

# Contribución al estudio de las precipitaciones máximas en la provincia de Álava (País Vasco). Análisis de diferentes funciones de distribución

HILARIO LLANOS (\*)

CARLOS DÍAZ (\*\*)

JAIME GARFÍAS (\*\*\*)

ÍÑAKI ANTIGÜEDAD (\*\*\*\*)

JOSÉ LLAMAS (\*\*\*\*\*)

**RESUMEN** Entre los diferentes factores que caracterizan el clima de una región, el que sin duda tiene un mayor interés para su aplicación directa en estudios hidrometeorológicos es la precipitación. En el presente artículo se aborda el estudio de eventos bajo condiciones extremas como paso previo e indispensable para el establecimiento, en términos probabilísticos, de las características pluviométricas de la región considerada, con aplicación directa en el diseño de sistemas de drenaje en general y fundamentalmente, en nuestro caso, para el análisis de crecidas en algunas cuencas del País Vasco. En este sentido, se presenta los resultados de un análisis comparativo entre algunas de las funciones teóricas ya clásicas (Gumbel, Pearson...), hasta ahora más comúnmente utilizadas, y nuevas funciones de distribución de orden superior.

## CONTRIBUTION TO THE STUDY OF THE MAXIMUM RAINFALLS IN THE ÁLAVA PROVINCE (BASQUE COUNTRY). ANALYSIS OF DIFFERENT DISTRIBUTION FUNCTIONS

**ABSTRACT** Among the different factors characterizing the climate of a region, the rainfall is the one which without doubt has a greater interest for direct application in hydrometeorological studies. In this paper the study of events under extreme conditions is approached as indispensable and previous step for the establishment, in probability terms, of the pluviometric characteristics of the considered region, with direct application in the design of drainage systems as a rule and fundamentally, in our case, for the flood analysis in some basins of the Basque Country. In this sense, the results of a comparative analysis among some of the already classic theoretical functions (Gumbel, Pearson...) and new functions of superior order distribution is presented.

**Palabras clave:** País Vasco; Hidrometeorología; Precipitaciones máximas; Función de distribución; Análisis frecuencial de precipitaciones; Gumbel; Log-Pearson III; Beta-Jacobi; Normal-Chebyshev.

## 1. INTRODUCCIÓN

No son lejanos los fuertes episodios lluviosos que tuvieron lugar durante la segunda quincena de agosto

de 1983 en el País Vasco y que ocasionaron importantes y extensos daños, particularmente en su vertiente cantábrica. Esta situación parcialmente se volvió a reproducir, aunque de manera puntual, durante julio de 1988, y más recientemente, sin embargo, se vivió un período de acusada sequía (1990-1991), que desbordaron con mucha las expectativas de la realidad hidrológica habitual a decir de los responsables de la planificación hidráulica de este país. Similares fenómenos suelen presentarse con cierta periodicidad en otros países. Sin embargo, este hecho no es argumento utilizable para minimizar el verdadero problema cuyas consecuencias derivan de una falta de realismo y de la toma de decisiones erróneas en el diseño de la política hidráulica, frecuentemente por ignorancia o por falta de herramientas adecuadas y oportunas.

En este sentido el ejemplo de Asia ilustra adecuadamente la importancia socio-económica de la previsión de eventos extremos, si bien se trata de un área con condicio-

(\*) Catedrático de Geodinámica de E.U. Dr. en Ciencias Geológicas. Universidad del País Vasco. Facultad de Ciencias de la Tierra. Bilbao, España.

(\*\*) Director y Prof. de Investigación del Centro Interamericano de Recursos del Agua. Dr. Ingeniero Civil. Universidad Autónoma del Estado de México. C.I.R.A. Toluca, México.

(\*\*\*) Profesor de Investigación del Centro Interamericano de Recursos del Agua. Dr. Ingeniero Civil. Universidad Autónoma del Estado de México. C.I.R.A. Toluca, México.

(\*\*\*\*) Profesor Titular de Geodinámica. Dr. en Ciencias Geológicas. Universidad del País Vasco. Facultad de Ciencias de la Tierra. Bilbao, España.

(\*\*\*\*\*) Catedrático de Hidrología. Dr. Ingeniero Civil. Université Laval. Faculté des Sciences et Génie. Québec, Canadá.

nes climáticas no comparables con las aquí existentes. En efecto, en este vasto continente se estima en más de tres mil millones de dólares las pérdidas anuales resultantes de las inundaciones que gravitan pesadamente sobre la economía de gran número de países pertenecientes al Tercer Mundo (O.M.M., 1986), sin contar con las pérdidas humanas cuyo valor no tiene precio. Por otro lado, teniendo en cuenta el carácter aleatorio de los eventos extremos es justificado abordar el análisis de las variables hidrometeorológicas bajo un punto de vista probabilístico o frecuencial pues este método es sin duda alguna una herramienta científica apropiada para la estimación de eventos que puedan producirse en un futuro y cuyo período de ocurrencia y magnitud no pueden en principio predecirse con exactitud.

Existen obstante algunas objeciones que pueden aducirse cara a la correcta aplicación de estos métodos de análisis, y es que en ocasiones muestran escasa relación con las hipótesis de partida. En efecto, estas leyes están a menudo fundamentadas sobre hechos que no representan la realidad física del fenómeno y principalmente el punto más discutible para su utilización es la escasa información que algunas de ellas necesitan para la elaboración de la función explicativa del fenómeno. Por ello, actualmente en los estudios hidro-meteorológicos se tiende a tener en consideración la información global, tanto física como numérica de un fenómeno, de manera que el conjunto de estas características contribuya a optimizar el resultado de los mismos.

## 2. CONCEPTOS PREVIOS

Existen dos claras tendencias en el estudio de un fenómeno hidrológico, cada una de las cuales ha dado lugar a la existencia de escuelas de pensamiento diferente. La primera de ellas, **determinista**, preconiza que el pasado determina completamente el comportamiento presente y futuro del sistema, abordando por tanto el estudio de un fenómeno teniendo en cuenta exclusivamente las leyes físicas y relaciones matemáticas que rigen el mismo. La segunda escuela, también llamada probabilística o **estocástica**, tiene por su parte en consideración el carácter aleatorio del proceso y desarrollo a lo largo de su historia. En consecuencia, se apoyará en la aplicación de leyes o funciones analíticas a un conjunto de observaciones previas para calcular los valores futuros de la variable.

