

Flujo no lineal impermanente hacia un pozo de penetración parcial en un acuífero confinado

DIOSDADO PÉREZ FRANCO (*)

RESUMEN Partiendo de trabajos de varios investigadores e incorporando nuevos conceptos, el autor ha logrado obtener dos expresiones analíticas para determinar el abatimiento que se produce alrededor de un pozo de penetración parcial en un acuífero confinado, en condiciones de régimen no lineal impermanente, tomando en consideración en un caso, el concepto de penetración efectiva y en el otro, los conceptos de transmisibilidad efectiva darciana y turbulenta. Las expresiones analíticas obtenidas representan un nuevo resultado, que se reporta por primera vez en la literatura científica sobre el tema.

UNSTEADY NONLINEAR FLOW TOWARDS A PARTIALLY PENETRATING WELL IN A CONFINED AQUIFER

ABSTRACT From the analysis of the work of several investigators and incorporating new concepts, it has been possible to obtain two analytical expressions for determining the drawdown around a partially penetrating well in a confined aquifer with unsteady nonlinear regime of flow. In one case, the concept of effective penetration is considered, and in the other case the concepts of darcian and turbulent effective transmissibility. The analytical expressions obtained represent new results reported by the first time in the scientific literature on subject.

Palabras clave: Flujo; Sistema no lineal; Tiempo; Pozo; Acuífero.

INTRODUCCIÓN

El efecto de la penetración parcial de los pozos de extracción en acuíferos confinados para régimen lineal (Darciano) en condiciones de flujo permanente e impermanente, ha sido estudiado por gran número de investigadores (Muskat, 1937; Hantush, 1961a y 1961b; Sharma, 1972; Khader, 1978; Haitjema, 1988, por sólo citar algunos).

Sin embargo, prácticamente nada ha sido hecho en relación con los efectos de la penetración parcial para régimen no lineal de flujo hacia los pozos, excepto lo realizado por Huyakorn en 1973 en que demuestra, que las curvas de abatimiento que se producen con flujo no lineal, son no lineales y que pueden ajustarse a una ecuación de la forma:

$$S_r = B(t) \cdot Q + DQ^2 \quad [1]$$

donde: S_r : abatimiento producido a una distancia radial, r , del centro del pozo de bombeo.

$B(t)$: coeficiente de abatimiento lineal (variable con el tiempo).

D : coeficiente de abatimiento no lineal, (constante a través del tiempo).

Q : caudal constante extraído del pozo.

El primer término del segundo miembro de la ecuación 1, varía con el tiempo y se identifica con el abatimiento que se

produciría, si el flujo fuera lineal en todo el acuífero, para las condiciones existentes de penetración parcial.

El segundo término del segundo miembro de la ecuación 1, se mantiene constante a través del tiempo, una vez que se hayan desarrollado plenamente, las condiciones de flujo no lineal (no Darciano) alrededor del pozo de bombeo, lo que ocurre en los primeros minutos.

Puede decirse entonces, que el abatimiento total producido con flujo no lineal será la suma de dos componentes: una Darciana, variable con el tiempo y otra cuadrática no Darciana, que se mantiene constante, después de los minutos iniciales del bombeo.

A partir de un enfoque similar, Pérez Franco (1977 y 1978) formuló la ecuación:

$$S_r = \frac{Q}{4\pi K_D m} \ln \frac{2,246 K_D m_i}{r^2 E} + \frac{Q^2}{4\pi^2 K_D^2 m^2} \cdot \frac{(r_e - r)}{(r - r_w)} \quad [2]$$

que expresa el abatimiento producido alrededor de un pozo de penetración total en acuífero confinado para condiciones de flujo no lineal impermanente.

En la ecuación 2:

K_D : conductividad hidráulica Darciana.

K_T : conductividad hidráulica turbulenta.

m : espesor saturado del acuífero.

t : tiempo transcurrido a partir del comienzo del bombeo.

E : coeficiente de almacenamiento.

r_e : radio de influencia.

(*) Profesor Ingeniero, Instituto Superior Politécnico "José A. Echeverría", La Habana, Cuba.

