

# Respuesta sísmica de presas de materiales sueltos

O. C. ZIENKIEWICZ (\*)  
MANUEL PASTOR (\*\*)  
CARLOS RUBIO (\*\*)

**RESUMEN** En los últimos tiempos se ha producido un gran avance en el desarrollo de modelos numéricos que nos permiten predecir, con un gran acierto, el comportamiento no lineal de estructuras singulares como son las presas de materiales sueltos sometidas a solicitudes de carácter sísmico. Una de las claves del procedimiento es la utilización de modelos que consideran el comportamiento acoplado entre las distintas componentes que forman el sistema. Por un lado los materiales de la presa y por otro lado el fluido intersticial que se considerará formado por una mezcla de agua y aire. La potencia de estos nuevos modelos, con respecto a los métodos simplificados utilizados, se presenta al ser capaces de predecir roturas catastróficas como la sucedida en la presa de San Fernando. Esta rotura se debió en gran parte a la licuefacción de los materiales granulares saturados bajo la acción del terremoto.

En este artículo se presenta una panorámica general de los trabajos realizados por los autores en este campo durante los últimos años. Se realizará una breve descripción de los modelos matemáticos, ecuaciones constitutivas y modelos numéricos desarrollados que permiten el análisis de este tipo de presas.

## SEISMIC RESPONSE OF EMBANKMENT DAMS

**ABSTRACT** In recent years, great advances in the development of numerical methods, have taken place enabling of singular structures such as earth dams subject to seismic loads. One of the key points of this procedure is the use of models that take into account the coupled behaviour of the different components of the system. On one hand, the dam materials and on the other hand the pore fluid which will be assumed to be an air-water compound. The power of those new methods as compared with simplified methods, is shown when predicting catastrophic failures such as one that took place in the San Fernando dam. This failure was caused mainly by liquefaction of saturated granular materials subject to earthquake action.

This paper presents an overview of the works dams of the authors in this field during recent years. A brief description is presented of the mathematical models, constitutive equation and numerical models developed, which enable us to analyze this type of dams.

**Palabras clave:** Análisis dinámicos; Presas; Modelos; Ecuación constitutiva.

## 1. INTRODUCCIÓN

El diseño de una presa de materiales sueltos debe garantizar su funcionamiento racional a lo largo de toda su vida. En el conjunto de operaciones normales de la presa como son la fase de construcción, llenado del embalse, posibles desembalses rápidos o la acción inesperada de un terremoto se puede producir la manifestación de una rápida variación de la proporción del aire existente en los poros del esqueleto sólido, produciéndose de esta forma una variación de las tensiones efectivas y apareciendo fenómenos de colapso en la presa.

El punto de partida es el estudio de los materiales con los que estamos trabajando: los geomateriales. Los geomateriales se caracterizan por un marcado comportamiento multi-

fase al tratarse de sólidos cuyos poros están ocupados por aire y agua, estando el comportamiento global regido por el acoplamiento entre las diferentes fases. Para ello definiremos el índice de huecos "n" que expresa la fracción de volumen del sólido considerado ocupada por los huecos, el grado de saturación de aire  $S_a$  y el grado de saturación de agua  $S_w$ , como fracciones en el total de huecos. En general la única existencia de agua caracteriza a los materiales saturados, de aire a los materiales secos y de ambas a los semisaturados.

La base de todo el planteamiento se fija en el acoplamiento entre las distintas fases existentes. Suponiéndose que el tensor de tensiones puede ser descompuesto en las tensiones que actúan respectivamente sobre la fase líquida y sobre el esqueleto sólido y que la compresibilidad del grano es despreciable frente a la de la matriz se puede introducir el concepto de tensión efectiva como

$$d\sigma' = d\sigma + Idp$$

siendo  $I$  el tensor identidad de segundo orden y  $p = S_w p_w + S_a p_a$ , siendo  $p_w$  y  $p_a$  las presiones del agua y del aire respec-

(\*) Director, Institute for Numerical Methods in Engineering, Univ. Swansea (UK).

(\*\*) Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas.