Todos los conocimientos estadísticos que pueden adquirirse de un fenómeno aleatorio están contenidos en su **función de distribución** la cual concentra toda la información en términos de frecuencia (Llamas, 1986). El conocimiento o la evaluación de esta función, o de su derivada, **función de densidad de probabilidad**, es el objetivo principal de todo análisis estadístico. Asimismo, se denomina **periodo de retorno T** de un evento cualquiera a la esperanza matemática del intervalo de tiempo en el que este evento se produzca al menos una vez. La relación entre la probabilidad  $P(x)$ , de tener un valor inferior a uno predefinido, y el período de retorno T es:

$$T = \frac{1}{1 - F(x)} \quad \text{o bien} \quad F(x) = \frac{T-1}{T}$$

### 2.1. FUNCIONES CLÁSICAS CON NÚMERO REDUCIDO DE MOMENTOS

Numerosas funciones de distribución han sido adaptadas al análisis de frecuencias en estudios hidro-meteorológicos

cuya elección, en cada caso, dependerá de las propias características físicas del fenómeno que se investiga y de la calidad de las muestras disponibles. En este epígrafe, de las diferentes funciones apropiadas para el tratamiento de valores extremos, nos referiremos exclusivamente a la distribución tipo I de Gumbel y a la función de Log-Pearson III.

#### 2.1.1. DISTRIBUCIÓN DE VALORES EXTREMOS TIPO I

E. J. Gumbel (1969) tras efectuar un estudio detallado de las diferentes funciones de distribución de valores extremos dedujo una función conocida bajo el nombre de Ley de Gumbel que incluye la existencia de tres posibles casos todos ellos asintóticos de acuerdo con la forma de distribución de la variable  $x$ , la primera de las cuales, tipo I, ha venido siendo objeto de numerosas aplicaciones principalmente en el análisis de precipitaciones extremas e igualmente en el estudio de caudales de crecidas máximas. Esta distribución está representada por:

$$p = 1 - e^{-e^{-y}}$$

donde,  $p$  es la probabilidad de que un determinado evento sea igualado o excedido;  $e$  es la base de los logaritmos neperianos; y  $y$  es la variable reducida, que a su vez es función de la probabilidad.

La variable reducida se evalúa a partir del período de retorno  $T$  mediante:

$$y_T = -\ln\left(-\ln\left(\frac{T-1}{T}\right)\right)$$

resultando la expresión:

$$x = \bar{x} + (0.7797y - 0.45)\sigma_x$$

que en su estructura es del mismo tipo que la estandarizada por Chow (1964) para la mayor parte de las funciones de distribución de frecuencias y definida genéricamente por:

$$x = \bar{x} + k\sigma_x$$

siendo:  $x$  el valor de la variable con una probabilidad dada;  $\bar{x}$  la media de la serie;  $\sigma_x$  la desviación standard;  $k$  el factor de frecuencia definido para una distribución específica, función de la probabilidad asignada a  $x$ .

#### 2.1.2. DISTRIBUCIÓN DE LOG-PEARSON III

En los Estados Unidos de América, el Federal Water Resources Council (WRC) ha establecido la función de Log-Pearson III como el método de análisis de frecuencias de valores extremos. En realidad, puede considerarse como un caso particular dentro de las funciones que componen el sistema pearsonian y se obtiene aplicando una transformación logarítmica,  $\ln X$ , a una variable  $X$  distribuida según una ley Pearson III (in Linsley et al., 1982). La variable  $X$ , por tanto, seguirá una distribución Log-Pearson III con una función de densidad de probabilidad tal que:

$$P(x) = \frac{1}{\alpha \cdot \beta^{\frac{1}{\gamma}} \cdot \Gamma\left(\frac{1}{\gamma}\right)} \cdot \frac{e^{-\frac{(x-\mu)^{\gamma}}{\beta}}}{\left(\frac{(x-\mu)^{\gamma}}{\beta}\right)^{\frac{1}{\gamma}}}$$

con  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  como parámetros respectivamente de escala, forma y posición. Para estimar los valores característicos de esta distribución en una muestra, se debe efectuar una transformación de cada dato en base a su logaritmo natural, y posteriormente se calculan los parámetros de la muestra, esto es, la media, la desviación standard y el coeficiente de asimetría.

La determinación del coeficiente de asimetría se efectúa de acuerdo con la expresión:

$$C_S = \frac{n^2 \sum_{i=1}^n y_i^3 - 3n \sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n y_i^2 + 2 \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)^3}{n(n-1)(n-2)\sigma_y^3}$$

resultando finalmente:

$$C_S = \frac{n \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^3}{(n-1)(n-2)\sigma_y^3}$$

A partir de este parámetro es posible calcular el valor tabulado del factor de frecuencia  $K$  correspondiente a la probabilidad deseada (Chow, 1964), presentándose la variable así transformada bajo la forma:

$$y = \bar{y} + K\sigma_y$$

y estableciéndose finalmente el valor real de la misma a partir de la transformación inversa. Teóricamente, según el método de Pearson, los criterios para poder emplear la función Log-Pearson III son muy rigurosos, no obstante constituye una distribución muy versátil gracias a la transformación logarítmica y a la circunstancia de que cuando su coeficiente de asimetría se iguala a cero se obtiene la distribución log-normal, razones que justifican su empleo frecuente.

## 2.2. FUNCIONES DE ORDEN SUPERIOR

La obtención de la máxima información posible contenida en una muestra es hoy en día uno de los objetivos de mayor interés en todo estudio hidro-meteorológico, lo que se consigue con la aplicación de momentos de orden superior, mejorando algunas funciones clásicas (funciones clave) con una serie de polinomios ortogonales que asegure la convergencia entre la función de distribución de la muestra y de la población (Llamas, 1989; Díaz Delgado, 1991; Díaz Delgado et al., in press; Díaz Delgado et al., in press). Las nuevas funciones que se consideran en el marco del presente estudio resultan del ajuste entre las funciones normal y beta y los polinomios ortogonales de Chebyshev-Hermite y Jacobi, respectivamente.

### 2.2.1. Función Normal y Polinomios Ortogonales de Tipo Chebyshev-Hermite.

La función ajustada por la función normal y los polinomios ortogonales de Chebyshev-Hermite es la siguiente:

$$f(x) = \sum_{j=0}^{\infty} C_j H_j(x) \phi(x)$$

$$A_n = \frac{(p)_n (p+q-1)_n (2n+p+q-1)}{n! (q)_n (p+q-1)} \sum_{k=0}^n C_k^n (-1)^k \frac{(p+q-1+n)_k}{(p)_k} \mu'_k$$

siendo  $\mu'_k$  el momento de la función  $g(y)$  con relación al origen.