El propósito de este trabajo es buscar una expresión analítica similar a la ecuación 2 para determinar el abatimiento que se produce en la zona contigua a un pozo de bombeo, que penetra parcialmente un acuífero confinado, cuando el flujo hacia el mismo es no lineal impermanente y para hacerlo, se comenzará por analizar la forma de expresar las dos componentes del abatimiento en condiciones de penetración parcial.

Teniendo en cuenta que Pérez Franco (1992) ha demostrado que el flujo no lineal hacia un pozo, puede producirse tanto en acuíferos de alta como de baja conductividad hidráulica, los resultados que se obtengan de este análisis tendrán interés general.

DETERMINACIÓN DE LA COMPONENTE LINEAL DEL ABATIMIENTO

La componente lineal del abatimiento equivale, como ya se ha señalado, al abatimiento que se produciría en el caso de que el flujo hacia el pozo fuera lineal en todo el acuífero alrededor del mismo, para las condiciones existentes de penetración parcial. El abatimiento para condiciones lineales de flujo ha sido objeto de análisis por gran número de investigadores; pero, de las diversas formas obtenidas para expresarlo, preferiremos partir de la solución analítica desarrollada por Sondhi (1978), debido a su sencillez y a su facilidad de utilización en la práctica.

Aunque esta solución fue deducida para acuífero libre, como para resolver la ecuación diferencial de que se parte, se establece que las variaciones de la altura h de la curva de abatimiento, en el espacio y en el tiempo, son tan pequeñas, que puede reemplazarse por su valor medio, resulta claro que la ecuación resultante también podrá utilizarse para un acuífero confinado de espesor saturado constante, m .

La ecuación de flujo lineal impermanente hacia un pozo de penetración parcial en un acuífero libre, fue expresada originalmente por Sondhi, como:

$$h_0^2 - h^2 = \frac{QD}{2\pi K_D(D-d)} W(u) \quad [3]$$

- donde: h_0 : espesor saturado del acuífero libre, sin bombeo.
 h : altura de la superficie del cono de depresión a una distancia r del centro del pozo de bombeo.
 D : espesor promedio de acuífero saturado = $(h_0 + h)/2$.
 d : distancia desde la parte inferior del acuífero al fondo del pozo.
 $W(u)$: función de pozo de Theis.

La ecuación 3 fue deducida sin tener en cuenta las componentes verticales del flujo, que se producen con la penetración parcial, o sea, partiendo de que el espesor de acuífero que contribuye al flujo es solamente $(h_0 - d) = h_e$. No obstante, debido a la naturaleza curvilínea de las líneas de corriente que se dirigen al fondo del pozo (ver figura 1) en realidad, el espesor de acuífero que contribuye al flujo es mayor que la penetración real del pozo, h_e , considerando que todo el espesor de dicha penetración contribuye al caudal extraído del pozo, es decir, que está totalmente enrejillado.

La aplicación de la ecuación 3 al análisis de los resultados de ensayos de bombeo, introduciría variaciones notables en los valores de K_D y del coeficiente de almacenamiento, E , en relación con los obtenidos para un pozo de penetración total en el mismo acuífero, por lo que para obviar esta situación Sondhi introdujo el concepto de "penetración efectiva".

La penetración efectiva, definida por $(D - d_e)$, es el valor de $(D - d)$, que sustituido en soluciones basadas en la no existencia de componentes verticales de la velocidad (suposición de Dupuit-Forchheimer), tal como la ecuación 3, da iguales valores para K_D y E que los que se obtienen en condiciones de penetración total.

