rifaat en 1935 y Blum (v. Rowe, 1955).

Ambos restringieron este método al cálculo del empuje pasivo del terreno y tomaron una ley presión-deformación del tipo:

$$\sigma_p = Cz w^n \quad [1]$$

siendo:

σ_p = presión normal

z = profundidad

w = desplazamiento normal de la pantalla

C y n constantes del suelo

(*) Director del Departamento.

(**) Profesor Titular, Departamento de Mecánica de Medios Continuos.

(***) Profesora Titular, Departamento de Construcciones Arquitectónicas, Universidad de Sevilla.

Rowe (1955) empleó, para suelos granulares, una ecuación del tipo:

$$\sigma_p = m \frac{w}{D} \quad [2]$$

donde D es el empotramiento de la pantalla y m una constante del suelo.

Broma e Ingelson (1971) encontraron en el estribo de un puente sobre arena un valor de m de 76 MN/m², independiente de la posición de la célula en la pantalla.

Para arcillas sobreconsolidadas (Rowe, 1957):

$$\sigma_p = k_{a1} \frac{w}{D} \quad [3]$$

donde k_{a1} es una constante del suelo.

Ambas ecuaciones han sido propuestas por Terzaghi (1955).

La ecuación fundamental que rige la flexión de una viga sostenida por el terreno es:

$$EI \frac{d^4 w}{dz^4} = \sigma_a - \sigma_p = f(w, z) \quad [4]$$

donde σ_a es la presión normal activa y σ_p la presión pasiva.

Rowe (1955) resolvió esta ecuación sustituyendo w por un polinomio de grado treinta en z , y empleando las condiciones en los límites adecuadas. Redujo el problema de una pantalla a una serie de gráficos adimensionales que dan los momentos y el desplazamiento en cabeza. Se supuso el empuje activo de tierras independiente de w .

Turabi y Balla (1968), son los primeros en considerar apoyos discretos, en la forma de una serie de muelles, en la zona de empuje pasivo.

Esto simplifica el cálculo.

Haliburton describe una solución matricial recurrente para la ecuación más general:

$$\frac{d^2}{dz^2} \left(EI \frac{d^2 w}{dz^2} \right) - \frac{d}{dz} \left(P \frac{dw}{dz} \right) + k_p w = q \quad [5]$$

siendo:

P = carga axial aplicada por unidad de longitud

q = carga transversal aplicada por unidad de longitud

Esta solución permite la variación de la rigidez de la pantalla y la consideración de una carga axial variable, que permite el estudio del pandeo de la estructura (v. Haliburton, 1979).

La contribución más importante de Haliburton al cálculo de pantallas es la sustitución del término $k_p w$ en la ecuación 5 por una curva continua que relaciona presión y desplazamiento de la pantalla, y que discurre desde el empuje activo, a través del empuje en reposo, hasta el empuje pasivo, (v. fig. 1). Esta suposición relaciona, de algún modo, los métodos de equilibrio límite con los de coeficiente de balasto, ya que más allá de un desplazamiento límite se supone una situación plástica. El problema se resuelve con un procedimiento iterativo.

Se considera la presencia de tirantes y de empujes de agua no equilibrados.

Desgraciadamente, la solución de Haliburton se desarrolla para intervalos iguales de diferencias finitas, lo que es un inconveniente para suelos estratificados o cambios de rigidez, a menos que se usen intervalos muy pequeños.

Castillo (1973) desarrolla el método de Haliburton. Incorpora anclajes post-tensados y considera, por primera vez, los procesos de descarga y recarga en la curva presión-deformación del terreno, aunque la inclinación de recarga es similar a la de carga. Define las curvas empuje-desplazamiento por el desplazamiento límite para empuje activo y pasivo que varía con la profundidad según una ley parabólica.

Considera un diagrama bilineal con diferentes pendientes para empuje activo y pasivo. Castillo realizó un estudio paramétrico completo.

Rodríguez (1985) divide la viga en elementos finitos. Cada elemento se considera como una viga corta que recibe reacciones del suelo en los extremos (v. Justo et al. 1985). Este programa ha sido mejorado recientemente y se presenta aquí.

3. CARACTERÍSTICAS DEL NUEVO PROGRAMA

El programa de cálculo incorpora las siguientes características nuevas:

1. Una relación parabólica entre el coeficiente de empuje de tierras y el desplazamiento de la pantalla.
2. Una serie nueva de curvas de descarga y recarga.