Finalmente  $G_n(y)$  está definido por:

$$G_n(y) = \sum_{k=0}^n C_k^n (-1)^k \frac{(p+q-1)_k}{(p)_k} y^k, \text{ para } C_k^n = \frac{(-n)_k}{k! (-1)^k} y(n)_k = n(n+1)\dots(n+k-1)$$

donde

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, -\infty < x < +\infty$$

siendo:  $f(x)$  la función de densidad de probabilidad normal estandarizada;  $H_j(x)$  el polinomio de Chebyshev-Hermite de orden  $j$ , que se obtiene derivando  $j$  veces la función  $f(x)$ ;  $C_j$  la función dependiente de los  $j$  primeros momentos de la muestra.

Una vez desarrollados los polinomios, la función  $f(x)$  puede expresarse como:

$$f(x) = \phi(x) \left[ 1 + \frac{1}{2} (\mu_2 - 1) H_2 + \frac{1}{6} \mu_2 H_3 + \frac{1}{24} (\mu_4 - 6\mu_2 + 3) H_4 + \dots \right]$$

donde  $\mu_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^r$  es el momento centrado de orden  $r$ .

Además si los valores de  $x$  están estandarizados (la media nula y la desviación standard unitaria), la expresión general de la función resultante queda de la forma:

$$f(x) = \phi(x) \left[ 1 + \frac{1}{6} \mu_2 H_2 + \frac{1}{24} (\mu_4 - 3) H_4 + \dots \right]$$

Generalmente para este tipo de ajuste el número de momentos aconsejable se sitúa entre cuatro y seis.

### 2.2.2. Función Beta y Polinomios Ortogonales de Tipo Jacobi

La función beta puede expresarse como:

$$f(y) = \frac{1}{\beta_{p,q}} y^{p-1} (1-y)^{q-1}, 0 \leq y \leq 1$$

siendo

$$\beta_{p,q} = \frac{p! q!}{(p+q)!}$$

La nueva función de densidad de probabilidad resultante de su ajuste con polinomios ortogonales de tipo Jacobi, vendrá definida por la expresión (Díaz Delgado, 1991):

$$g(y) = \frac{y^{p-1} (1-y)^{q-1}}{\beta_{p,q}} \sum_{n=0}^{\infty} A_n G_n(y)$$

donde:  $G_n(y)$  representa la familia de polinomios de grado  $n$  y  $A_n$  los coeficientes numéricos que dependen del índice  $n$  y de  $g(y)$ .

Después de efectuar un cambio de variables, la evaluación de  $A_n$  se realiza a partir de la expresión anterior:

### 3. APLICACIÓN DEL ANÁLISIS FRECUENCIAL AL ÁREA ESTUDIADA

Uno de los objetivos perseguidos en todo estudio de precipitaciones extremas, como el presente, es la elaboración de mapas teóricos para supuestos lluviosos de diferente duración y periodo de retorno. Para ello se han de definir una serie de coeficientes que relacionen las precipitaciones de  $n$  horas móviles a las de un intervalo común de 24 horas fijas, tal y como se desprende de numerosas investigaciones (Garcías, 1987; Llanos, 1992), lo cual sólo es posible si se dispone de un cierto número de pluviógrafos cuya información servirá de referencia para efectuar la operación de extrapolación de los valores de precipitaciones deducidos en el resto de las estaciones a los intervalos de tiempo  $n$  requeridos en el estudio.

Dado el escaso número de estaciones pluviográficas existentes en el interior de la provincia de Álava (fig. 1), básicamente las de Vitoria y Ullívarri, y al objeto de dar una mayor consistencia y significado a los resultados, el análisis se ha extendido a otras estaciones pertenecientes al País Vasco y a la provincia de La Rioja. Estas estaciones suplementarias se corresponden con la base militar de Agoncillo en Logroño, el observatorio de Monte Igueldo en Guipúzcoa y el aeropuerto de Sondica en Vizcaya. A pesar de que sus localizaciones no aconsejan en principio considerarlas como estaciones de referencia, la principal razón para su inclusión se debe a que los períodos de observación de sus series cronológicas excede significativamente a los de las estaciones de Vitoria y Ullívarri. En consecuencia, los resultados de aquéllas, a partir del análisis que a continuación se aborda, habrán de considerarse solamente como comple-

mentarios y en todo caso servirán de apoyo a las conclusiones que se obtengan exclusivamente de las estaciones del área estudiada.

En base a estas consideraciones la metodología seguida, ha consistido en la selección de registros y de intervalos de precipitación. Para el presente estudio se ha partido de la información contenida en el Proyecto PROSER (1983), previo a la elaboración del Plan Hidrológico Vasco, en su día desarrollado por la firma Sir M. Mac Donald & Partners Limited, a petición del Gobierno Vasco, que se completó con los datos facilitados por la empresa hidroeléctrica Iberduero, correspondientes a los asentamientos de Vitoria y Ullívarri, este último anexo a los embalses del Zadorra próximos a la ciudad de Vitoria. La recopilación de la información se centró en los registros de las bandas pluviográficas correspondientes a los eventos de máxima precipitación anual, si bien para períodos de observación variables dependiendo de la estación (1981-91: Vitoria, 1978-91: Ullívarri, 1949-83: Igueldo, 1951-90: Sondica y 1965-90: Logroño). Posteriormente en cada registro se establecieron las precipitaciones máximas para diferentes intervalos de tiempo previamente definidos de 10, 20 y 30 minutos, y de 1, 2, 3, 6, 12 y 24 horas. Los resultados obtenidos para la estación de Igueldo se muestran en la tabla I.

El siguiente paso ha consistido en determinar para cada intervalo y estación las precipitaciones teóricas esperadas, en términos frecuenciales, mediante el ajuste a las funciones de distribución antes descritas. Para su aplicación se han utilizado diferentes programas informáticos, uno de los cuales (Extrem 1.0, in Díaz Delgado, 1991) ha sido diseñado especialmente para el tratamiento de las funciones de distribución de orden superior Normal-Chebyshev y Beta-

