

Comparación entre las deflexiones medidas con el deflectógrafo Lacroix y la viga Benkelman

MIGUEL ÁNGEL CHAMORRO JIMÉNEZ (*)
FRANCISCO ACHÚTEGUI VIADA (**)

RESUMEN La Dirección General de Carreteras y el Centro de Estudios de Carreteras del CEDEX han realizado ensayos de medida de deflexión con distintos equipos en 105 tramos de carretera repartidos en distintas provincias. El objeto de estos ensayos era comparar las deflexiones obtenidas con los distintos aparatos utilizados en la campaña: viga Benkelman, deflectógrafos Lacroix de la Dirección General de Carreteras y del CEDEX, y curvímetro MT-15.

En este artículo se presentan los resultados obtenidos en la comparación de las deflexiones obtenidas con la viga Benkelman y los deflectógrafos Lacroix.

COMPARISON BETWEEN THE DEFLECTIONS MEASURED WITH THE LACROIX DEFLECTOGRAPH AND THE BENKELMAN BEAM

ABSTRACT The Public Roads Administration and the Road Research Laboratory of CEDEX have carried out deflection measurement tests with distinct pieces of equipment on 105 road sections in different provinces. The aim of these tests was to compare the deflection results obtained with each equipment used throughout the campaign: the Benkelman beam, Lacroix deflectographs belonging to the Public Roads Administration and to CEDEX, and the MT-15 curvimeter.

In this article, the results presented are those obtained from the comparison of the deflections registered with the Benkelman beam and the Lacroix deflectographs.

Palabras clave: Firme; Deflexión; Deflectómetro; Viga Benkelman.

1. INTRODUCCIÓN

El estudio de deflexiones en un firme es importante para poder evaluar su necesidad de refuerzo. La norma de refuerzo de firmes 6.3-IC considera el método de recuperación elástica de la viga Benkelman para la obtención de la deflexión patrón, método que está normalizado en la Norma NLT-356/88. Cualquier otro método operatorio utilizado, como es el caso del deflectógrafo Lacroix, ha de correlacionarse con el normalizado para la viga Benkelman. La misma norma de refuerzo de firmes, en su apartado 4.6.1, establece la correlación siguiente:

$$d_1 = d_2 + 25$$

Siendo d_1 la deflexión característica hallada a partir de las medidas obtenidas con el deflectógrafo de chasis corto y d_2 la que se obtendría teóricamente en caso de utilizarse la viga Benkelman.

Los aparatos que con más frecuencia se vienen utilizando en la medición de deflexiones son la viga Benkelman y el deflectógrafo Lacroix. Debido a su mayor rendimiento, del orden de 2-3 km/h, el deflectógrafo Lacroix ha desplazado en la toma de deflexiones a la viga Benkelman, que en la actua-

lidad ha quedado encuadrada dentro de la norma como el valor patrón de deflexión, y a partir del cual se hallan la deflexión de cálculo y el refuerzo de firme.

La viga Benkelman es un deflectómetro mecánico simple. El aparato consta de un bastidor que sostiene la palanca de medida de 3,60 metros de longitud y que además sirve de soporte al comparador con el que se obtiene el valor de la deflexión en centésimas de milímetro, con un palpador que reposa sobre el suelo en el punto de medida.

El deflectógrafo Lacroix es un equipo de auscultación de gran rendimiento para la medida de las deflexiones de los firmes. Mide y registra las deflexiones de un pavimento de forma cuasi-continua bajo la carga de un eje de camión. Consiste en esencia en dos vigas Benkelman de menor longitud, una para la rodada derecha y otra para la rodada izquierda, que están automatizadas, midiendo la deflexión a través de sensores tipo LVDT y registrando los valores hallados en ordenador.

En las figuras 1 y 2 se pueden ver la viga Benkelman y el deflectógrafo Lacroix respectivamente.

Se han empleado en este trabajo dos deflectógrafos, el de la Dirección General de Carreteras (DGC) y el del Centro de Estudios de Carreteras del CEDEX, que tienen unas dimensiones distintas, y en consecuencia la acción de la carga de las ruedas sobre el punto donde se hace la toma de deflexión es también distinta.

En este artículo se expone el proceso de estudio, así como los resultados y conclusiones, de la comparación entre las

(*) Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Centro de Estudios de Carreteras del CEDEX (MOPTMA).

(**) Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Centro de Estudios de Carreteras del CEDEX (MOPTMA).



FIGURA 1. Viga Benkelman.

deflexiones obtenidas con estos dos importantes equipos que permiten hallar la deflexión en un firme, y que son la viga

Benkelman y el deflectógrafo Lacroix. Todo ello con el fin de obtener una correlación fiable para pasar de la deflexión del deflectógrafo Lacroix a la de la viga Benkelman y viceversa.

2. METODOLOGÍA

Para realizar los ensayos, se han elegido tramos homogéneos de firme en cuanto a su composición y su estado visual.

Se han seleccionado tramos con los espesores de mezclas bituminosas más característicos y abundantes, y suficientemente escalonados para cubrir una gama representativa del conjunto de los firmes, a saber:

- Tipo 1. Firme flexible sin mezclas bituminosas.
- Tipo 2. Firme flexible con 5 cm de MB.
- Tipo 3. Firme flexible con 10 cm de MB.
- Tipo 4. Firme con 15 cm de MB sobre material granular.
- Tipo 5. Firme con 20 ó 25 cm de MB sobre material granular.
- Tipo 6. Firme semirrígido, con base o subbase tratada con conglomerantes hidráulicos.

La longitud de los tramos medidos con los deflectógrafos es de 2 km. Con la viga Benkelman se ha medido un subtramo de 200 m coincidente con el inicio del tramo correspondiente, salvo que se detectara una falta de homogeneidad, en cuyo caso se ha trasladado a los 200 primeros metros homogéneos.

Para mayor detalle sobre la metodología de realización de los ensayos de campo, tipos de firme considerados, selección de tramos y sistema de comparación de deflexiones, puede consultarse la referencia (7) de la bibliografía, donde se hace una exposición más detallada de estos aspectos.

3. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS EN LA COMPARACIÓN VIGA BENKELMAN-DEFLECTÓGRAFO LACROIX DGC

3.1. CONSIDERACIONES GENERALES.

En algunos de los deflectogramas obtenidos de los tramos ensayados se observa una falta de homogeneidad, por lo que



FIGURA 2. Deflectógrafo Lacroix.