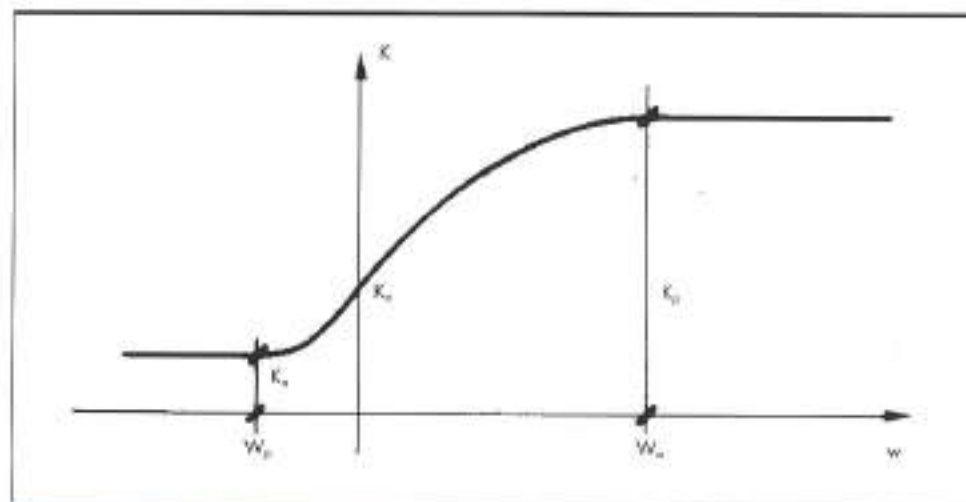


FIGURA 1. Coeficiente de empuje en función del desplazamiento.

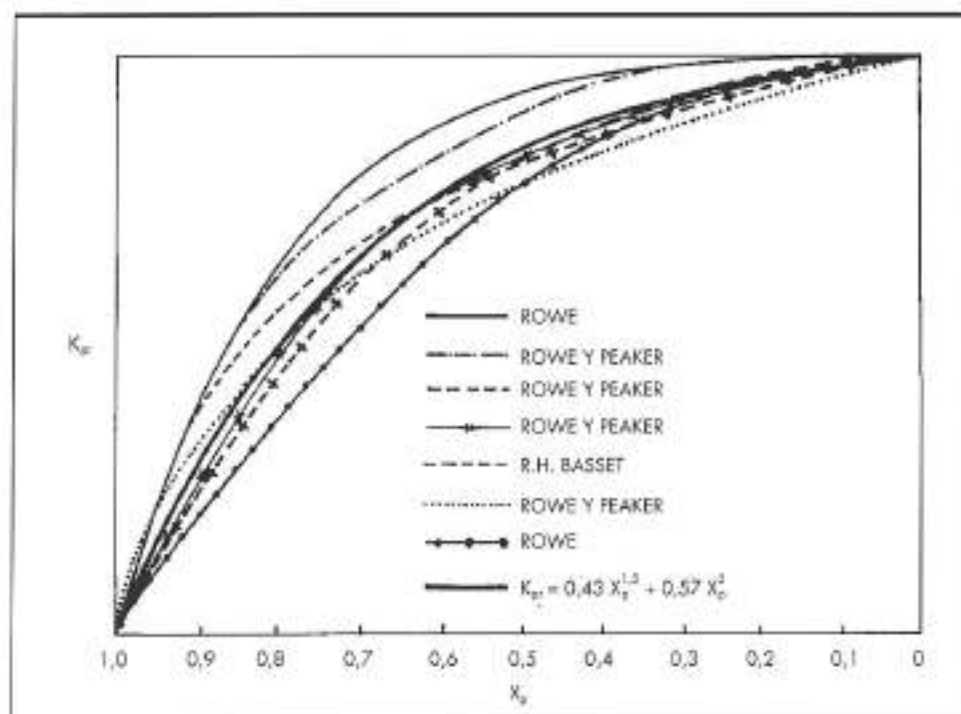


FIGURA 2. Curvas experimentales y medias propuestas para empuje pasivo.

- Valores del desplazamiento para los empujes pasivo (w_p) y activo (w_a) relacionados entre sí e independientes de altura. Una serie de estos valores ha sido establecida mediante comparación con medidas in situ.
- Una ecuación en momentos y no en cargas.
- La consideración de la estabilidad del terreno a corto, medio o largo plazo.
- Cualquier ley de presiones intersticiales.
- La consideración de cambios térmicos en los codales y de retracción en losas o vigas anulares.
- Una salida gráfica mediante diseño asistido por ordenador.