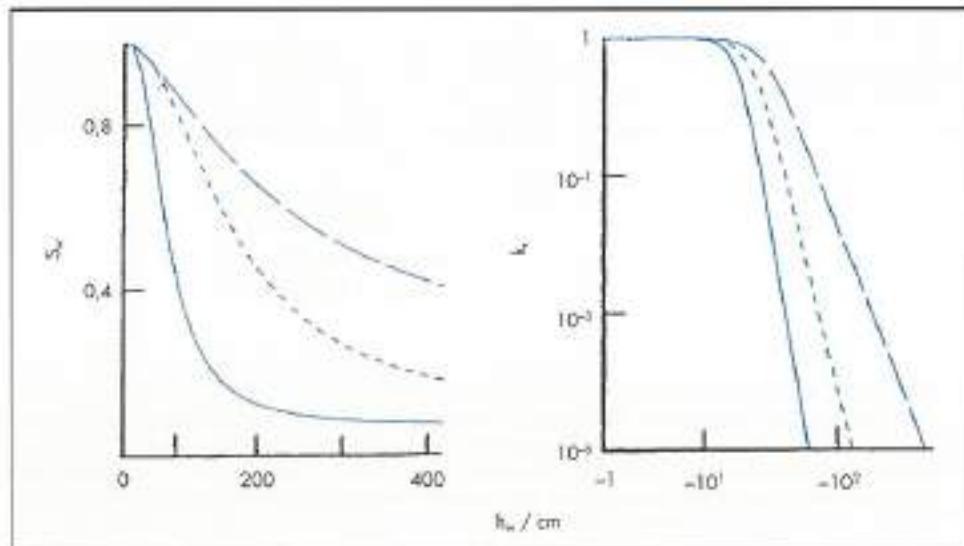


FIGURA 1. Relaciones típicas entre la carga  $h_w$ , el grado de saturación y la permeabilidad relativa.

tivamente. Por lo tanto la presión intersticial definida anteriormente se obtiene como un promedio ponderado entre las presiones existentes en la fase líquida y en la fase gaseosa.

Una hipótesis que nos permite simplificar el desarrollo posterior es considerar que el aire se encuentra a la presión atmosférica por lo que la presión atmosférica por lo que la expresión anterior se reduce a  $p = S_a p_{atm}$ .

La definición de la presión efectiva nos permite formular el modelo de comportamiento que considera el efecto de la interacción entre el esqueleto sólido y el fluido intersticial, al ser la variación de esta presión efectiva la que gobierna las deformaciones en el esqueleto sólido. Las ecuaciones básicas de este comportamiento para un material elástico fueron desarrolladas por Biot (1-2) y ampliadas con las modificaciones correspondientes para comportamientos no lineales por Zienkiewicz (3-4).

Las ecuaciones propuestas para todo el conjunto son las siguientes:

- Ecuación constitutiva para el esqueleto sólido.
- Conservación del fluido intersticial.
- Equilibrio dinámico de la mezcla sólido-fluido.
- Equilibrio dinámico del fluido.
- Relación constitutiva deformación-desplazamiento.

En este punto es de destacar la necesidad de una buena ecuación constitutiva que nos permita la descripción real del comportamiento del esqueleto sólido considerando la no linealidad de su comportamiento influenciada por la historia de tensiones, el nivel de tensiones, la dirección del incremento del tensor de tensiones y por su estructura.

En los apartados siguientes se tratará brevemente los aspectos clave de todo el procedimiento, presentándose el modelo matemático, las ecuaciones constitutivas y el modelo numérico utilizado.

## 2. MODELO MATEMÁTICO

El comportamiento del esqueleto sólido está condicionado por el efecto de la presión efectiva que a su vez depende de las condiciones de saturación existentes en el conjunto. Como se mencionó anteriormente una primera simplificación que nos permite considerar este efecto es el suponer

que la presión del aire existente en los poros del material es la atmosférica, haciendo depender la presión del agua intersticial del grado de saturación cuando éste sea inferior a la unidad. Expresando la relación entre ambas magnitudes como:

$$S_a = S_w(p) \quad p \leq 0$$

$$S_a = 1 \quad p > 0$$

Las curvas que resultan de estas relaciones han sido obtenidas por varios investigadores, entre las que destacan las de Safai y Pinder (5) de la figura 1.

A continuación se desarrollan las ecuaciones básicas que gobiernan el modelo matemático que permite describir el equilibrio dinámico del esqueleto sólido junto con la conservación del fluido intersticial. Las variables incógnita que utilizaremos son el desplazamiento del esqueleto sólido "u" y la presión intersticial "p".