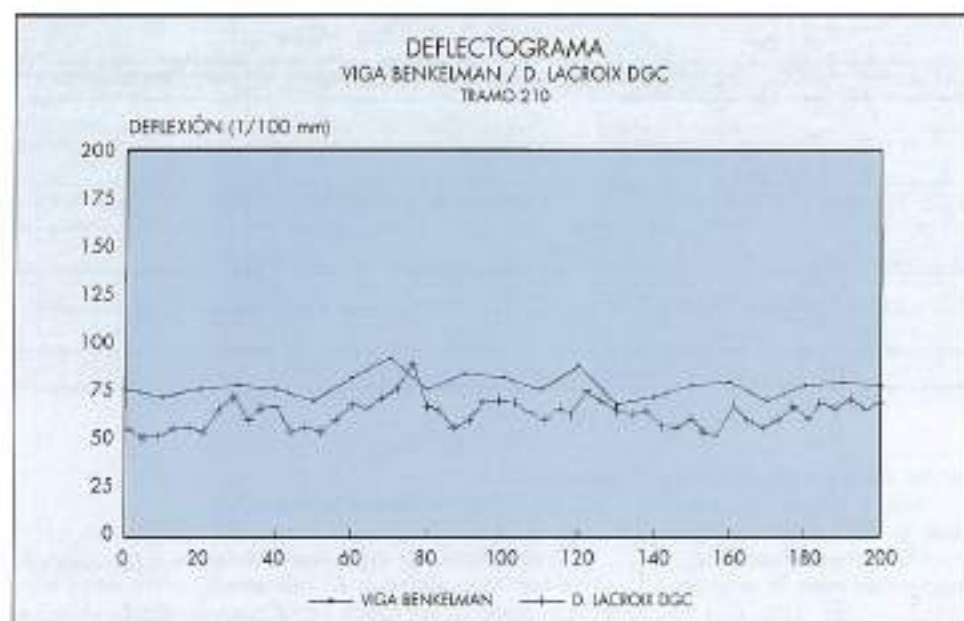


FIGURA 3. Deflectograma de un tramo.

se han eliminado del estudio. Por el mismo motivo, existen tramos en los que se ha eliminado alguna zona de extensión muy limitada. En la figura 3 se puede ver un ejemplo del deflectograma de un tramo.

Habiendo hecho la regresión lineal simple entre el deflectógrafo Lacroix de la DGC y la viga Benkelman con los 84 tramos que quedaban después de esta primera selección, en el estudio del análisis de residuos se observan dos tramos cuyas medidas se separan claramente del comportamiento general de los demás puntos y que fueron los dos primeros tramos que se ensayaron. Por ello, se han eliminado también en este estudio.

Debido a problemas surgidos al realizar el deflectógrafo Lacroix del CEDEX las medidas en carretera, el número de tramos de comparación con la viga Benkelman es sensiblemente inferior.

Quedan, en total, un conjunto de 82 tramos para el análisis viga Benkelman-deflectógrafo Lacroix DGC, con un número entre 12 y 15 por cada tipo de firme, y 25 tramos para el análisis viga Benkelman-deflectógrafo Lacroix CEDEX, oscilando entre 2 y 8 por cada tipo de firme. En las tablas I y II se indican el número de tramos ensayados, eliminados y considerados por tipos de firme, en esta comparación de la

viga Benkelman con los deflectógrafos Lacroix DGC y CEDEX respectivamente.

En razón de los resultados obtenidos, estos conjuntos de tramos han sido considerados suficientes para el estudio que se pretende (tomando, en el caso del deflectógrafo del CEDEX, la totalidad de los tramos, sin diferenciar los correspondientes a cada tipo de firme).

3.2. MÉTODO DE ANÁLISIS

En la comparación viga Benkelman-deflectógrafo Lacroix DGC, se han estudiado las regresiones simple y polinomial de segundo y tercer grado, halladas tanto con las deflexiones medias como con las deflexiones características de cada tramo, y considerando cada tipo de firme y la totalidad de los tramos en el caso de las deflexiones medias, así como sólo la totalidad de los tramos para las deflexiones características.

A continuación, se ha hecho una selección de variables mediante el método de todas las regresiones posibles, hasta el grado tres, y con el procedimiento de regresión por pasos. Mediante estos procedimientos de cálculo se han obtenido las ecuaciones que ligan las deflexiones medias, así como las deflexiones características, de la viga Benkelman y el deflec-

TIPO DE FIRME	NÚMERO DE TRAMOS		
	ENSAYADOS	ELIMINADOS	CONSIDERADOS
1	19	7	12
2	19	7	12
3	15	0	15
4	19	6	13
5	15	0	15
6	18	3	15
TOTAL	105	23	82

TABLA I. Comparación viga Benkelman-deflectógrafo Lacroix DGC. Número de tramos ensayados, eliminados y considerados por tipos de firme.

TABLA II. Comparación viga Benkelman-deflectógrafo Lacroix CEDEX. Número de tramos ensayados, eliminados y considerados por tipos de firme.

TIPO DE FIRME	NÚMERO DE TRAMOS		
	ENSAYADOS	ELIMINADOS	CONSIDERADOS
1	5	3	2
2	9	7	2
3	8	0	8
4	4	0	4
5	4	0	4
6	4	0	5
TOTAL	35	10	25

tógrafo Lacroix DGC. Asimismo, con estas ecuaciones se ha hecho un análisis de los residuos, se ha estudiado la normalidad de los residuos; y, por último, se han hallado los intervalos de confianza al 95% de los coeficientes de correlación.

En el método de todas las regresiones posibles, se considera que hay K variables candidato, $X_1 \dots X_K$, y una sola variable dependiente Y . Todos los modelos incluyen un término de intersección, de manera que el modelo con todas las variables incluidas tendrá $K + 1$ términos.

Se obtienen todas las ecuaciones posibles hasta el grado 3. Seguidamente se evalúan las ecuaciones (con excepción del modelo trivial de solamente una intersección), basándose en los cuatro criterios que siguen:

1) Gráfico que relaciona el coeficiente de determinación múltiple (r^2) con el número de variables.

Se dibujan unos ejes de coordenadas, representando en el eje X el número de variables, y en el eje Y el coeficiente r^2 .

El coeficiente de determinación múltiple (r^2) aumenta conforme lo hace el número de variables (p), y es máximo cuando $p = K + 1$. Por tanto, se agregan variables al modelo hasta el punto en que una variable adicional no es útil, ya que proporciona un pequeño incremento en el coeficiente r^2 . Se debe seleccionar el número de variables en el punto en el que se vuelve evidente el recodo de la curva.

2) Gráfico que representa el error cuadrado medio (Em^2) con el número de variables.

El error cuadrado medio es el estimador de la varianza residual y se define como:

$$Em^2 = \frac{\sum (e)^2}{n - p}$$

Siendo:

$\sum (e)^2$ = suma de los residuos al cuadrado.

n = número de observaciones.

p = número de variables.

Dibujando unos ejes de coordenadas, cuyo eje X sea el número de variables y cuyo eje Y sea Em^2 , se elige p como aquel que minimiza Em^2 , y ya que Em^2 es relativamente achatada en la vecindad del mínimo, se seleccionará el número p tal que el hecho de agregar más variables al modelo produzca variaciones muy pequeñas en Em^2 .

3) Gráfico del estadístico C_p con el número de variables.

Siendo C_p una medida del error cuadrático medio total para el modelo de regresión, se define como:

$$C_p = \frac{\sum (e)^2}{(Em^2)_c} - n + 2p$$

Siendo:

$(Em^2)_c$ = Em^2 del modelo completo.

Las ecuaciones de regresión que tienen sesgo insignificante tendrán valores de C_p que quedan cerca de la recta $C_p = p$, aquellas con sesgo significativo tendrán valores de C_p por encima de esta recta.

Mediante unos ejes de coordenadas, tal que X sea el número de variables y el eje Y sea C_p , se selecciona como mejor ecuación de regresión la que corresponde a un modelo con C_p mínima o a un modelo con una C_p ligeramente mayor que no contenga tantos sesgos (esto es, $C_p = p$) como el mínimo.

4) Coeficiente de determinación múltiple ajustado r^2_{aj} .

Se define como:

$$r^2_{aj} = 1 - \frac{n-1}{n-p} (1 - r^2)$$

Este estadístico se basa en una modificación del coeficiente de determinación múltiple (r^2) que toma en cuenta el número de variables en el modelo.

Se selecciona el modelo de regresión que tiene el valor máximo de r^2_{aj} .