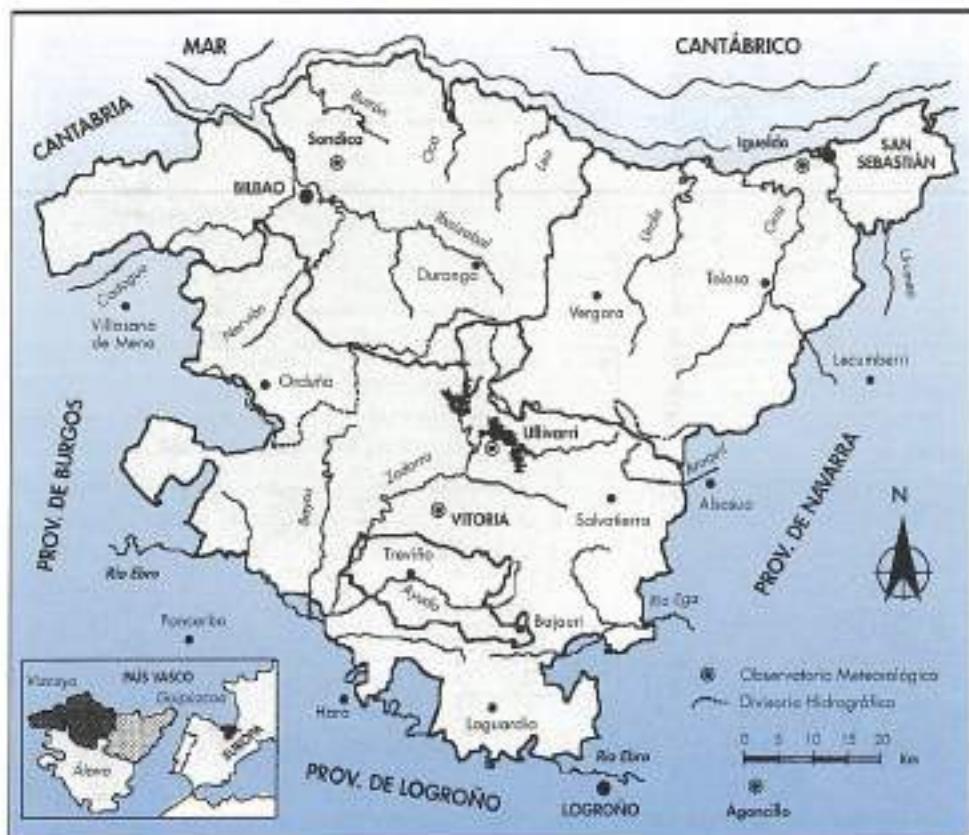


FIGURA 1. Esquema del País Vasco con la ubicación de las estaciones pluviográficas consideradas.

ESTACIÓN DE IGUELDO. AJUSTE DE GUMBEL										
Precipitaciones Máx. en 1/6, 1/3, 1/2, 1, 2, 3, 6, 12 y 24 horas										
AÑO	MES	1/6	1/3	1/2	1	2	3	6	12	24
49/50	25 Sept.	4,1	10,0	13,0	21,0	31,0	36,0	37,0	43,5	54,1
51/52	3 Mayo	4,3	8,2	8,5	15,0	25,0	32,5	40,0	97,5	118,7
53/54	13 Oct.	3,6	8,7	12,0	15,0	27,5	35,0	42,5	91,5	117,3
54/55	5 Agosto	9,0	14,0	21,0	35,0	51,0	52,0	52,5	52,5	52,5
55/56	26 Mayo	2,3	4,1	6,8	12,0	20,0	26,0	45,0	76,0	89,2
57/58	13 Dici.	4,2	5,5	7,0	8,0	12,0	17,0	25,0	38,0	46,2
60/61	28 Dic.	2,0	3,7	5,4	12,5	25,0	27,0	50,0	94,0	117,2
61/62	12 Nov.	1,7	2,9	4,1	6,0	10,0	13,0	23,0	38,3	47,9
62/63	17 Sept.	8,0	14,0	21,0	34,0	42,0	45,0	70,0	120,5	131,5
63/64	1 Abril	2,0	3,3	5,0	10,0	16,0	21,0	38,0	63,0	73,0
64/65	9 Junio	6,0	8,2	11,0	18,0	28,0	36,0	46,0	67,0	92,0
67/68	24 Marzo	1,5	2,7	4,2	6,0	10,0	15,0	29,0	59,0	89,0
69/70	5 Agosto	4,6	7,6	11,0	16,0	28,0	38,0	54,0	63,5	64,0
70/71	25 Mayo	13,5	21,0	23,5	34,0	25,0	28,0	36,0	39,0	45,5
72/73	15 Agosto	12,0	19,0	24,0	32,0	51,0	64,0	72,0	80,2	90,3
74/75	21 Octubre	1,5	2,4	3,6	6,0	10,0	14,0	26,0	46,0	60,7
75/76	5 Junio	7,0	13,2	18,0	22,0	26,0	35,0	56,0	60,6	96,6
76/77	2 Dici.	1,0	2,0	3,1	5,0	9,0	13,0	18,0	32,0	52,7
77/78	16 Nov.	4,0	6,1	8,0	9,5	13,0	19,0	33,0	49,0	67,0
78/79	12 Enero	2,1	4,3	5,7	7,0	13,0	17,0	30,0	4,0	74,0
80/81	16 Dic.	3,0	5,2	7,7	8,2	9,0	15,0	20,0	29,0	51,0
81/82	11 Oct.	2,7	5,0	8,3	14,0	26,0	38,0	64,0	70,5	96,7
82/83	26 Agosto	5,0	8,4	12,0	20,0	28,0	33,0	43,0	45,3	67,9
Media		4,7	7,8	10,6	15,3	23,3	29,2	48,0	60,7	79,3
Desv. Standard		5,3	5,3	6,4	8,9	12,2	13,2	16,0	23,3	24,8
Parámetros Gumbel										
		$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\gamma_3$	$\gamma_4$	$\gamma_5$	$\gamma_6$	$\gamma_7$	$\gamma_8$	$\gamma_9$
T-5		1,500	0,526	1,082	0,900					
T-10		2,250	0,526	1,082	1,593					
T-15		2,674	0,526	1,082	1,985					
T-25		3,199	0,526	1,082	2,470					
T-50		3,900	0,526	1,082	3,110					
T-100		4,995	0,526	1,082	3,761					
Predic. Teóricas										
		1/6	1/3	1/2	1	2	3	6	12	24
T-5		7,7	12,3	16,4	23,6	34,4	41,0	57,4	81,0	100,8
T-10		10,0	16,2	20,8	29,7	42,6	50,1	68,5	97,8	118,0
T-15		11,3	18,2	23,4	33,2	47,6	55,3	74,7	106,9	127,7
T-25		12,9	20,8	26,5	37,6	53,6	61,7	82,5	118,2	139,6
T-50		15,0	24,2	30,6	43,4	61,5	70,2	92,8	133,2	155,8
T-100		17,1	27,6	34,7	49,1	69,4	78,7	103,1	148,2	171,8
Precip. Teóricas										
		1/6	1/3	1/2	1	2	3	6	12	24
T-5		-0,08	0,12	0,16	0,23	0,34	0,41	0,57	0,81	1,00
T-10		-0,08	0,14	0,18	0,25	0,36	0,42	0,58	0,83	1,00
T-15		-0,09	0,14	0,18	0,26	0,37	0,43	0,59	0,84	1,00
T-25		-0,09	0,15	0,19	0,27	0,38	0,44	0,59	0,85	1,00
T-50		-0,10	0,16	0,20	0,28	0,39	0,45	0,60	0,85	1,00
T-100		-0,10	0,16	0,20	0,39	0,45	0,46	0,60	0,85	1,00

TABLA I. Resultados de algunos ajustes a diferentes funciones de distribución.