### 2.1. CONSERVACIÓN DEL FLUIDO INTERSTICIAL Y EQUILIBRIO DEL FLUIDO

$$S_w \alpha \in_B - (k_{ij} P_{ij})_i + \frac{\dot{P}_w}{Q} + (k_{ij} \rho_w \ddot{u}_j)_i + s_0 + (k_{ij} \rho_w b_j)_i = 0$$

Apareciendo el grado de saturación ( $S_w$ ), un coeficiente que considera la compresibilidad de los granos del sólido ( $\alpha$ ), la matriz de permeabilidad ( $k_{ij}$ ), la presión intersticial ( $P_{ij}$ ), la densidad ( $\rho_w$ ), la componente de las fuerzas de masa según  $x_j$  ( $b_j$ ), la rigidez volumétrica de la mezcla y la capacidad específica de humedad ( $s_0$ ).

### 2.2. EQUILIBRIO DINÁMICO DEL ESQUELETO SÓLIDO

$$\sigma_{ij,i} + \rho \dot{b}_i - \rho \ddot{u}_i = 0$$

Las dos ecuaciones básicas anteriores se complementan con las relaciones de desplazamiento-deformación

$$d \epsilon_{ij} = \frac{1}{2} (du_{ij} + du_{ji})$$

y las ecuaciones constitutivas

$$d \sigma_{ij} = D_{ijkl}^{\text{const}} d \epsilon_{kl}$$

junto con las correspondientes condiciones de contorno dadas por:

- Desplazamientos prescritos.
- Tensiones efectivas.
- Presión intersticial prescrita.
- Flujo prescrito.
- Condiciona iniciales de desplazamientos, velocidades y presiones intersticiales.

### 3. ECUACIONES CONSTITUTIVAS

La ecuación constitutiva debe ser capaz de modelar aquellos fenómenos que aparecen en el comportamiento de los geomateriales cuando son sometidos a cargas cíclicas. La ecuación constitutiva debe cumplir los siguientes requisitos:

1. El tensor constitutivo  $D$  debe ser dependiente del nivel de carga existente.
2. La dirección del incremento de tensión condiciona la respuesta del material. Si esto no se verifica la aplicación de incrementos sucesivos ( $d\sigma'$ ) y ( $-d\sigma'$ ) no generaría deformación irreversible, no produciéndose la densificación del material y la acumulación de presiones intersticiales bajo cargas dinámicas.
3. La respuesta del material depende de la historia tensodeformacional. Si esto no se verifica la rotura puede alcanzarse con un número suficiente de ciclos de carga independientes de su magnitud, en los que para cada ciclo de tensión se obtendría el mismo ciclo de deformación.

La Teoría Generalizada de la Plasticidad (6-10) nos da las herramientas necesarias para considerar la influencia de

la dirección del incremento de carga, para ello es necesario considerar una dirección " $n$ " de tal forma que los incrementos de carga se clasifiquen en incremento de carga e incremento de descarga según el siguiente criterio:

$$d\sigma' \cdot n > 0 \text{ carga}$$

$$d\sigma' \cdot n < 0 \text{ descarga}$$

apareciendo el caso de carga neutra para  $d\sigma' \cdot n = 0$ .

La dependencia de la dirección del incremento de tensión se introduce definiendo dos tensores constitutivos diferentes para el caso de carga y el de descarga

$$d\varepsilon = C_L d\sigma' \text{ carga}$$

$$d\varepsilon = C_d d\sigma' \text{ descarga}$$

El establecer la condición de continuidad entre los dos estados carga-descarga requiere una descomposición de los tensores constitutivos según las siguientes expresiones:

$$C_L = C^e + \frac{1}{H_L} n_{el} \otimes n$$

$$C_d = C^e + \frac{1}{H_d} n_{dv} \otimes n$$

apareciendo unos tensores arbitrarios de segundo orden y norma unidad dados por  $n_{el}$ ,  $n_{dv}$  y los módulos plásticos de carga y descarga dados por las funciones escalares  $H_{Ld}$ .