Mediante el procedimiento de regresión por pasos se elabora iterativamente una secuencia de modelo de regresión agregando o quitando variables en cada paso. El criterio para agregar o eliminar una variable está expresado en términos de una prueba F parcial, siendo F_{an} el valor del estadístico F para agregar una variable al modelo, y F_{fuerz} el valor del estadístico F para quitar una variable del modelo. Deberá tenerse $F_{an} \geq F_{fuerz}$ y, por lo general, $F_{an} = F_{fuerz}$.

La regresión por pasos comienza formando un modelo de una variable, que será aquella que produzca el mayor estadístico F . Si ningún estadístico F excede a F_{an} , el procedimiento concluye.

En general, en cada etapa se examina el conjunto de las variables candidato restantes y se agrega la variable con el mayor estadístico F parcial, siempre y cuando el valor observado de F exceda a F_{an} . Entonces se calcula el estadístico F parcial para cada variable en el modelo, y la variable con el menor valor observado de F se elimina si la $F_{observado} < F_{fuerz}$. El procedimiento continúa hasta que no puedan agregarse o eliminarse variables al modelo.

En la comparación viga Benkelman-deflectógrafo Lacroix DGC, el método de regresión por pasos ha confirmado las ecuaciones obtenidas con el método de todas las regresiones posibles.

Con las ecuaciones halladas se ha hecho el análisis de los residuos con el fin de detectar posibles fallos tales como la li-

nealidad de la media de Y al variar X, igualdad de varianzas de Y para los distintos valores de X, independencia de las desviaciones aleatorias, o también observaciones que han sido mal tomadas, o que aún siendo correctas, se han tomado en condiciones no representativas de las que son objeto del estudio. En todos ellos no se detectan fallos, ni observaciones mal tomadas.

La hipótesis de normalidad de los residuos se ha estudiado aplicando el test Chi-cuadrado y el de Kolmogorov-Smirnov. Con todas las ecuaciones de regresión estudiadas se verifica la hipótesis de normalidad de los residuos, lo que permite hacer los gráficos con bandas de confianza.

Se han obtenido también los intervalos de confianza al 95% de los coeficientes de correlación, correspondientes a las ecuaciones de regresión obtenidas en la selección de variables. Estos intervalos se hallan mediante el estadístico transformación Z de Fisher:

$$Z = 1,1513 \log \left[\frac{1+r}{1-r} \right]$$

Este estadístico tiene una distribución aproximadamente normal, con media (μ_z) y desviación típica (γ_z) dadas por:

$$\mu_z = 1,1513 \log \left[\frac{1+\rho_c}{1-\rho_c} \right]; \gamma_z = \frac{1}{\sqrt{N-3}} \quad [1]$$

siendo:

r : coeficiente de correlación.

N : número de valores de la muestra.

El intervalo de confianza al 95% para μ_z es:

$$Z \pm 1,96\gamma_z$$

deshaciendo la transformación [1] para el valor máximo y mínimo del intervalo de confianza, obtenemos los límites de confianza al 95% de los coeficientes de correlación.

3.3. VALORES MEDIOS DE LAS DEFLEXIONES

Se han obtenido las ecuaciones de regresión lineal simple, con los valores medios de deflexión, en cada tipo de firme considerado y en el conjunto de las medias, sin diferenciar tipos de firme. En la tabla III se pueden ver las ecuaciones de regresión halladas, junto con sus respectivos coeficientes de determinación.

Puede observarse bastante parecido entre las rectas de regresión, con independencia del tipo de firme, por lo que no hay razón para preferir ninguna de las correlaciones individuales de cada uno de los tipos de firme a la del conjunto de ellos, que, habiéndose hecho con una muestra mayor, es más

representativa y tiene un coeficiente de correlación tan aceptable como 0,95.

También se ha analizado la regresión polinomial de segundo y tercer grado con las deflexiones medias de todos los tramos. El procedimiento de selección de variables realizado, considerando las ecuaciones de regresión lineal simple, así como las polinomiales de segundo y tercer grado, para el conjunto de los tramos, ha dado como ecuaciones más adecuadas:

$$VB = -0,0028 \cdot DL^2 + 1,43 \cdot DL + 9,52$$

$$DL = 0,000009 \cdot VB^3 + 0,65 \cdot VB - 2,91$$

siendo:

VB = valores medios de las deflexiones obtenidas con la viga Benkelman.

DL = valores medios de las deflexiones obtenidas con el deflectógrafo Lacroix DGC.

Los coeficientes de correlación de estas ecuaciones son también de 0,95.

Observando los intervalos de confianza al 95% de los coeficientes de correlación, se tiene una calidad de aproximación parecida aplicando cualquiera de las ecuaciones polinómicas de grados 2 y 3 o las obtenidas por regresión lineal simple.

La figura 4 muestra la recta de regresión de cada tipo de firme junto con la curva obtenida mediante la selección de variables.

3.4. DEFLEXIONES CARACTERÍSTICAS

La norma 6.3-IC de refuerzo define, como deflexión característica de un tramo, la que viene determinada por la expresión:

$$d_k = m + 2s$$

en la que:

$$m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (d_i - m)^2$$

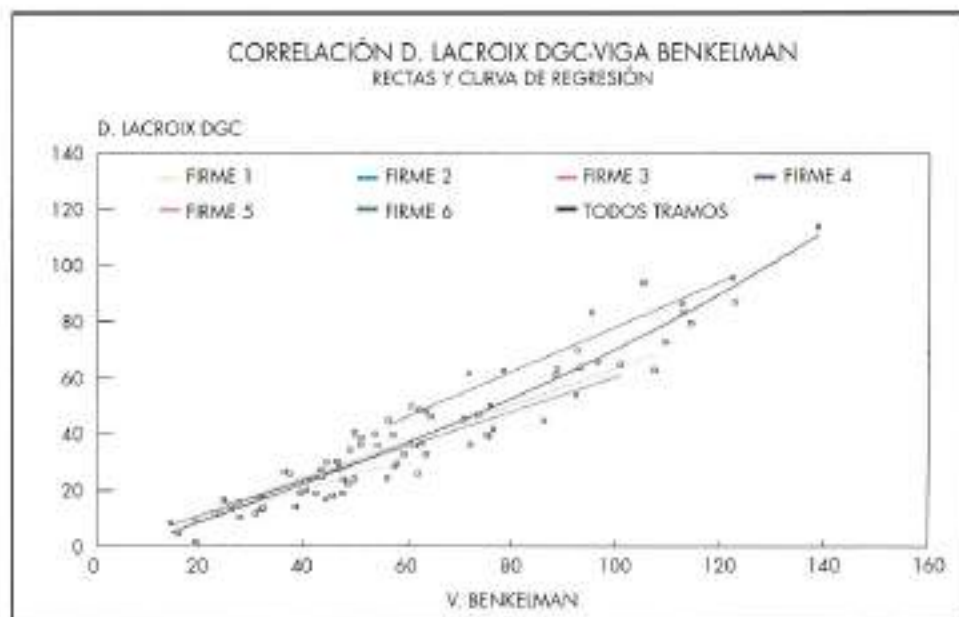
siendo d_i la deflexión del punto i , medida con viga Benkelman según el método de recuperación y $n \geq 10$.