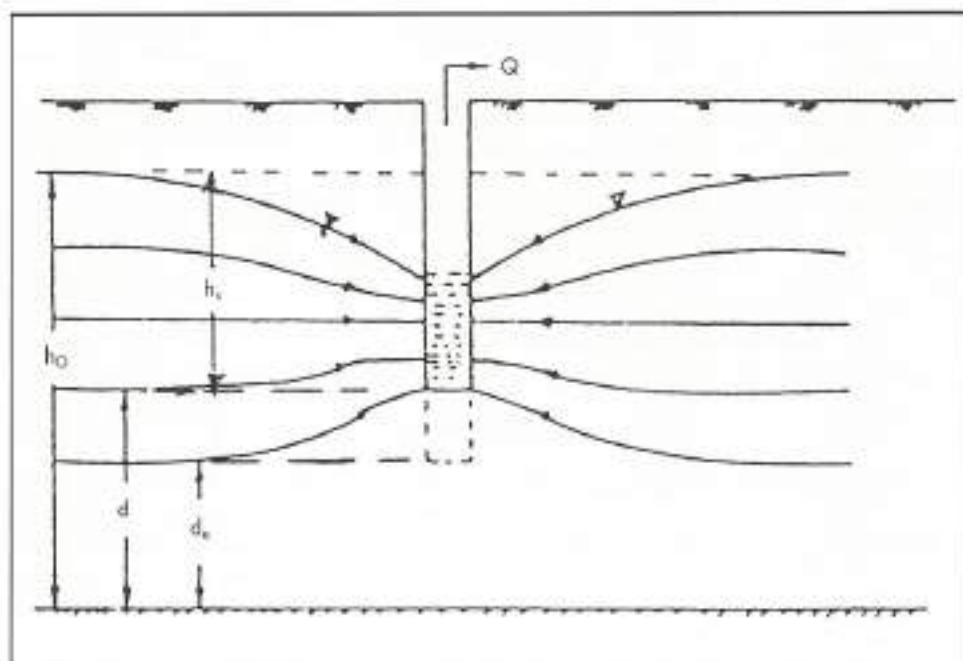


FIGURA 1. Representación esquemática del flujo hacia un pozo de penetración parcial.

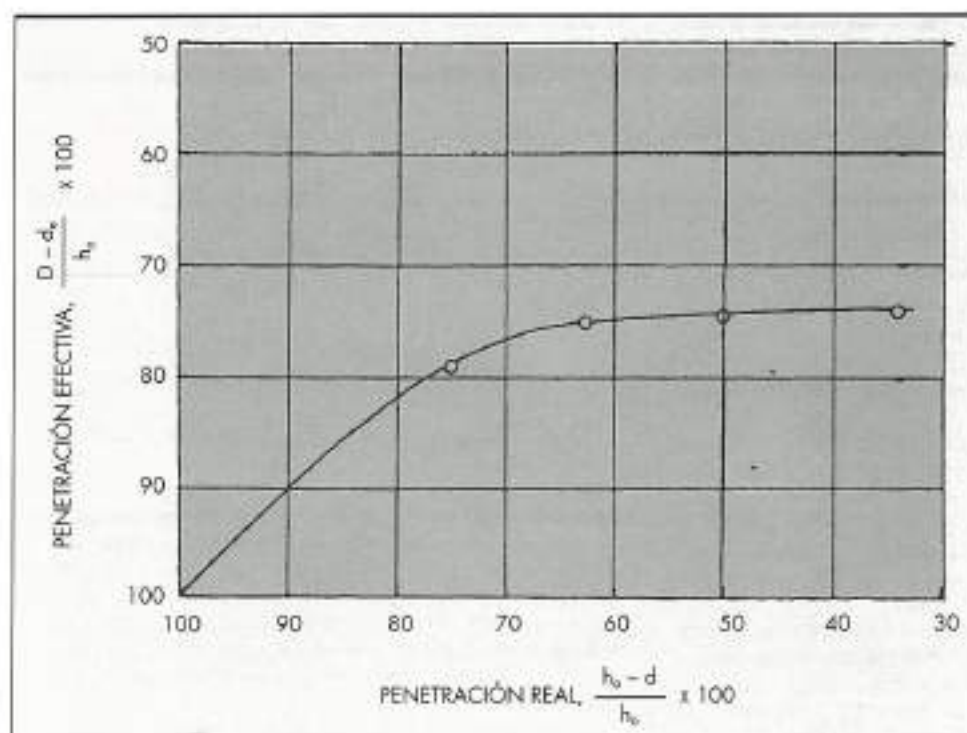


FIGURA 2. Curva adimensional para la determinación de la penetración efectiva (según Sondhi).