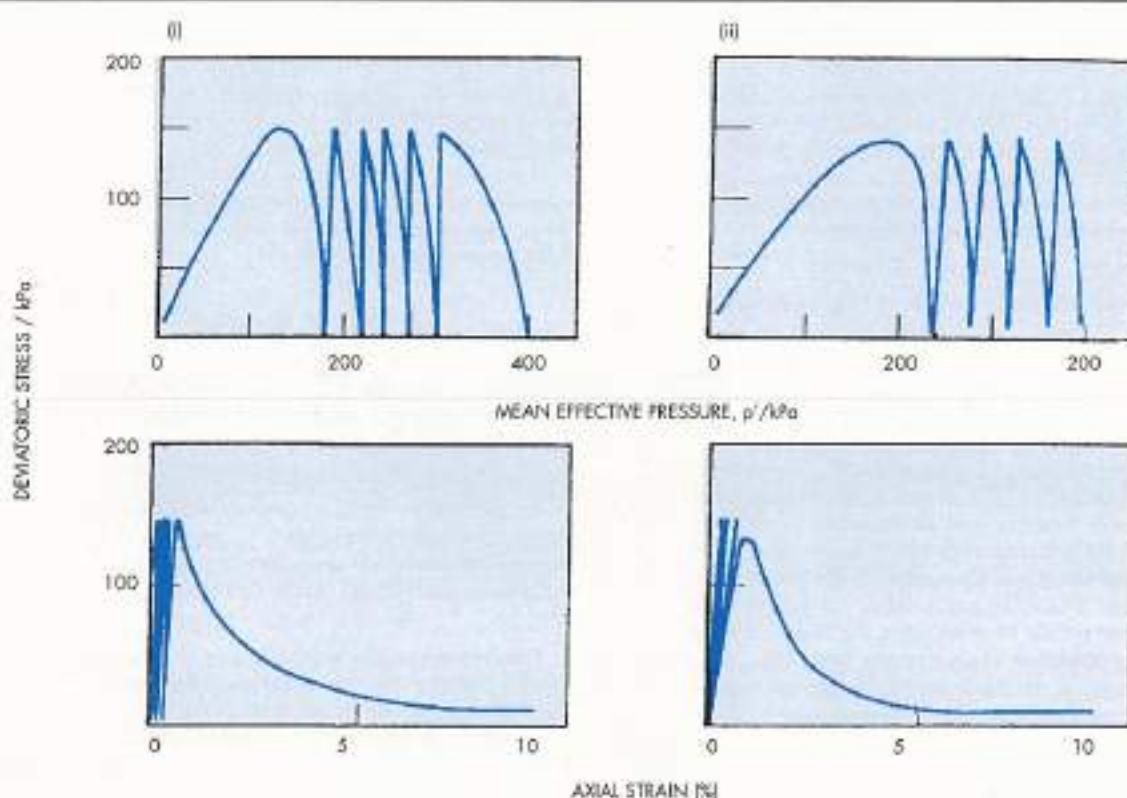


FIGURA 2. Resultados experimentales y predicciones teóricas para la licuefacción de una arena suelta saturada.

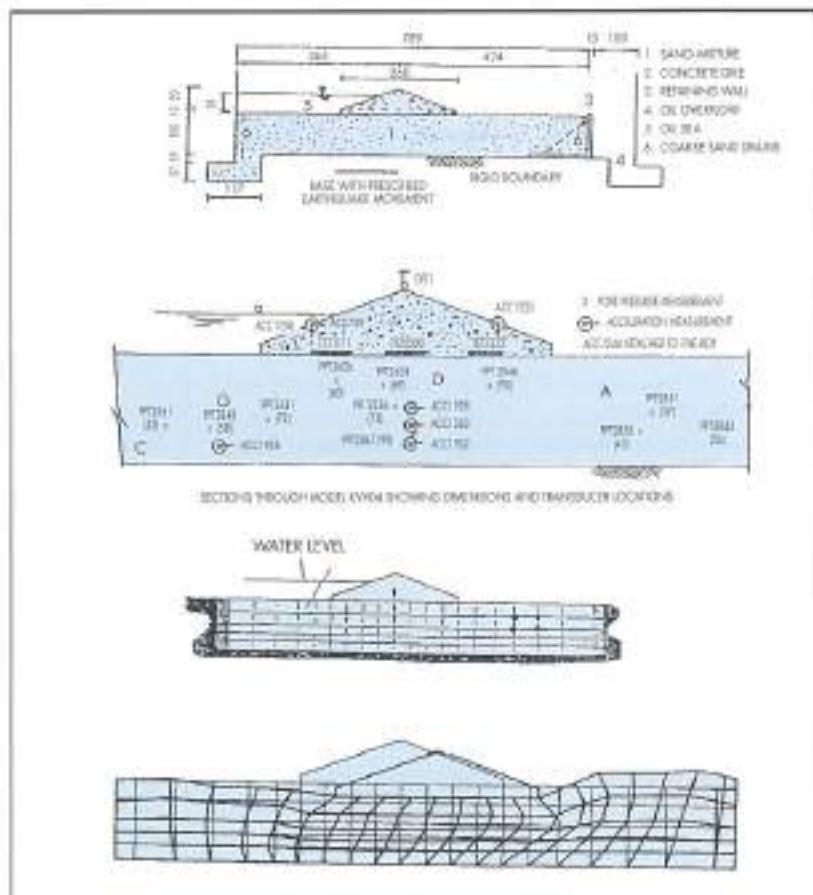


FIGURA 3 A. Modelos reducido y de cálculo de un dique sometido a la acción de un terremoto, junto con las deformaciones calculadas al final del proceso.