Aplicando las fórmulas anteriores a las deflexiones medidas con el deflectógrafo y con la viga Benkelman, se hallan las deflexiones características de los tramos estudiados. Correlacionando estos valores, se obtienen las ecuaciones de regresión lineal simple, así como las de regresión polinomial

TIPO DE FIRME	Nº TRAMOS	ECUACIONES DE REGRESIÓN		COEFIC. DETERM. r^2
		DL SOBRE VB	VB SOBRE DL	
1	12	DL = 1,05 VB - 35,78	VB = 0,91 DL + 36,72	0,95
2	12	DL = 0,73 VB - 5,45	VB = 1,14 DL + 8,18	0,83
3	15	DL = 0,62 VB - 1,21	VB = 1,49 DL + 2,36	0,92
4	13	DL = 0,67 VB - 3,98	VB = 1,33 DL + 12,30	0,89
5	15	DL = 0,56 VB - 1,14	VB = 1,13 DL + 15,12	0,63
6	15	DL = 0,76 VB - 5,41	VB = 0,96 DL + 13,94	0,73
CONJUNTO	82	DL = 0,79 VB - 8,18	VB = 1,14 DL + 14,67	0,91

TABLA III. Ecuaciones de regresión lineal simple obtenidas con los valores medios de deflexión en la comparación del deflectógrafo Lacroix DGC (DL) y la viga Benkelman (VB).

FIGURA 4. Rectas de regresión de cada tipo de firme, y curva de regresión hallada con todos los tramos en la comparación de deflexiones medias viga Benkelman-deflectógrafo Lacroix DGC, con el deflectógrafo como variable dependiente.



de segundo y tercer grado en el conjunto de los 82 tramos, ya que, como en el caso de los valores medios de deflexión, no se ve razón suficiente para preferir la utilización de correlaciones individuales para cada uno de los tipos de firme.

Haciendo con las ecuaciones halladas la selección de variables, se obtienen las siguientes ecuaciones de regresión:

$$\begin{aligned} \text{DCVB} &= -0,000009 \cdot \text{DCDL}^2 + 1,24 \cdot \text{DCDL} + 14,25 \\ \text{DCDL} &= 0,000006 \cdot \text{DCVB}^2 + 0,66 \cdot \text{DCVB} - 2,33 \end{aligned}$$

Siendo:

DCVB = deflexiones características obtenidas con la viga Benkelman.

DCDL = deflexiones características obtenidas con el deflectógrafo Lacroix DGC.

Asimismo, las ecuaciones de regresión lineal simple obtenidas con el conjunto de los tramos son las que siguen a continuación:

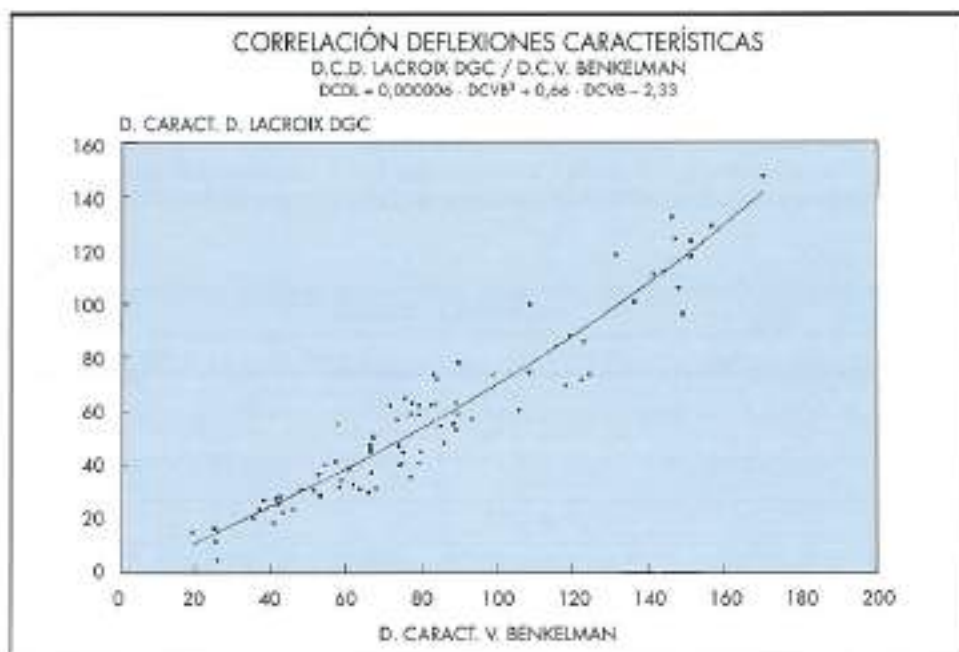
$$\begin{aligned} \text{DCVB} &= 1,07\text{DCDL} + 20,25 \\ \text{DCDL} &= 0,84\text{DCVB} - 11,65 \end{aligned}$$

Todas estas ecuaciones tienen unos altos coeficientes de correlación cuyo valor es de 0,95.

La amplitud de los intervalos de confianza al 95% nos indica que la calidad de la aproximación de una variable en función de la otra, que se tiene con las ecuaciones de regresión lineal simple y con las polinómicas, es muy parecida.

En la figura 5 se puede ver la curva obtenida mediante la selección de variables.

FIGURA 5. Curva obtenida con todos los tramos en la comparación de deflexiones características de la viga Benkelman y el deflectógrafo Lacroix DGC, siendo la deflexión característica del deflectógrafo la variable dependiente.



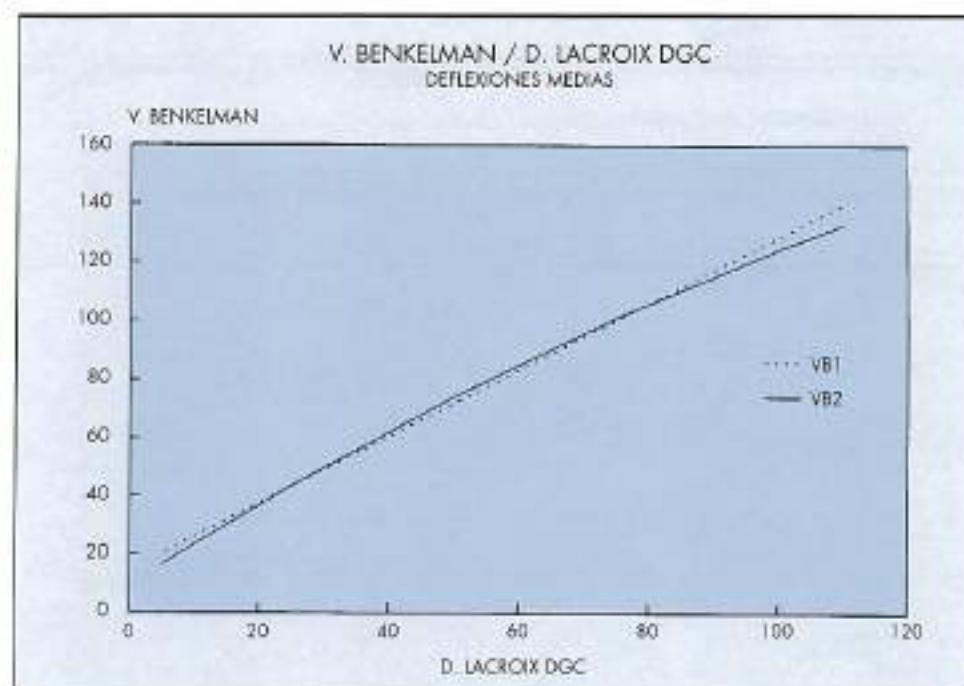


FIGURA 6. Comparación entre las ecuaciones de regresión lineal simple (VB1) y polinomial (VB2), halladas con todos los tramos y con deflexiones medias.