3.1. LEY PARABÓLICA DE TENSION-DEFORMACIÓN

Se ha realizado una revisión completa de los ensayos en modelo de pantallas rígidas, en las que se midió la curva presión-desplazamiento. Se dibujaron las curvas en la forma que se indica en la figura 2 para el empuje pasivo (y de modo semejante para el activo).

Para empuje activo:

$$K_{a'} = f_a(X_a) \quad 0 \leq X_a \leq 1 \quad [6]$$

Para empuje pasivo:

$$K_{p'} = f_p(X_p) \quad 0 \leq X_p \leq 1 \quad [7]$$

donde:

$$K_{a'} = \frac{K - K_a}{K_0 - K_a} \quad X_a = 1 - \frac{w}{w_a}$$

$$K_{p'} = \frac{K_p - K}{K_p - K_0} \quad X_p = 1 - \frac{w}{w_p}$$

$$K = \text{coeficiente de empuje de tierras} = \frac{\sigma}{\Sigma \gamma z} \quad [8]$$

f_a y f_p son funciones.

De esta forma coinciden el máximo y el mínimo, y sólo varía la forma. Se ha obtenido la figura 2 para el empuje pasivo y la figura 3 para el activo.

Esta forma corresponde a las siguientes funciones:

$$K_{a'} = a' X_a^{b'} + (1 - a') X_a^{c'} \quad [9]$$

$$K_{p'} = a X_p^b + (1 - a) X_p^c \quad [10]$$

La media de las funciones corresponde a los siguientes parámetros:

$$a' = 0.43 \quad b' = 2 \quad c' = 6$$

$$a = 0.43 \quad b = 1.5 \quad c = 5$$

La influencia de la variación de estos parámetros se muestra en la figura 13.

Si suponemos que para $w = 0$ las inclinaciones de ambas curvas coinciden, entonces:

$$w_a = - \frac{b' a' + c' (1 - a')}{b a + c (1 - a)} \frac{K_0 - K_a}{K_p - K_0} w_p \quad [11]$$

Para los parámetros anteriores, tenemos:

$$w_a = -1.225 \frac{K_0 - K_a}{K_p - K_0} w_p \quad [12]$$

El uso de dos líneas para los coeficientes de empuje activo y pasivo es un caso particular de las ecuaciones 9 y 10 con:

$$a = b = c = a' = b' = c' = 1$$

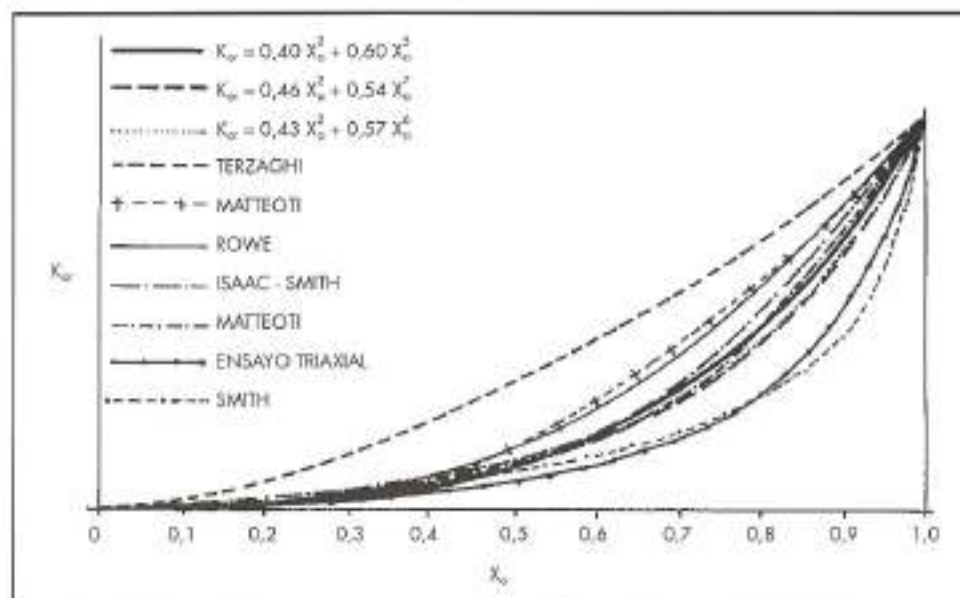


FIGURA 3. Curvas experimentales y medias propuestas para empuje activo.