Es de destacar que el tensor constitutivo  $C'$  caracteriza el comportamiento reversible del material denominándose tensor elástico. Esto produce que sea posible definir el incremento de deformación en dos partes, cada una de ellas correspondiente a las deformaciones reversibles (elásticas) y a las deformaciones irreversibles (plásticas).

$$d \varepsilon = d \varepsilon^e + d \varepsilon^p$$

siendo las expresiones para cada una de las componentes las dadas por

$$d \varepsilon^e = C': d \sigma'$$

$$d \varepsilon^p = \frac{1}{H_{t,p}^{(n)}} \{a_{g_{1234}} \otimes b\} d \sigma'$$

Un aspecto a destacar es la posibilidad de modelar deformaciones plásticas en los procesos de descarga, comportamiento que es fundamental en materiales granulares, que son más importantes cuanto mayor es el ángulo de fricción movilizado desde el que tiene lugar la descarga (8-9).

En cuanto a la dirección del flujo plástico, esta debe ser obtenida por medio de resultados experimentales que nos permiten la obtención de los tensores unitarios  $n^{(m)} g_{1234}$ .

Por lo tanto el modelo matemático que nos representa el comportamiento del material se encuentra definido por:

- El tensor constitutivo.
- Los tensores unitarios.
- Las direcciones del flujo plástico.
- Los módulos plásticos en carga y descarga.

Todo esto nos permite introducir de manera consistente la dirección del incremento del tensor de tensiones y la dependencia del nivel de tensiones y de la historia del material se obtiene por las leyes del módulo plástico. Para materiales cohesivos utilizados en los núcleos de las presas de materiales sueltos, una ley válida es la descrita en la referencia (9), dada por la siguiente expresión

$$H = H_0 p' [f(\eta) + g(\xi)] \left[ \frac{\zeta_{max}}{\xi} \right]^2$$

siendo  $\eta$  la resistencia friccional movilizada,  $\xi$  la deformación de cortante equivalente acumulada,  $\zeta$  un parámetro que define el mayor nivel de tensiones alcanzado, y un parámetro del material y  $H_0$  una constante adimensional.

La influencia de la anisotropía del material (10) que puede ser inicial o inducida a lo largo del proceso es considerada introduciendo unos invariantes modificados que se definen en función del tensor de estructura de segundo orden.

Otra consideración importante es la necesidad de utilizar leyes diferentes que nos permitan definir las direcciones del flujo plástico, siendo su diferencia relativa la que condiciona el fenómeno de licuefacción de arenas sueltas saturadas sometidas a cargas cíclicas.

La potencia del modelo se presenta en los resultados obtenidos en el cálculo de la respuesta de una arena suelta saturada bajo carga cíclica en la que aparece la li-