Esto condujo a modificar la ecuación 3 y expresarla como:

$$h_0^2 - h^2 = \frac{QD}{2\pi K_D(D - d_e)} W(u) \quad [4]$$

Los estudios intensivos realizados por Sondhi le permitieron obtener un gráfico adimensional (figura 2) que establece una relación entre el porcentaje de penetración efectiva y el porcentaje de penetración real, bajo diferentes condiciones de operación. De ese modo, conocida la penetración real se puede determinar el valor de la penetración efectiva a utilizar en la ecuación 4, con ayuda del gráfico de la figura 2, en el caso del abatimiento en la vecindad del pozo de bombeo. Lógicamente la penetración efectiva irá aumentando según nos alejamos del centro del pozo de bombeo hasta llegar al 100% para distancias mayores de 1,5 a 2 veces el espesor saturado del acuífero (Pérez Franco, 1982).

Es interesante destacar, que de acuerdo con la figura 2, para valores de la penetración real entre 35% y 60% la penetración efectiva en la vecindad del pozo, es prácticamente constante y aproximadamente igual a 74%.

Sondhi propone realizar el cálculo de los parámetros, a través de los métodos de superposición de Theis, pero no hay ninguna razón para que no pueda usarse la aproximación de Jacob cuando $u < 0.03$, como producto entre otras razones de que haya pasado tiempo suficiente desde el inicio de la extracción de agua del pozo.

Para desarrollar una formulación basada en la aproximación de Jacob, puede partirse del siguiente análisis:

La relación entre el espesor promedio, D , y la penetración efectiva, $D - d_e$, puede transformarse como sigue:

$$\frac{D}{D - d_e} = \frac{h_0 + h}{2} = \frac{h_e + h}{2(D - d_e)} \quad [5]$$

y también se sabe que:

$$h_0^2 - h^2 = (h_0 - h)(h_0 + h) = S_{Dr}(h_0 + h) \quad [6]$$

donde: S_{Dr} : componente lineal del abatimiento a la distancia radial r del centro del pozo.

Combinando las ecuaciones 4, 5 y 6, se obtiene:

$$S_{Dr} = \frac{Q}{4\pi K_D(D - d_e)} W(u) \quad [7]$$

Para condiciones en que pueda utilizarse para $W(u)$ la aproximación de Jacob, la ecuación 7, quedará transformada en:

$$S_{Dr} = \frac{Q}{4\pi K_D(D - d_e)} \ln \frac{2.246 K_D(D - d_e)t}{r^2 E} \quad [8]$$

Tomando en consideración la conformación de las líneas de corriente, el almacenamiento específico, E_s , estará definido por:

$$E_s = \frac{E}{(D - d_e)} \quad [9]$$

valor que introducido en la ecuación 8 dará como resultado:

$$S_{Dr} = \frac{Q}{4\pi K_D(D - d_e)} \ln \frac{2.246 K_D t}{r^2 E_s} \quad [10]$$

Tanto la ecuación 8 como la 10 expresan la componente lineal del abatimiento en un punto conocida a la distancia r del centro del pozo por lo que a través de ellas podrán calcularse los parámetros hidrogeológicos K_D y E ó E_s , al analizar los resultados de ensayos de bombeo, con datos de dicho punto.

Cuando no se conoce el espesor saturado del acuífero será necesario ampliar el concepto de transmisibilidad y definir la transmisibilidad efectiva darciana, T_{De} , a través de la ecuación:

$$T_{De} = K_D(D - d_e) \quad [11]$$

con lo que la ecuación 8 se transformará en:

$$S_{Dr} = \frac{Q}{4\pi T_{De}} \ln \frac{2,246 T_{De} t}{r^2 E} \quad [12]$$

Las ecuaciones 7, 8, 9, 10, 11 y 12 son aplicables a acuíferos confinados sustituyendo en las mismas el valor del espesor promedio de acuífero saturado, D , por m , y permiten determinar la componente lineal del abatimiento para flujo no lineal hacia el pozo.