AJUSTES FUNCIÓN BETA-JACOBI CON 5 MOMENTOS (24 horas)					
ESTACIONES	VITORIA	SONDICA	LOGROÑO	IGUELDO	ULLIVARI
Parámetros de la Función Beta	P Q	1,69 18,21	1,31 16,04	3,93 27,33	3,09 20,19
Coeficientes del Polinomio	A B C	152,8 0,69 17,21	42,9 0,31 15,04	96,897 2,92 26,33	535,3 1,09 19,19
Precipitaciones Calculadas	T-2 T-5 T-10 T-25 T-50 T-100	35,1 45,0 56,9 77,0 86,1 96,3	62,4 85,4 101,4 134,3 140,8 281,3	30,3 40,1 46,3 53,7 64,0 63,1	73,8 101,7 116,4 131,2 140,1 136,0

AJUSTES FUNCIÓN NORMAL-CHEBYSHEV CON 5 MOMENTOS (24 horas)						
COEF. POLINOMIO	C1	C2	C3	C4	C5	
Witoxo	0,75	1,27	0,44	-0,59	-0,08	-0,03
Sondica	1,24	1,99	-0,66	-1,30	0,14	0,13
PRECIPITACIONES	T-2	T-5	T-10	T-25	T-50	T-100
Witoxo	80,0	80,3	91,1	101,8	108,3	113,4
Sondica	95,7	132,8	159,2	203,7	245,1	306,1

AJUSTES FUNCIÓN DE LOG-PEARSON III (24 horas)						
PARÁMETROS ESTADÍSTICOS	VITORIA	ULLIVARI	SONDICA	LOGROÑO	IGUELDO	
Média (log10)	1,58	1,72	1,83	1,46	1,87	
Dev. Standard (log10)	0,13	0,12	0,16	0,14	0,14	
Coefic. Alinearia	1,51	2,30	2,00	-0,40	0,19	
PROBABILIDADES	T-2	T-5	T-10	T-25	T-50	
Efectiva	K	-0,24	0,69	1,03	2,15	1,75
Witoxo	P	35,8	47,1	56,9	72,4	86,5
Efectiva	K	-0,34	0,32	1,25	2,26	3,05
Ullíbarri	P	47,3	59,8	72,8	95,4	117,8
Efectiva	K	-0,38	0,66	1,21	2,28	3,11
Sondica	P	59,1	79,9	104,4	152,6	205,9
Efectiva	K	0,01	0,85	1,28	1,71	2,39
Logroño	P	30,5	39,7	45,5	52,3	57,6
Efectiva	K	-0,03	0,83	1,20	1,80	2,15
Igueldo	P	74,1	96,9	112,6	130,9	146,0

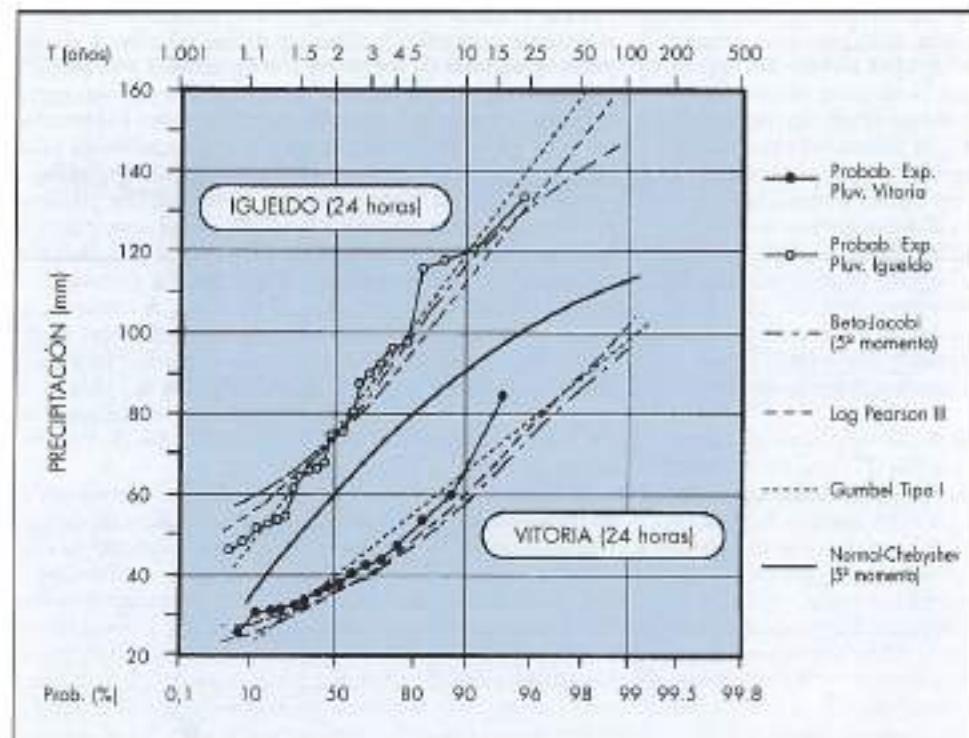


FIGURA 2. Estudio de precipitaciones extremas. Diferentes ajustes efectuados.

Jacobi. El ajuste del resto de las funciones ensayadas: Gumbel tipo I y Log-Pearson III se ha efectuado igualmente por procedimientos informáticos desarrollados con este propósito.

El cálculo de la probabilidad de la función experimental en ambos programas es común y a partir de la fórmula de Weibull, si bien para la comparación del grado de ajuste a la función teórica, de acuerdo con el Test de Kolmogorov-Smirnov, para un nivel de 0,05, el primero (Extrem) dispone de una rutina integrada y en el segundo se efectúa mediante desarrollo analítico separado.