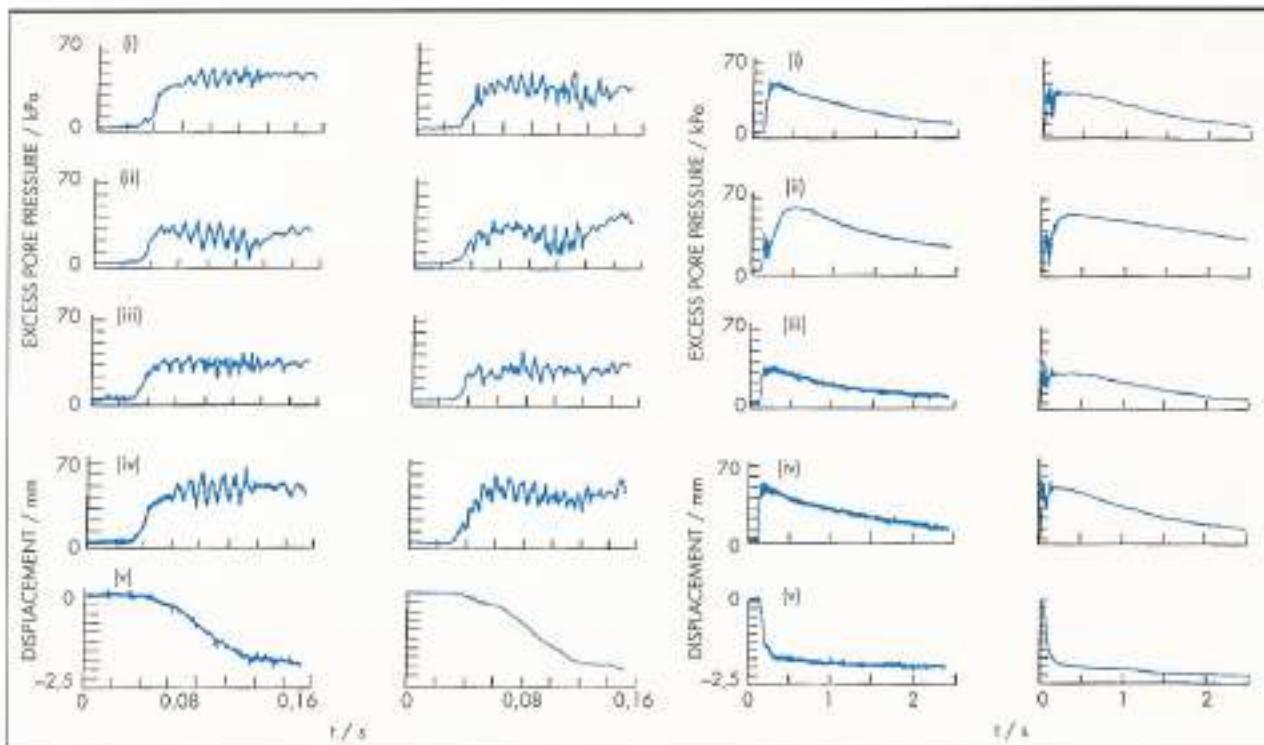


FIGURA 3 B. Presiones intersticiales y desplazamientos.

cuefacción, dándose en la Fig. 2 las predicciones del modelo y los resultados experimentales de Castro en 1969 (13).

#### 4. MODELO NUMÉRICO

Obtenidas las ecuaciones que nos permiten simular el comportamiento acoplado del sólido y el agua intersticial junto con la ecuación constitutiva, el siguiente punto es discretizarlas e introducirlas en un programa que nos permita la realización de los cálculos correspondientes.

El sistema base de la discretización está dado por

$$\int_0^B \sigma' d\Omega - Q p_n + M \ddot{u} = f^{(p)} \\ Q^T \dot{u} + H p_n + S p_v = f^{(v)}$$

teniendo las matrices empleadas las siguientes expresiones

$$B = L N_n \\ Q = \int_{\Omega} \alpha B^T m N^T d\Omega \\ M = \int_{\Omega} \rho N_n^T N_n d\Omega \\ H = \int_{\Omega} (\nabla N_p)^T h_n \nabla N_p d\Omega \\ S = \int_{\Omega} \frac{1}{Q} N_p^T N_p d\Omega$$

y los términos de fuerza

$$f^{(p)} = \int_{\Omega} \Omega \rho N_p^T b d\Omega + \int_{\Gamma} N_p^T f d\Gamma$$

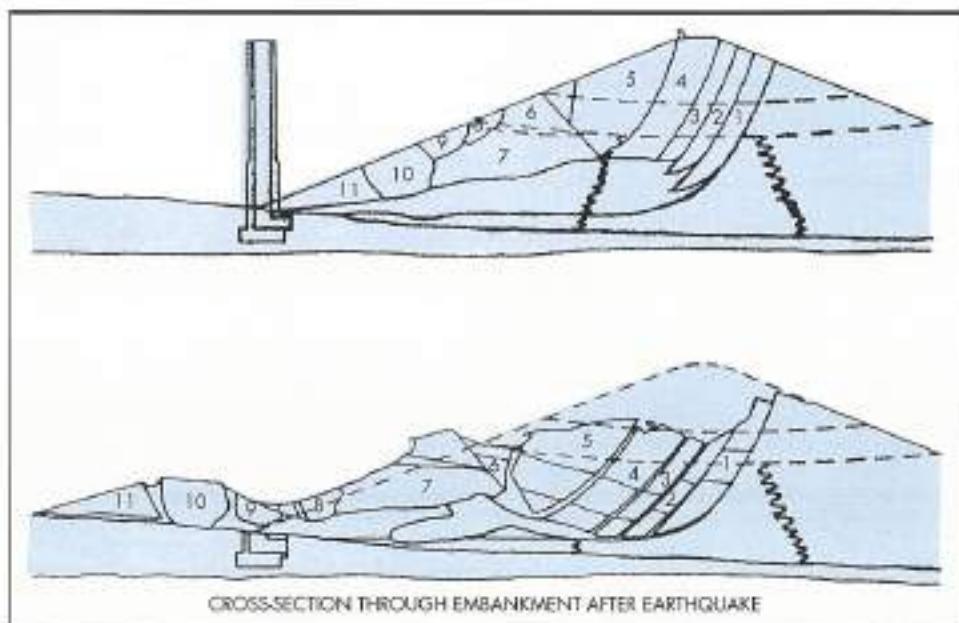
$$f^{(v)} = \int_{\Gamma} N_p^T k \frac{\partial p}{\partial n} d\Gamma + \int_{\Omega} (\nabla p)^T k \rho_n b - \left[ \int_{\Omega} (\nabla N_p^T k N_n) d\Omega \right] \ddot{u} - \int_{\Omega} N_p^T S_0 d\Omega = 0$$