Y si se usa sólo una línea recta, entonces:

$$w_x = - \frac{K_0 - K_R}{K_R - K_U} w_P \quad [13]$$

3.2. CURVAS DE DESCARGA Y RECARGA

Se muestran en la figura 4 que es autoexplicativa.

3.3. DESPLAZAMIENTO PARA ALCANZAR EL EMPUJE PASIVO (w_p)

Esta es la clave de nuestro modelo.

James y Bransby (1970) determinaron, a partir de cuatro ensayos en arena densa con una pantalla que gira sobre su pie, que en cualquier punto de la pantalla la tensión normal de pico ocurre cuando el desplazamiento de la pantalla a esta profundidad alcanza un valor que es una proporción fija de la altura de la pantalla, independiente de la posición en la pantalla o de su altura total.

Según esto damos por sentado que w_p/D es una constante dependiente sólo del tipo de suelo.

3.4. SOLUCIÓN MATEMÁTICA DEL PROBLEMA

Discretizamos la pantalla en elementos, de forma que los apoyos elásticos (anclajes, puntales y losas) ocupen el centro de un elemento. Cada elemento está dentro de una sola capa de terreno, y es de rigidez constante.

Si intentamos estudiar el pandeo de la pantalla, deben intervenir las fuerzas axiales y, por tanto, la ecuación 5. Si el pandeo no es un problema, podemos trabajar con la ecuación de momentos aplicada al centro de cada elemento desde $i=2$ hasta $i=n-1$:

$$\left(EI \frac{d^2 w}{dz^2} \right)_j = M_i \quad [14]$$

La fuerza total que actúa en el elemento j es (excluyendo fuerzas externas):

$$V_j = \Delta z_j p_j + P_j - C_j (w_j - w_{j,k-1}) \quad 1 \leq j \leq n \quad [15]$$

donde:

p_j = resultante de las presiones totales activa y pasiva.

P_j = carga de pretensado o temperatura del apoyo.

C_j = rigidez del apoyo.

$w_{j,k-1}$ = desplazamiento de la pantalla al colocar el apoyo.

Esfuerzo cortante en i :

$$Q_i = \sum_{j=1}^{i-1} V_j + \frac{V_i}{2} + \sum_{j=i}^n X^e \quad [16]$$

donde:

X^e = fuerza exterior horizontal

$\sum$ incluye las fuerzas exteriores hasta el centro de i

Momento flector en i :

$$M_i = \sum_{j=1}^{i-1} V_j (z_i - z_j) + \frac{1}{8} p_i \Delta z_i^2 + \sum_{j=i}^n M^e + \sum_{j=i}^n X^e (z_i - x^e) \quad [17]$$

M^e = momento externo.

x^e = profundidad correspondiente a X^e .

El método es iterativo, ya que se toma normalmente una curva de tensión-deformación no lineal. En cualquier iteración (m), se emplea una relación lineal:

$$\sigma_i = K_{jm}^t \sigma_j^t - K_{jm}^b \sigma_j^b + u_j^t - u_j^b \quad [18]$$

donde t se refiere al trasdós e i al intradós de la pantalla:

$$K_{jm}^t = A_{jm}^t + B_{jm}^t w_j \quad [19]$$

$$K_{jm}^b = A_{jm}^b + B_{jm}^b w_j \quad [20]$$

Esfuerzo cortante en el pie de la pantalla:

$$Q = \sum_{j=1}^n V_j + \sum X_j^e = 0 \quad [21]$$

Momento flector en el pie:

$$M = \sum_{j=1}^n V(L - z_j) + \sum M^e + \sum X^e(L - x^e) = 0 \quad [22]$$

$$\left(\frac{d^2 w}{dz^2} \right)_i = 2 \left[\frac{V_{i-1}}{(z_i - z_{i-1})(z_{i+1} - z_{i-1})} - \frac{V_i}{(z_i - z_{i-1})(z_{i+1} - z_i)} + \frac{V_{i+1}}{(z_{i+1} - z_{i-1})(z_{i+1} - z_i)} \right] \quad [23]$$