3.5. COMPARACIÓN ENTRE LAS ECUACIONES DE REGRESIÓN OBTENIDAS.

Las ecuaciones que resultan de comparar las deflexiones medias de la viga Benkelman y el deflectógrafo Lacroix DGC, mediante regresión lineal simple (VB₁, DL₁) y regresión polinomial (VB₂, DL₂), hecha la selección de variables, son las siguientes:

$$\begin{aligned} VB_1 &= 1,14 DL_1 + 14,67 \\ DL_1 &= 0,79 VB_1 - 8,18 \end{aligned} \quad [1]$$

$$VB_2 = -0,0028 DL_2^2 + 1,43 DL_2 + 9,52 \quad [2]$$

$$DL_2 = 0,000009 VB_2^2 + 0,65 VB_2 - 2,91$$

Obteniendo los errores absoluto y relativo de las diferencias entre las ecuaciones [1] y [2] cuya variable dependiente es la viga Benkelman o el deflectógrafo Lacroix, los resultados que se tienen del error absoluto son pequeños (el máximo es de 8,5 centésimas de milímetro) y están dentro del orden de error del propio deflectógrafo.

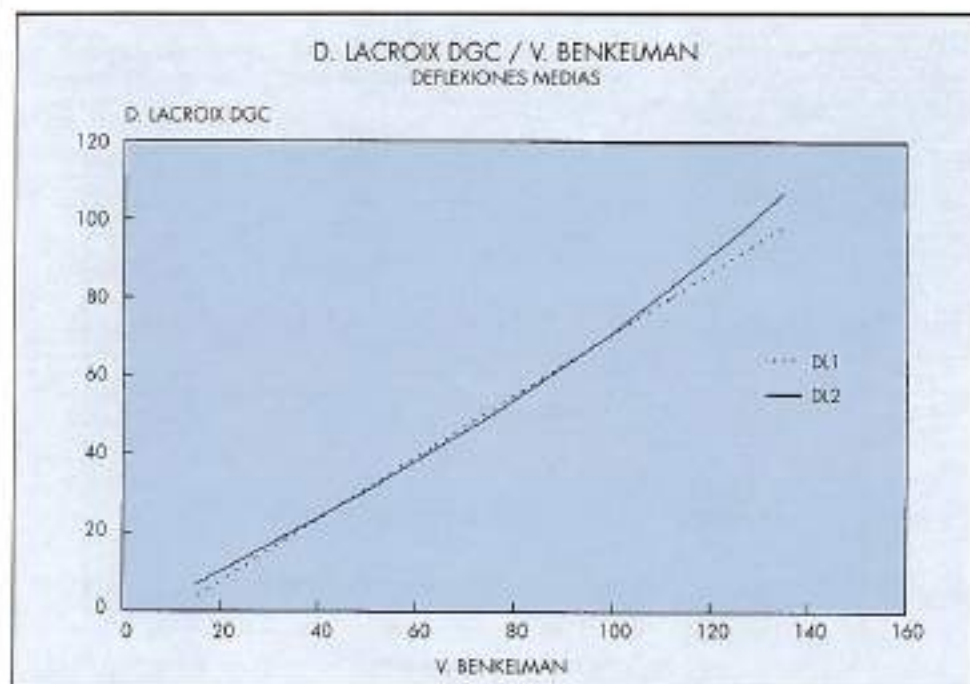
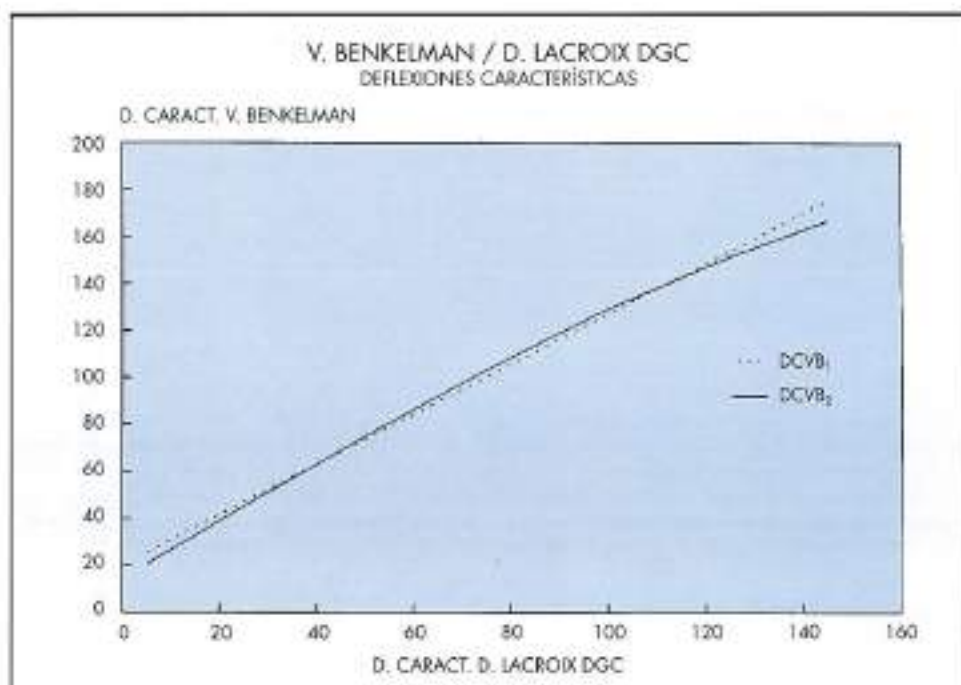


FIGURA 7. Comparación entre las ecuaciones de regresión lineal simple (DL1) y polinomial (DL2), halladas con todos los tramos y con deflexiones medias.

FIGURA 8. Comparación entre las ecuaciones de regresión lineal simple (DCVB₁) y polinomial (DCVB₂), halladas con todos los tramos y con deflexiones características.



Los errores relativos son grandes para valores pequeños de deflexiones, algo esperado, ya que el porcentaje de un error absoluto pequeño, sobre un valor de deflexión también pequeño, da lugar a un error relativo grande. Para los valores iguales o superiores a 25 centésimas de milímetro, el error relativo es pequeño y perfectamente asumible.

Las figuras 6 y 7 que representan conjuntamente las ecuaciones VB₁ y VB₂ por una parte, y en el que figuran las ecuaciones DL₁ y DL₂, por otra, nos informan del parecido