Realizada la discretización de las ecuaciones en el espacio la discretización en el dominio del tiempo se realiza según el procedimiento descrito en la referencia (11).

La validación de todo el trabajo realizado en el desarrollo de un programa de cálculo que contiene un modelo matemático, una ecuación constitutiva y un modelo numérico se realiza estableciendo un conjunto de comprobaciones con el comportamiento real. Un procedimiento es la comparación de los resultados del modelo con los obtenidos experimentalmente en máquinas centrífugas o bien con la reconstrucción de los mecanismos de rotura de una presa de materiales sueltos bajo la acción de un terremoto.

El modelo SWANDYNE desarrollado en la Universidad de Swansea y puesto a punto en el Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas, ha sido utilizado para la obtención del comportamiento de un dique cimentado sobre un estrato de arenas granulares en la que se podía producir el fenómeno de liquefacción bajo la acción de cargas cíclicas, en la Fig. 3 se observan los resultados obtenidos en la máquina centrífuga de la Universidad de Cambridge y las predicciones del modelo.

Por otro lado se presenta en la Fig. 4 la rotura de la presa de San Fernando (14-15) según la interpretación de

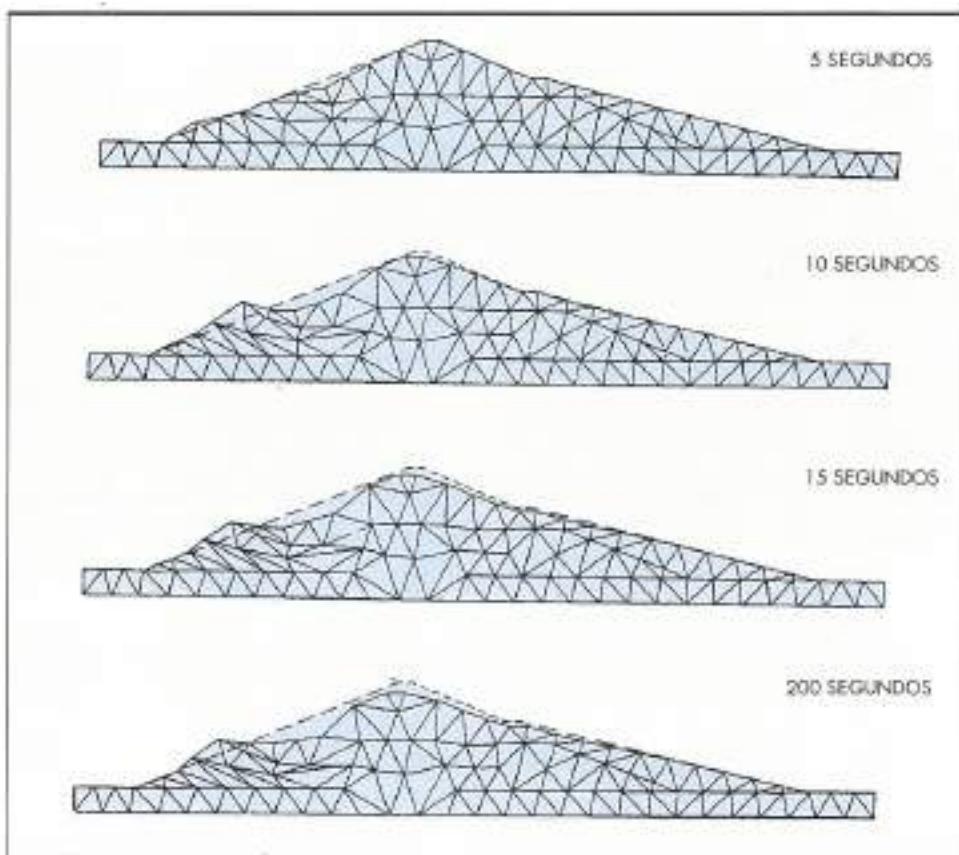


**FIGURA 4.** Reconstrucción de la rotura de la presa de San Fernando según Seed (1979).

Seed y los resultados obtenidos con el programa de cálculo. En la Fig. 5 se observa que el modelo es capaz de recrear los aspectos fundamentales del estado final de rotura de la presa.