En la figura 2 se muestra, a título de ejemplo y para dos de las estaciones, las curvas de variación de frecuencia de las diferentes funciones teóricas utilizadas correspondientes a las precipitaciones máximas habidas en 24 horas. Hay que indicar que para su representación se ha empleado como base el papel probabilístico tipo Gumbel, razón por la que su ley teórica, doblemente exponencial, presenta en todos los casos un trazado recto. Igualmente en las tablas I se ilustran diferentes aspectos de los resultados analíticos obtenidos en todo este proceso, incluyendo para cada función ensayada, y al menos para un mismo supuesto de evento de duración común (24 h), el cálculo de los valores de las precipitaciones teóricas para distintos períodos de retorno en las estaciones consideradas.

En base a estos resultados pueden extraerse las siguientes consideraciones:

1. La utilización de la función Normal-Chebychev, únicamente representada para la estación de Vitoria, de ningún modo es aconsejable ya que su distribución se separa notablemente de la función experimental.
2. Por lo que se refiere al resto de las funciones para aquellas estaciones que disponen de un mayor número de registros (Igeldo y Lagrño) todas ellas parecen reproducir

satisfactoriamente el mismo fenómeno, por lo que en principio la aplicación de cualquiera de ellas estaría a nuestro juicio perfectamente justificada. Además, en conjunto las funciones de Log-Pearson III y Beta-Jacobi no parecen tener entre sí diferencias de estimación importantes en todo su desarrollo y en general convergen con la ley de Gumbel tipo I para los valores de frecuencias intermedios. Sin embargo, para períodos de retorno superiores a 10 años aquéllas muestran una sensible variación en la estimación de las precipitaciones.

3. Las distribuciones para estas mismas funciones correspondientes a las estaciones de Vitoria y Ullíbarri presentan en general un grado de ajuste inferior en correspondencia a una más escasa información que de ellas se posee, acentuándose aún más para las funciones Log-Pearson III y Beta-Jacobi. A diferencia de estas funciones, la ley de Gumbel, siendo una función excesivamente conservadora y debido a que en su construcción sólo requiere de dos momentos estadísticos, parece ser la distribución teórica utilizable en este caso, pues se cuenta con muy poca información estadística del fenómeno y no se justificaría el empleo de una función moderna.

A la vista de estas consideraciones podría plantearse la posibilidad de utilizar distinto tipo de función de distribución para cada estación de acuerdo con la longitud de sus registros, e incluso llegado el caso, proponer para aquellas con análogo número de datos una ulterior diversificación en base a las particulares condiciones climáticas de su entorno geográfico. Siguiendo este razonamiento se llegaría al eterno problema de la elección, dilema sobre el que, desde el nacimiento de la Hidrología como Ciencia y a pesar del elevado número de investigaciones llevadas a cabo en numerosos países con regímenes pluviométricos perfectamente diferenciados, no existe un claro consenso al respecto.

En este sentido aparte del análisis económico del riesgo que es en definitiva el que en todo momento debe primar, en numerosos debates, algunos de ellos incluso de corte filosófico, suele concluirse en que la elección de una determinada función puede llegar a constituir un verdadero arte. Por consiguiente, debido a la escasa información estadística en la región, y a pesar del riesgo que entraña en sí la operación de elección, el desarrollo frecuencial, que a continuación se aborda, se ha fundamentado exclusivamente sobre la ley de Gumbel. En línea con lo antedicho se obtuvieron para cada estación los valores teóricos de precipitación para períodos de retorno de 5, 10, 15, 25, 50 y 100 años correspondientes a los intervalos de duración de lluvia establecidos para el estudio. En la tabla I se ilustra a modo de ejemplo todo el proceso seguido en la estación de Igueldo.

Por lo que se refiere al resto de las estaciones pluviométricas integradas en el área en estudio (21) y de las que solamente se disponen de datos diarios (totalizados en 24 horas), se las sometió análogamente a un análisis frecuencial de acuerdo con la ley de Gumbel, considerando exclusivamente las precipitaciones máximas contabilizadas a lo largo de un año. Dado que la longitud de sus registros era de 10 años (1978-88), se optó por seleccionar 2 eventos máximos por año, a fin de disponer de un número mínimo aconsejable. En la figura 3 se muestra para dos de las estaciones consideradas la representación simultánea de la función teórica, poniéndose de manifiesto, a escala visual, un buen ajuste en general entre ambas distribuciones para cualquier nivel de probabilidad.

Este hecho queda confirmado mediante el análisis comparativo que resulta de la aplicación del test de Kolmogorov-Smirnov al conjunto de pares de distribuciones (experimental y teórica) correspondientes a cada estación pluviométrica, constatándose en todos los casos un ajuste aceptable. Finalmente, a partir de los estadísticos de las muestras, y de acuerdo con las expresiones precedentes, se obtienen los valores de las precipitaciones teóricas diarias para eventos de diferente período de ocurrencia.

El paso siguiente consistió en establecer para cada una de las estaciones pluviográficas los valores de las relaciones de precipitación de  $n$  a 24 horas, tal y como se muestra en la tabla I para el observatorio de Igueldo (relación

$P_1/P_{24}$ ). Dada la ubicación del área en estudio con respecto al entorno geográfico y climático de las estaciones pluviográficas, algunas de las cuales corresponden a asentamientos extremadamente alejados, para el proceso de extrapolación de las precipitaciones teóricas a los intervalos horarios ya establecidos solamente se han referido como representativas las relaciones de precipitación deducidas a partir del análisis frecuencial aplicado en Vitoria y Ullívarri. Dichos valores muestran notables similitudes y ante la falta de criterios que en principio aconsejan una zonación por estaciones, fundamentalmente en base a factores orográficos (Garfias, 1987), para el conjunto del área estudiada se ha considerado el promedio de los mismos. Posteriormente, para los diferentes períodos de retorno se efectuó un ajuste analítico (parábola). En la tabla II se consignan los valores medios ya ajustados correspondientes a las relaciones de precipitación, obtenidos de las estaciones de Vitoria y Ullívarri.

De este modo las precipitaciones máximas teóricas en 24 horas anteriormente obtenidas para el conjunto de estaciones integrantes del área en estudio, fueron convertidas a horarias mediante los coeficientes de transferencia definidos por las ecuaciones de ajuste. En la tabla III se muestran los resultados para una de estas estaciones que junto a los deducidos para el resto de los asentamientos permiten la confección de mapas de isoyetas para eventos de diferente duración y periodo de ocurrencia. A modo de ejemplo, en la figura 4 se muestra uno de los supuestos deducidos en el presente

P. RETORNO	1/6	1/3	1/2	1	2	3	6	12	24
T-5	0,175	0,213	0,238	0,273	0,311	0,348	0,335	0,767	1,000
T-10	0,206	0,244	0,267	0,299	0,320	0,367	0,339	0,773	1,000
T-15	0,220	0,258	0,279	0,310	0,338	0,412	0,340	0,778	1,000
T-25	0,233	0,271	0,292	0,321	0,360	0,417	0,342	0,779	1,000
T-50	0,248	0,286	0,306	0,333	0,395	0,423	0,344	0,782	1,000
T-100	0,260	0,298	0,317	0,343	0,402	0,427	0,345	0,784	1,000

TABLA II. Valores medios ajustados de las relaciones de precipitación.