Como el valor de la penetración efectiva variará desde un mínimo en la vecindad del pozo de bombeo, hasta 100% para distancias radiales mayores de 1,5 a 2 veces el espesor saturado del acuífero, m , como se supone que K_D es constante, el valor de T_{De} variará también desde un mínimo hasta un máximo dentro de dichas distancias radiales.

De modo similar se comportará el coeficiente de almacenamiento si se considera que el almacenamiento específico es constante, como lógicamente debe ser.

O sea, que cuando se utilice la ecuación 12 los valores de T_{De} y E serán los correspondientes a la distancia en que se hagan las observaciones o se quiera calcular el abatimiento lineal.

DETERMINACIÓN DE LA COMPONENTE CUADRÁTICA DEL ABATIMIENTO

Como se ha visto, la componente cuadrática del abatimiento, S_{Dr} , de acuerdo con la ecuación 1 puede expresarse como DQ^2 .

Por otra parte, la configuración de las líneas de corriente en el campo de flujo alrededor del pozo y la penetración efectiva, definen la proporción de espesor del acuífero que está soportando el caudal que se está extrayendo del pozo, independientemente del régimen de flujo existente.

Luego, para distancias radiales menores que 1,5 a 2 veces el espesor saturado del acuífero, podrá decirse, que por analogía con lo que ocurre en flujo no lineal hacia un pozo de penetración total, para pozos de penetración parcial, se tendrá:

$$S_{Dr} = \frac{Q^2}{4\pi^2 K_D^2 (m - d_e)^2} \left(\frac{(r_e - r)}{(r - r_o)} \right) \quad [13]$$

$$\text{y haciendo: } (m - d_e) K_D = T_{De} \quad [14]$$

la ecuación 13 se transformará en:

$$S_{Dr} = \frac{Q^2}{4\pi^2 T_{De}^2} \left(\frac{(r_e - r)}{(r - r_o)} \right) \quad [15]$$

donde: T_{De} : transmisibilidad efectiva turbulenta (variable dentro de la zona comprendida entre el pozo y 1,5 a 2 veces el espesor del acuífero).

EXPRESIÓN GENERAL DEL ABATIMIENTO

Teniendo en cuenta que el abatimiento total es la suma de la componente lineal y la componente cuadrática,

el abatimiento total en el caso de un pozo de penetración parcial se obtendrá sumando las ecuaciones 10 y 13 ó 12 y 15. Es decir, que resultará, si se tiene en cuenta que $D = m$:

$$S_r = \frac{Q}{4\pi K_D (m - d_e)} \ln \frac{2,246 K_D t}{r^2 E} + \frac{Q^2}{4\pi^2 K_D^2 (m - d_e)^2} \left(\frac{(r_e - r)}{(r - r_o)} \right) \quad [16]$$

y también:

$$S_r = \frac{Q}{4\pi T_{De}} \ln \frac{2,246 T_{De} t}{r^2 E} + \frac{Q^2}{4\pi^2 T_{De}^2} \left(\frac{(r_e - r)}{(r - r_o)} \right) \quad [17]$$

Debe recordarse que T_{De} , T_{De} y E varían de acuerdo con el lugar en que se considere el abatimiento.

Considerado que el pozo es la perforación hecha en un acuífero por cualquier método, para captar el agua subterránea, dentro de la cual quedarán instalados el empaque de grava (cuando corresponda) y la tubería de revestimiento con sus filtros o rejillas, la cara del pozo resultará ser la superficie de contacto del acuífero con la estructura de acondicionamiento del pozo y su distancia al centro del pozo estará definida por la distancia radial, r_p .