Sustituimos (15), (17) a (20) y (23) en (14), y tenemos $n-2$ ecuaciones desde $i = 2$ hasta $i = n-1$. Si suponemos que la ecuación (21) es para $i = 1$ y que la ecuación (22) es para $i = n$, tenemos n ecuaciones con n incógnitas. La correspondiente ecuación matricial es:

$$[a_{ij}] [w_j] = [d_i] \quad [24]$$

cuya solución es:

$$[w_j] = [a_{ij}]^{-1} [d_i] \quad [25]$$

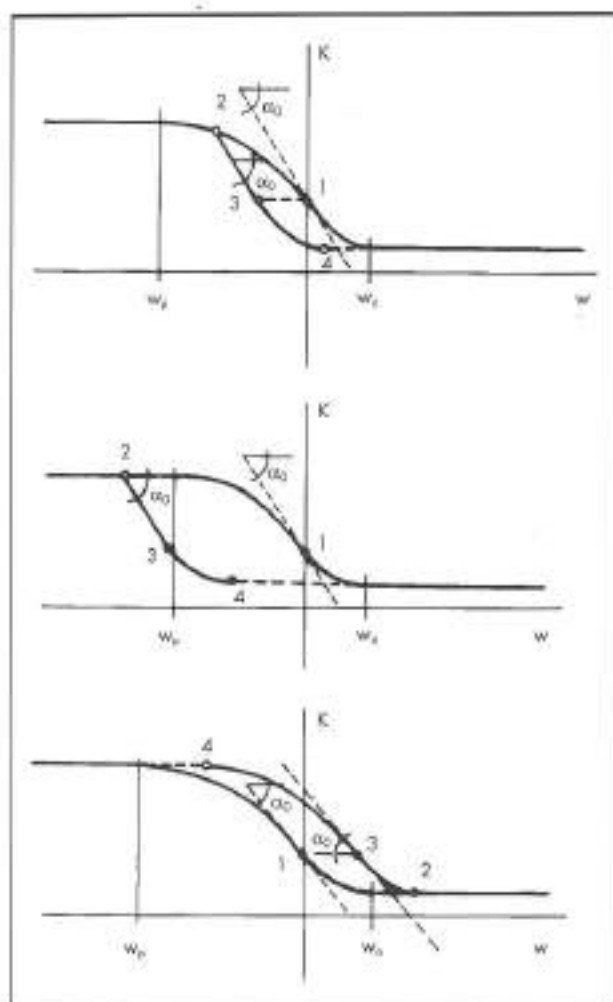


FIGURA 4. Curvas de descarga y recarga.