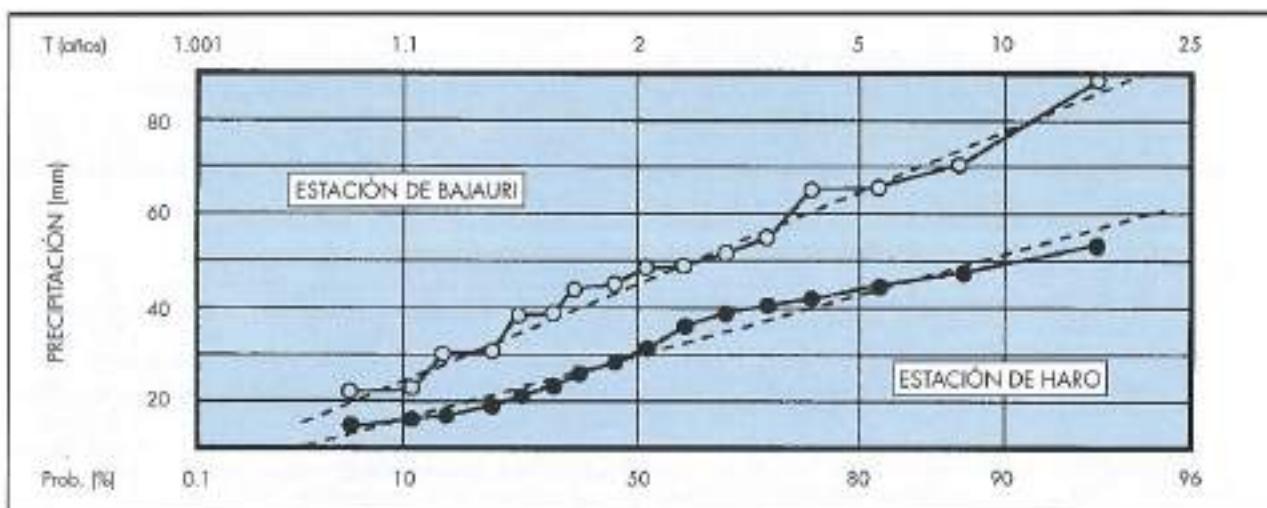


FIGURA 3. Estudio de precipitaciones máximas [24 h] para el conjunto de estaciones pluviométricas. Ajustes a la función de Gumbel.

R RETORNO	1/6	1/3	1/2	1	2	3	6	12	24
T3	14,2	14,4	15,2	17,3	21,2	24,9	35,2	51,2	65,3
T10	18,9	19,7	20,4	22,7	27,1	31,4	43,0	61,4	78,6
T15	21,7	22,6	23,4	25,8	30,5	35,0	47,5	67,7	86,1
T25	25,1	26,1	27,0	29,6	34,7	39,5	53,0	74,4	95,4
T50	30,8	30,9	31,9	34,7	40,3	45,6	60,3	82,9	107,9
T-100	34,6	35,8	36,7	39,8	45,8	51,0	67,6	92,3	120,1

TABLA III. Precipitaciones horarias extrapoladas (estación de Bajaur).

estudio, en concreto la distribución de la precipitación para un aguacero con un periodo de retorno de 50 años y 10 minutos de duración.

#### 4. CONCLUSIONES

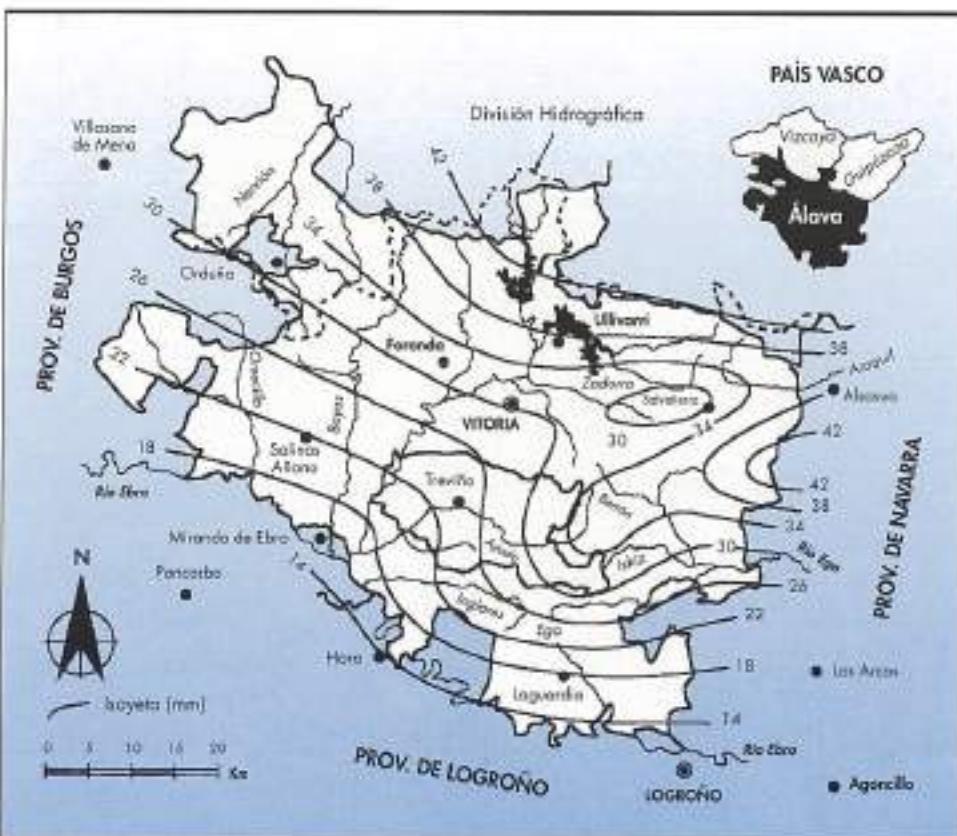
A nivel del Estado español, el estudio de precipitaciones máximas se ha venido realizando de manera tradicional, a cargo de las distintas Comisarías y Organismos responsables del desarrollo de la política hidráulica, utilizando básicamente la función de distribución de valores extremos Gumbel tipo I. En este sentido, se han ensayando algunas funciones complementarias cuyos resultados persiguen como objetivo final el elaborar una serie de documentos, que muestren gráficamente, y en términos frecuenciales, la distribución de la precipitación correspondiente a aguaceros de desigual duración, y cuya utilidad no es necesario ponderar en estos momentos ya que dichos documentos posteriores

mente expresados bien bajo la forma de curvas de precipitación-area-duración o como diagramas de intensidad-duración-frecuencia son la base sobre la que debe reposar cualquier diseño hidráulico por pequeño que éste sea.