Para calcular el abatimiento, S_p , en la cara del pozo se podrán utilizar las ecuaciones 16 y 17, haciendo:

$$r = r_p \quad ; \quad S_r = S_p$$

y teniendo en cuenta que como $r_p \ll r_o$ se puede decir que:

$$\frac{r_e - r_p}{r_p - r_o} = \frac{1}{r_p}$$

O sea, que teniendo en cuenta lo anterior, las ecuaciones 16 y 17 quedarán transformadas respectivamente en:

$$S_p = \frac{Q}{4\pi K_D (m - d_e)} \ln \frac{2,246 K_D t}{r_p^2 E} + \frac{Q^2}{4\pi^2 K_D^2 (m - d_e)^2 r_p} \quad [18]$$

$$\text{y } S_p = \frac{Q}{4\pi T_{De}} \ln \frac{2,246 T_{De} t}{r_p^2 E} + \frac{Q^2}{4\pi^2 T_{De}^2 r_p} \quad [19]$$

La ecuación 18 se utilizará auxiliándose del gráfico de la figura 2. La ecuación 19 se usará cuando no se conozca el espesor saturado del acuífero, recordando sus limitaciones.

Debe quedar claro que las ecuaciones 18 y 19 expresan el abatimiento en la cara del pozo y que no influyen los abatimientos adicionales que ocurren debido a la presencia del empaque de grava y la tubería de revestimiento o camisa con sus rejillas o filtros.

CONCLUSIONES

Se han obtenido dos expresiones analíticas para determinar el abatimiento que se produce alrededor de un pozo de penetración parcial en un acuífero confinado, en condiciones de régimen no lineal impermanente, tomando en consideración en un caso, el concepto de penetración efectiva y en el otro, los conceptos de transmisibilidad efectiva darciana y turbulenta. Las expresiones analíticas obtenidas representan un nuevo resultado que se reporta por primera vez en la literatura científica sobre el tema.

REFERENCIAS

1. HAITJEMA, H. M. y S. R. KRAEMER (1988): "A new analytical function for modeling partially penetrating wells", *Water Resources Research*, Vol. 24, No. 5, pp. 683-690, May 1988.
2. HANTUSH, M. S. (1961a): "Drawdown around a partially penetrating well", *Journal of the Hydraulics Division, A.S.C.E.*, Vol. 87, No. HY4, July 1961, pp. 83-98.
3. HANTUSH, M. S. (1961b): "Aquifer tests on partially penetration wells", *Journal of the Hydraulics Division, A.S.C.E.*, Vol. 87, No. HY5, Sept. 1961, pp. 171-195.
4. HUYAKORN, P. S. (1973): "Finite element solution of two-regime flow towards wells", Report 137, Water Research Laboratory, The University of New South Wales, Manly Vale, N.S.W. Australia, Dec. 1973.
5. KHADER, M. H. A. y D. RAMADURGAIAH, (1978): "Flow toward a partially penetrating well in a bounded artesian aquifer", *Journal of Hydrology*, Vol. 36, pp. 95-107.
6. MUSKAT, M. (1937) "The flow of homogeneous fluids through porous media" Mc Graw Hill, New York, 1937.
7. PÉREZ FRANCO, D. (1977): "Theoretical and practical investigation into the nonlinear seepage law", Academia de Ciencias de Hungría, Budapest, 1977.
8. PÉREZ FRANCO, D. (1978): "Flujo no lineal permanente e impermanente hacia un pozo en un acuífero confinado" *Ciencias Técnicas, serie Ingeniería Hidráulica* No. 2, Febrero 1978, ISPJAE, La Habana.
9. PÉREZ FRANCO, D. (1982): "Hidráulica Subterránea" Editorial Científico Técnica, La Habana.
10. PÉREZ FRANCO, D. (1992): "El flujo no lineal hacia pozos de extracción en acuíferos de baja conductividad hidráulica" *Memorias XV, Congreso Latinoamericano de Hidráulica*, Cartagena, Colombia, Sept. 1992.
11. SHARMA, S. N. P. (1972): "Interference between partially penetrating wells in an artesian aquifer", *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 10, No. 4, 1972, pp. 447-474.
12. SONDLI, S. K. y SINGH, S. R. (1978): "Determination of unconfined aquifer parameters using partially penetrating wells", *Journal of Hydrology*, Vol. 36, 1978, pp. 225-231.