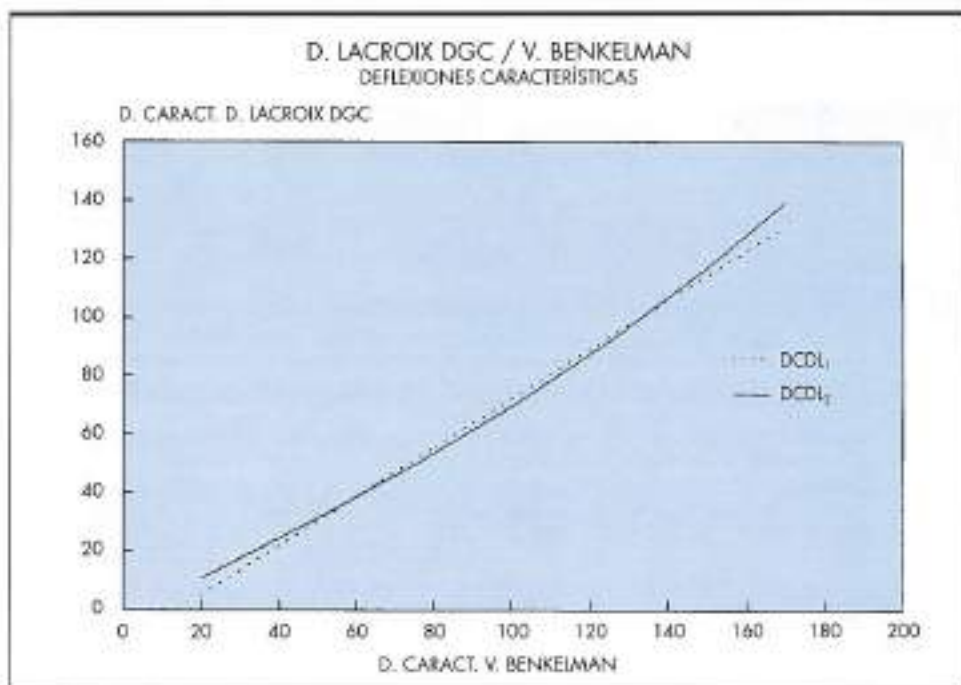
entre ellas, siendo en el caso de VB₁ y VB₂ muy parecidas para valores de deflexión inferiores a 80 centésimas de milímetro, así como en el caso de DL₁ y DL₂ lo son para deflexiones inferiores a 100 centésimas de milímetro.

Tratando de estar del lado de la seguridad, y ello implica obtener mayores valores de deflexión en el eje y, se considerarán como ecuaciones más adecuadas las siguientes:

$$VB = 1,14DL + 14,67$$

$$DL = 0,000009VB^3 + 0,65VB - 2,91$$

FIGURA 9. Comparación entre las ecuaciones de regresión lineal simple (DCDL₁) y polinomial (DCDL₂), halladas con todos los tramos y con deflexiones características.



Válidas, cada una de ellas, en el rango de deflexiones 5-110 centésimas de milímetro la ecuación en VB y 15-135 centésimas de milímetro la ecuación en DL.

Comparando deflexiones características de la viga Benkelman y el deflectógrafo Lacroix DGC, obtenidas, como en el caso de las deflexiones medias, mediante regresión lineal simple ($DCVB_1$, $DCDL_1$) y haciendo una selección de variables ($DCVB_2$, $DCDL_2$), se tienen las ecuaciones siguientes:

$$\begin{aligned} DCVB_1 &= 1,07 DCDL_1 + 20,25 \\ DCDL_1 &= 0,84 DCVB_1 - 11,65 \end{aligned} \quad [1]$$

$$\begin{aligned} DCVB_2 &= -0,000009 DCDL_2^3 + 1,24 DCDL_2 + 14,25 \\ DCDL_2 &= 0,000006 DCVB_2^3 + 0,66 DCVB_2 - 2,33 \end{aligned} \quad [2]$$

Hallando los errores absoluto y relativo de las diferencias entre las ecuaciones [1] y [2], los errores absolutos hallados son pequeños (el máximo es de 8,8 centésimas de milímetro) y están dentro del orden de error del propio deflectógrafo. Sin embargo, como sucede para las deflexiones medias, los errores relativos son grandes para deflexiones características pequeñas, ya que una pequeña diferencia entre deflexiones características da lugar a un elevado error relativo. Al igual que en el caso estudiado anteriormente, a partir de 25 centésimas de milímetro, el error relativo es aceptable.

La información que proporcionan las figuras 8 y 9, y que representan $DCVB_1$ y $DCVB_2$, así como $DCDL_1$ y $DCDL_2$, nos da un valor muy similar de deflexión característica hasta 125 centésimas de milímetro para el caso en que la variable dependiente sea la deflexión característica de la viga Benkelman, y de 150 centésimas de milímetro en el caso de que la variable dependiente sea la deflexión característica del deflectógrafo Lacroix. A partir de estos valores, las diferencias aumentan.

Si se eligen las ecuaciones que proporcionan mayores valores de deflexión característica, a partir de los límites marcados en el párrafo anterior, se hallarán deflexiones características más altas, estando del lado de la seguridad. Con este criterio se tienen las ecuaciones siguientes:

$$DCVB = 1,07DCDL + 20,25$$

$$DCDL = 0,000006DCVB^3 + 0,66DCVB - 2,33$$

Siendo válidas estas ecuaciones en los rangos 5-145 centésimas de milímetro la $DCVB$ y 20-170 centésimas de milímetro la $DCDL$.

Teniendo seleccionadas las ecuaciones de las deflexiones medias así como las ecuaciones de las deflexiones características, y hallando la diferencia entre ellas, se tiene que, como en los casos anteriormente estudiados, únicamente los errores relativos de medidas de deflexión pequeñas, en este caso 5 centésimas de milímetro, son excesivamente grandes. El rango considerado en este cálculo es una intersección del rango de VB y $DCVB$, así como el de DL y $DCDL$.

Las figuras 10 y 11 representan las ecuaciones con VB y $DCVB$, así como las ecuaciones con DL y $DCDL$.

Las figuras muestran un gran parecido entre ecuaciones, por lo que, con el propósito de obtener la ecuación que proporciona mayores deflexiones en los rangos fijados, se pueden adoptar las siguientes ecuaciones indistintamente para deflexiones medias o para deflexiones características:

$$VD = 1,14DL + 14,67$$

$$DL = 0,000009VB^3 + 0,65VB - 2,91$$

Para mayor sencillez, se puede sustituir la ecuación $VB = 1,14DL + 14,67$ por la que sigue a continuación, cuyo parecido con la sustituida hace que no se pierda fiabilidad en la medida:

$$VB = 1,15DL + 15$$

3.6. DEFLEXIÓN CARACTERÍSTICA PARA EL DEFLECTÓGRAFO LACROIX

La norma 6.3-IC de refuerzo de firmes, en su apartado 4.6.1, dice que en el caso de que se utilice deflectógrafo automático de chasis corto y viga de medida con T de arrastre invertida, se podrá emplear la siguiente correlación para el cálculo de la deflexión característica:

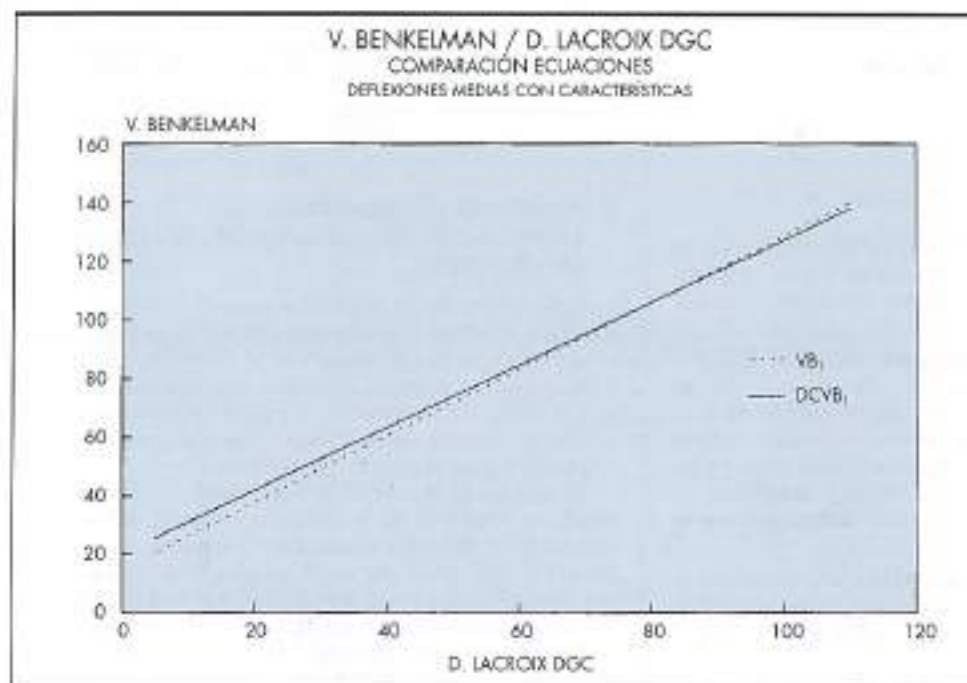
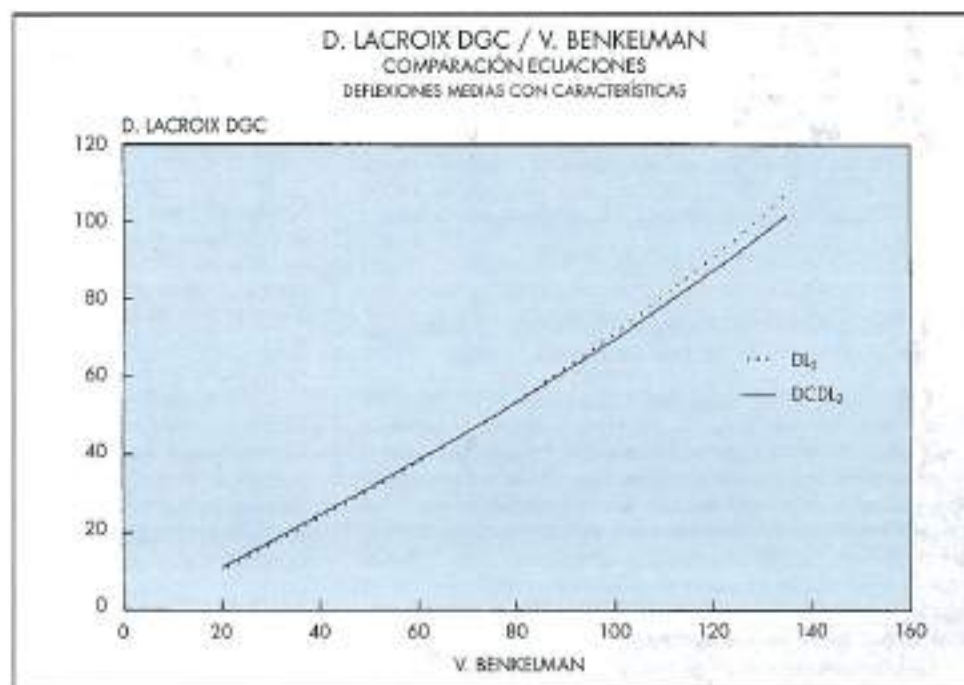


FIGURA 10. Comparación entre las ecuaciones con deflexiones medias (VB_1) y deflexiones características ($DCVB_1$), halladas con todas las tramos.

FIGURA 11. Comparación entre las ecuaciones con deflexiones medias (DL_2) y deflexiones características ($DCDL_2$), halladas con todos los tramos.



$$d_k = d_l + 25$$

siendo d_l la deflexión característica hallada a partir de las medidas obtenidas con el deflectógrafo y d_k la que se obtendría teóricamente en caso de utilizarse la viga Benkelman.

Con el fin de comprobar la validez de la corrección propuesta por la norma, se obtiene la ecuación del error absoluto como diferencia entre la ecuación obtenida en el apartado anterior y la ecuación de la norma. Asimismo, se halla el error relativo de una serie de valores comprendidos entre 5 y 110 centésimas de milímetro.

La ecuación del error absoluto es la diferencia [1] - [2] entre las dos ecuaciones que siguen:

$$DCVB = 1,15 DCDL + 15 \quad [1]$$

$$d_k = d_l + 25 \quad [2]$$

o sea:

$$\text{Error absoluto} = 0,15 DCDL - 10$$

Con esto podemos componer la tabla IV, cuyo rango de deflexiones características considerado está dentro de los valores de los límites superior e inferior, correspondientes al rango de validez de la ecuación [1].

En la tabla se puede ver que, para valores de deflexión bajas, el error relativo es muy grande; sin embargo, el error absoluto, al tratarse de deflexiones muy pequeñas, es también pequeño. A partir de una deflexión de 50 centésimas de milímetro, tanto los errores absolutos, como los errores relativos, tienen unos valores muy reducidos, y asumibles, teniendo en cuenta que el error del propio deflectógrafo es de ese orden.

En el rango estudiado, la corrección propuesta por la norma puede seguir considerándose válida, aunque también podría utilizarse la obtenida en el presente informe, o sea:

$$DCVB = 1,15 DCDL + 15$$

DEFLEXIÓN CARACTERÍSTICA EN CENTÉSIMAS DE MM (DCDL)	ERROR ABSOLUTO	ERROR RELATIVO (%)
5	-9,2	-185
25	-6,2	-25
50	-2,5	-5
75	1,2	1,7
100	5	5
110	6,5	5,9

TABLA IV. Errores absolutos y relativos de la diferencia entre la ecuación obtenida en el informe ($DCVB = 1,15 DCDL + 15$) y la dada en la norma 6.34C ($d_k = d_l + 25$), en el estudio de la deflexión característica para el deflectógrafo Lacroix.

4. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS EN LA COMPARACIÓN VIGA BENKELMAN-DEFLECTÓGRAFO LACROIX CEDEX.

La comparación de los resultados obtenidos con la viga Benkelman y el deflectógrafo Lacroix CEDEX ha de tener menos relevancia que la estudiada con el deflectógrafo Lacroix DGC, ya que el número de tramos considerados es mucho menor (25); y su distribución por tipos de firme, menos homogénea (variando desde 2 tramos para los tipos de firme 1 y 2, hasta 8 tramos para el tipo de firme 3).

El proceso de obtención de los modelos de regresión empleado es similar al de la comparación con el deflectógrafo Lacroix de la Dirección General de Carreteras. La única variación a indicar es que en el estudio de normalidad, las pruebas utilizadas son el test de la W y el test de Dixon, debido a que la muestra estudiada es inferior a 50 tramos.

En las ecuaciones obtenidas no se han encontrado anomalías en el análisis de residuos, verificándose también que

éstos constituyen una distribución normal. Por tanto, se pueden considerar válidos los modelos estudiados y pueden obtenerse bandas de confianza.

Las ecuaciones halladas en la comparación, son las siguientes:

$$\begin{aligned}VB &= 1,28DL + 8,19 \\DL &= 0,76VB - 5,08 \\DCVB &= 1,22DCDL + 11,38 \\DCDL &= 0,79DCVB - 6,64\end{aligned}$$

Siendo:

- VB = valores medios de las deflexiones obtenidas con la viga Benkelman.
- DL = valores medios de las deflexiones obtenidas con el deflectógrafo Lacroix CEDEX.
- DCVB = deflexiones características obtenidas con la viga Benkelman.
- DCDL = deflexiones características obtenidas con el deflectógrafo Lacroix CEDEX.

Las ecuaciones que relacionan los valores medios de las deflexiones tienen un coeficiente de correlación de 0,98 y las que relacionan las deflexiones características, un valor de 0,95. Ambos valores son muy aceptables.

La amplitud de los intervalos de confianza, al 95%, del coeficiente de correlación de las ecuaciones halladas, en el caso de deflexiones características es muy parecida al de las deflexiones medias.