Para ello se ha partido de la información pluviográfica correspondiente al conjunto de estaciones presentes en el País Vasco, lo que en el caso particular de la provincia de Álava ha supuesto un importante condicionante a la hora de establecer la función explicativa que más se adecua al fenómeno investigado dada la escasa disponibilidad de datos existentes. Por este motivo, y a pesar de que de las funciones consideradas tres de ellas, en concreto Beta-Jacobi, Log-Pearson III y Gumbel tipo I, muestran, como ya se ha comentado, resultados comparables por el momento se ha optado provisionalmente por fundamentar el ulterior desarrollo frecuencial sobre la Ley de Gumbel, quedando a la espera de disponer de series más completas y actualizadas con una longitud muestral más acorde con el campo teórico de aplicación aconsejable para la utilización de las funciones de orden superior. En este sentido, el presente trabajo constituye un primer intento de incorporar otras funciones de distribución alternativas a las hasta ahora más comúnmente utilizadas, algunas de ellas, como la función Beta-Jacobi, de reciente confección (Díaz Delgado, 1991), a fin de mejorar la explicación sobre el comportamiento de los sistemas hidrológicos y de avanzar en el conocimiento que actualmente se tiene de los fenómenos hidrometeorológicos en general.

## 5. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se ha desarrollado en el marco del Programa de Formación del Profesorado de la Universidad del País Vasco



**FIGURA 4.** Distribución de la precipitación para un aguacero con un periodo de retorno de 30 días y 10 minutos de duración.

(UPV-EHU) para la realización de Tesis Doctorales del que, en diferentes fases, se ha venido beneficiando uno de los firmantes. Por su desinteresada colaboración, poniendo a nuestro alcance diversa información de índole hidrometeorológica, los autores desean expresar su más vivo agradecimiento a los componentes del Servicio Vasco de Meteorología, don José Antonio Aranda y don Rubén García de Andoin, al Centro Meteorológico Zonal del Golfo de Bizkaia del Servicio Nacional de Meteorología en Iguelo, don Carlos García de Salazar, a don Clemente Prieto y colaboradores del Servicio de Hidrología de Iberdrola S.A. y a la Confederación Hidrográfica del Ebro, en las personas de don César Ferrer y don Víctor Arqué.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

- CHOW V. T., 1964. *Handbook of Applied Hydrology*. McGraw-Hill, New York.
- DÍAZ DELGADO C., 1991. *Application de la Fonction Beta et des Polynômes de Jacobi en Hydrologie*. Thèse de Doctorat, Université Laval, Québec Canadá, 362 p.
- DÍAZ DELGADO, C.; LLAMAS J.; LAVERTU M. L. y ANTIGUEDAD, I., in press. *Application des Polynômes Orthogonaux à l'Analyse des Valeurs Extrêmes*. ICASP 7, seventh International Conference on Applications of Statistics and Probability, Paris 10-13 July, 1995,
- GARFIAS, J., 1987. *Estudio de Crecidas en la Cuenca del Río Pirai*. Tesis de Grado. Escuela de Ingeniería, Universidad Militar de La Paz, Bolivia, 1994.
- GUMBEL, E. J., 1969. *Statistics of Extremes*. Columbia University Press.
- LINSLEY, R. K.; KOHLER, M. A. y PAULHUS, J. L. H., 1982. *Hydrology for Engineers*. MacGraw-Hill, New York, 3rd ed.
- LLAMAS, J., 1986. *Análisis Matemático en Hidrología*. Cuadernos de Apoyo a la Docencia. Ed. Universidad Autónoma de Querétaro, México.
- LLAMAS, J., 1989. *Hidrología General, Principios y Aplicaciones*. Ed. Universidad Autónoma del Estado de México, Toluca.
- LLANOS, H., 1992. *Estudio Hidrogeológico de la Unidad de Urbasa Montes de Vitoria Treviño y Sectores Adyacentes*. Tesis de Doctorado, Universidad del País Vasco, Dpto. de Geodinámica. Bilbao, España.
- O.M.M., 1986. *Les Ressources en Eau et P.O.M.M., Evaluation et Surveillance*. Géneve.
- P.R.O.S.E.R., 1983. *Plan Hidrológico Vasco, Informe I-Eusto Hidrología Egüasmoa, I Argipidea*. Departamento de Política Territorial y Transportes del Gobierno Vasco. Vitoria-Gasteiz.



*Aquí* estamos.



*Aquí* también.

**CON LO MAS GRANDE, CON LO MAS PEQUEÑO.** Desde la autovía más moderna, hasta la carretera comarcal más alejada. De norte a sur y de este a oeste. Un asfalto que dura más en buen estado. Que consigue una mayor adherencia de los neumáticos al piso. Asfalto de calidad producido para miles de kilómetros de carreteras.

 **CEPSA**  
Allí estaremos.

# Lo bien hecho perdura en el tiempo



Técnicas y Procedimientos Aplicados a la Construcción



## Estructuras de Contención

Paso inferior con acabado texturizado imitación madera, e imposta en coronación en la variante de Nájera (La Rioja) realizado por Construcciones Sobrino, S.A.



## Muros Vegetalizados

Macizos de tierra reforzados con geotextil ORLEKI de 23 m de altura, pendiente de 80° y acabado vegetalizado, en la autovía Navarra - Gipuzkoa.



## Pantallas Antiruido

Pantalla antiruido PANTABEL, tipo versátil con hormigón poroso color ocre. Con altura de 2,40 m y 3,96 m de longitud. Madrid, Las Rozas en la CN VI.



## Otros Productos

- Depósitos, estribos, sótanos, etc...
- Barrera rígida, New Jersey - J.J. Hooks.
- Pasos inferiores.
- Hastiales para túneles.
- Impostas para muros y puentes.
- Pretilés.



Polygono de Ibarrea, s/n  
21800 ALSASUA - NAVARRA  
Tlf. 948 - 46 80 00  
Fax: 948 - 46 84 43

**MUREBAL** IBERICA,S.A.