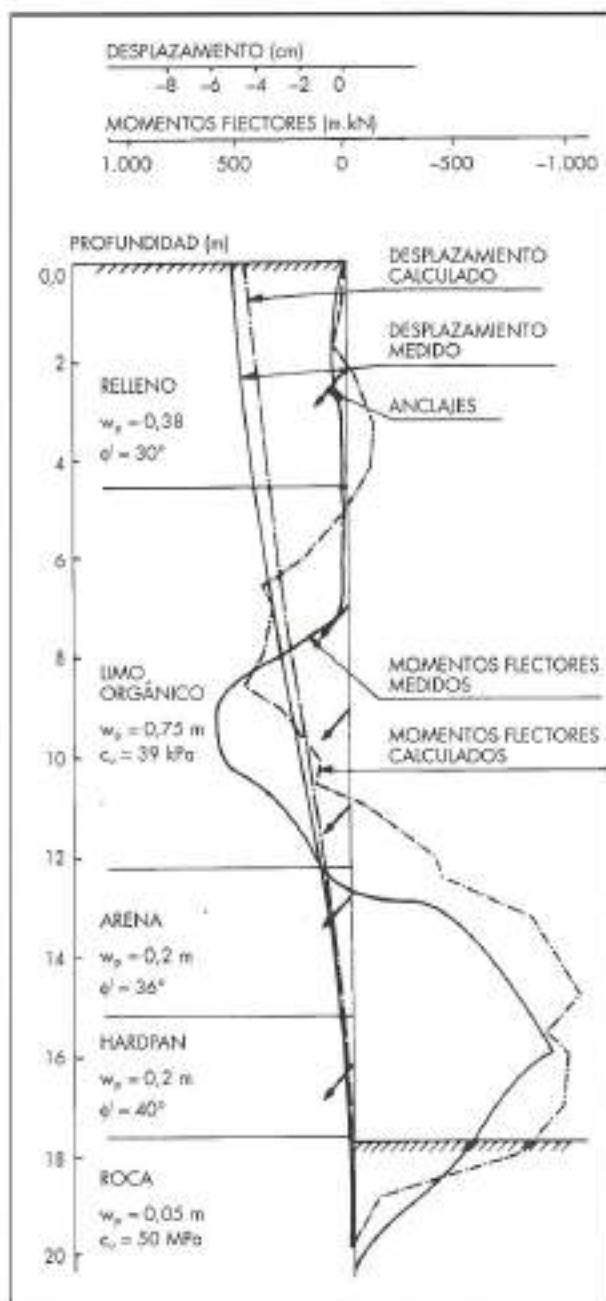


FIGURA 5. Comparación entre medidas y resultados del cálculo en World Trade Centre (Manhattan).

Una ventaja de este método es la utilización de elementos de diferente altura, que permite tener particiones uniformes en suelo uniforme. El uso de derivadas de segundo orden en vez de las de cuarto orden (estas últimas son las utilizadas por Haliburton y Balay et al.) disminuye los errores del método de diferencias finitas. El número de ecuaciones e incógnitas es n en vez de $2n$ en el método de Rodríguez (1985).

4. CASOS ESTUDIADOS

La salida del programa ha sido comparada con los desplazamientos, momentos flectores y empujes de tierra medidos en diferentes pantallas, entre ellas la de Guidhall y la del Parlamento británico en Londres, el metro de Lyon en Francia y muchas pantallas españolas.

Como ejemplo, la figura 5 muestra la comparación entre desplazamientos medidos y calculados y momentos flectores en el World Trade Centre, y los valores de w_0 , supuestos en cada etapa. Se introdujeron en el cálculo las presiones intersticiales medidas. El acuerdo es aceptable.

CONCLUSIONES

Un método de cálculo ha sido presentado y aplicado a diferentes pantallas en las que los desplazamientos, empujes de la tierra, momentos flectores o esfuerzos cortantes han sido medidos. La concordancia es aceptable. Esto ha permitido encontrar valores razonables del desplazamiento para alcanzar el empuje pasivo, que es el parámetro clave del método.

REFERENCIAS

BALAY, J., FRANK, R. y HARFOUCHE, L. (1982). Programme Denebola pour le calcul des soutènements par la

méthode des modules de réaction. Bull. Liaison Lab. Ponts Chaussées, 120-3-12.

BRINCH HANSEN, J. (1953). Earth Pressure Calculation. Danish Technical Press Copenhagen.

BROMS, B.B. e INGELSON, I. (1971). Earth pressure against the abutments of a rigid frame bridge. Géotechnique, 21 (1): 15-28.

CASTILLO, E. (1973). Sobre la influencia de las deformaciones en el comportamiento de las pantallas continuas de hormigón. Ph. D. Thesis, Univ. Politécnica de Madrid.

HALIBURTON, T.A. (1968). Numerical analysis of flexible retaining structures. J. Soil Mech. ASCE, 94 (SM6): 1.233-1.251.

HALIBURTON, T.A. (1979). Soil-structure interaction. Technical Publication 14, Oklahoma State University.

JAMES, R.G. y BRASNBAY, P.L. (1970). "Experimental and theoretical investigations of a passive earth pressure problem". Géotechnique, 20 (1): 17-37.

JUSTO, J.L., RODRÍGUEZ, C. y RODRÍGUEZ, A. (1985). Un programa de ordenador para el cálculo y proyecto de pantallas de hormigón armado. 1.^{er} Cong. Iberoamericano de Métodos Computacionales en Ingeniería, Madrid, Vol. 2.

RODRÍGUEZ, C. (1985). Desarrollo de un método de cálculo de pantallas de hormigón armado y estudio comparativo con medidas experimentales. Ph. D. Thesis, University of Seville.

ROWE, P.W. (1957). Sheet-pile walls in clay. Proc. Inst. Civil Eng. 7: 629-654.

ROWE, P.W. (1955). A theoretical and experimental analysis of sheet-pile walls. Proc. Inst. Civil Eng. 4: 1: 32-69.

TERZAGHI, K. (1955). Evaluation of coefficients of subgrade reaction. Géotechnique, 5: 297.

TURABI, D.A. y BALLA, A. (1968). Sheet-pile analysis by distribution theory. J. Soil Mech., ASCE, 94 (SM1): 291-322.