Los extremos de los valores de deflexión con que se han hallado estas actuaciones, y por tanto su rango de validez, es el que sigue:

- Valores medios obtenidos con el deflectógrafo Lacroix CEDEX entre 11 y 97 centésimas de milímetro.
- Valores medios obtenidos con la viga Benkelman entre 15 y 138 centésimas de milímetro.
- Deflexiones características obtenidas con el deflectógrafo Lacroix CEDEX entre 18 y 127 centésimas de milímetro.
- Deflexiones características obtenidas con la viga Benkelman entre 26 y 170 centésimas de milímetro.

5. CONCLUSIONES

Los dos deflectógrafos considerados en el estudio pertenecen a la categoría de deflectógrafos automáticos de chasis corto y viga de medida con T de arrastre invertida, mencionada en el apartado 4.6.1 de la norma 6.3 IC de refuerzo de firmes.

Los estudios realizados muestran una fuerte correlación entre las medidas efectuadas con el método de recuperación de la viga Benkelman y con los deflectógrafos de la Dirección General de Carreteras y del CEDEX.

Las ecuaciones halladas en ambas comparaciones tienen un gran parecido, a pesar de que los deflectógrafos tienen una geometría ligeramente distinta. Sin embargo, en la comparación con el deflectógrafo Lacroix del CEDEX, el número de tramos estudiados es pequeño, y su distribución por tipos de firme es poco homogénea. Por tanto, las conclusiones se basan fundamentalmente en el estudio de la comparación realizada entre la viga Benkelman y el deflectógrafo

Lacroix DGC, que pueden considerarse válidas para cualquier deflectógrafo automático de chasis corto y viga de medida con T de arrastre invertida.

Se propone adoptar como ecuaciones que relacionan las deflexiones medias y las deflexiones características de tramos homogéneos medidos con deflectógrafo y viga Benkelman las siguientes:

$$\begin{aligned}VB &= 1,15DL + 15 \\DL &= 0,000009VB^2 + 0,65VB - 2,91\end{aligned}$$

Estas ecuaciones también serían válidas para valores individuales, si hubiera garantía de que las medidas con ambos equipos se realizarán exactamente en el mismo punto.

Las conclusiones anteriores, así como las ecuaciones obtenidas, no deben extrapolarse a condiciones fuera de las estudiadas. Las ecuaciones halladas son válidas en un rango de 20 a 135 centésimas de milímetro, en el caso de deflexiones medidas con la viga Benkelman, y de 5 a 110 centésimas de milímetro, para deflexiones obtenidas con deflectógrafo.

La correlación propuesta por la norma 6.3-IC en su apartado 4.6.1, ha dado resultados bastante aceptables, por lo que no hay inconveniente en seguirla utilizando, mientras no se revise la norma. No obstante, se podría emplear la ecuación más general hallada en este estudio:

$$VB = 1,15DL + 15$$

Esta ecuación resulta suficientemente aproximada tanto para deflexiones características como para deflexiones medias y puntuales, dentro del rango indicado.

6. AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento a la Dirección General de Carreteras por la financiación de este estudio, así como a su Subdirección General de Tecnología, que ha organizado la campaña de toma de deflexiones y ha suministrado los datos de deflexión obtenidos con su deflectógrafo.

7. BIBLIOGRAFÍA

1. MOPU. Dirección General de Carreteras. Refuerzo de firmes. Instrucción de Carreteras. Norma 6.3 IC. 1979.
2. Norma NLT-356/88. Medida de las deflexiones de un firme mediante el ensayo con viga Benkelman.
3. Norma NLT-337/92. Medida de las deflexiones en firmes con deflectógrafo tipo Lacroix.
4. SPIEGEL, M. (1970). Estadística. Mcgraw-Hill de México. Naucalpan de Juárez, Bdo. de México.
5. BENJAMÍN, J. (1981). Probabilidad y estadística en ingeniería civil. Mcgraw-Hill Latinoamericana. Bogotá.
6. HINES, W. y MONTGOMERY, D. (1986). Probabilidad y estadística para ingeniería y administración. Compañía Editorial Continental. México.
7. SÁNCHEZ, B. y ACHÚTEGUI, F. (1994). "Comparación entre las deflexiones medidas con el curviómetro MT-15 y con la viga Benkelman. *Rutas* N° 41. Marzo-abril 1994, pp 11-18.

Presentado en el CEDEX el Manual de Depuración URALITA, fruto de la colaboración Empresa - Universidad



De izquierda a derecha, Antonio Molina, Director Comercial de URALITA Obra Civil; Aurelio Hernández Muñoz, autor del Manual; Juan Marull, Director General Adjunto del Grupo URALITA; Carlos López Asia, Subdirector General de Análisis y Vigilancia de la Calidad de las Aguas; Felipe Martínez Martínez, Director General del CEDEX, y José M^o Pérez Diestro, Director de Marketing de URALITA P.S.

URALITA Productos y Servicios presentó el pasado día 7 de Junio en el CEDEX el *Manual de Depuración URALITA*. Un documento que recoge la creciente preocupación de la sociedad actual por el medio ambiente y se centra en uno de sus aspectos: la depuración de aguas residuales y reutilización de aguas y lodos, como forma eficaz de ahorrar recursos naturales y reducir la contaminación medioambiental.

Comienza el libro con el análisis de los datos base a considerar en las depuradoras como garantía de una correcta solución a los problemas planteados. Tras un recorrido sobre la ciencia y tecnología de la depuración, desarrolla la filosofía aplicable a las pequeñas y medianas depuradoras, considerando sus objetivos y características diferenciadoras. Se contemplan los aspectos de diseño y cálculo de los distintos sistemas y unidades de proceso, dando recomendaciones sobre las características constructivas. Además se contempla la reutilización de aguas y lodos en relación con los vertidos, así como los aspectos de gestión, mantenimiento y explotación.

El *Manual* que ha presentado URALITA tiene pues, una vertiente tradicional en cuanto a su utilidad, pues continúa la línea de documentos de la empresa. Pero además entra de lleno a satisfacer las exigencias en cuanto a aplicación práctica que marcan las nuevas tendencias en información. Para

ello incorpora un programa informático de diseño y cálculo de depuradoras.

El *Manual de Depuración URALITA* ha requerido que se aunarán los conocimientos científico-técnicos de la Universidad y la experiencia práctica y diversificada de URALITA y de profesionales del sector. El resultado es un documento que proporciona a sus lectores un conjunto de ideas y datos sobre la materia tratada, huyendo de un tratamiento excesivamente teórico.

Los autores del *Manual de Depuración URALITA* son D. Aurelio Hernández Muñoz (Dr. Ingeniero de Caminos, Catedrático y Director del

Departamento de Ordenación del Territorio, Urbanismo y Medio Ambiente de la U.P.M.), D. Aurelio Hernández Lehmann (Ingeniero de Caminos, licenciado en Derecho y Asesoría Empresarial, experto en mantenimiento y explotación de Servicios de Agua), D. Pedro Galán Martínez (Ingeniero de Telecomunicaciones, experto en sistemas informáticos de mantenimiento, explotación y gestión de Servicios de Agua) y la Dirección Técnica de Obra Civil de URALITA.

El *Manual de Depuración URALITA* está en línea con la filosofía que ha presidido la realización de todas las publicaciones de la empresa, desde que en los años cincuenta publicara su primer manual: crear documentos prácticos, que sean herramientas de trabajo además de manuales divulgativos.