## 5. CONCLUSIONES

La aplicación de modelos de cálculo avanzados nos permite la simulación del comportamiento de estructuras singulares como son las presas de materiales sueltos sometidas a exi-



**FIGURA 5.** Análisis de la presa de San Fernando: deformaciones (5, 10, 15 y 200 segundos).

taciones de carácter sísmico. Los resultados obtenidos para determinar la posible rotura de la presa nos indicarán la bondad de los diseños para resistir el efecto de un terremoto, pudiéndose realizar las modificaciones precisas del proyecto para garantizar los correspondientes factores de seguridad.

## REFERENCIAS

- (1) M. A. BIOT. General theory of three-dimensional consolidation. *J. Appl. Phys.*, 12, 155-164, 1941.
- (2) M. A. BIOT. Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid. *J. Appl. Phys.*, 26, 182-185, 1955.
- (3) O. C. ZIENKIEWICZ; C. T. CHAN y P. BETTESS. Drained, undrained, consolidating dynamic behaviour assumptions in solids. *Geotechnique* 30, 385-395, 1980.
- (4) O. C. ZIENKIEWICZ y T. SHIOMI. Dynamic behaviour of saturated porous media: The generalized Biot formulation and its numerical solution. *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech.*, 8, 71-96, 1984.
- (5) N. M. SAFAI y G. F. PINDER. Vertical and horizontal land deformation in a desaturating porous medium. *Adv. Water Resources* 2, 19-25, 1979.
- (6) O. C. ZIENKIEWICZ y Z. MROZ. Generalized plasticity formulation and applications to geomechanics. *Mechanics of Engineering Materials*. C. S. Desai and R. H. Gallagher (Eds), Wiley 665-679, 1984.
- (7) O. C. ZIENKIEWICZ; K. H. LEUNG y M. PASTOR. A simple model for transient soil loading in earthquake analysis. I: Basic model and its application. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 9, 953-976, 1985.
- (8) M. PASTOR; O. C. ZIENKIEWICZ y K. H. LEUNG. A simple model for transient soil loading in earthquake analysis. II: Non-associative models for sands. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 9, 977-998, 1985.
- (9) M. PASTOR; O. C. ZIENKIEWICZ y A. H. C. CHAN. Generalized plasticity and the modeling of soil behaviour. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 14, 181-190, 1990.
- (10) M. PASTOR. Modelling of soil behaviour. *Computers and Geotechnics*, 11, 173-208, 1991.
- (11) O. C. ZIENKIEWICZ; A. H. C. CHAN; M. PASTOR; D. K. PAUL y T. SHIOMI. Static and dynamic behaviour of soils: a rational approach to quantitative solutions I. Fully saturated problems. *Proc. R. Soc. Lond. A* 429, 285-309, 1990.
- (12) O. C. ZIENKIEWICZ; Y. M. XIE; B. A. SCHREFLER; A. LEDESMA y N. BICANIC. Static and dynamic behaviour of soils: a rational approach to quantitative solutions II. Semi-saturated problems. *Proc. R. Soc. Lond. A* 429, 311-321, 1990.
- (13) G. CASTRO. Liquefaction of sands. Tesis doctoral. Harvard (USA), 1969.
- (14) H. B. SEED; K. L. LEE; I. M. IDRISI y F. I. MAKDISI. Analysis of slides of the San Fernando dams during the earthquake of February 9, 1971. *J. Geotech. Eng. Div. ASCE*, 101, 651-668, 1975.
- (15) H. B. SEED. Consideration in the earthquake resistant design of earth and rockfill dams. *Geotechnique* 29, 215-263, 1979.



# Dramix®

FIBRAS DE ACERO PARA HORMIGÓN

## LA DIFERENCIA

Drámix. Fibras de acero para una solidez a toda prueba del hormigón. Producidas en todo el mundo por Bekaert, el especialista por excelencia en alambre de acero.

Una garantía de calidad y servicio. Las fibras de acero Drámix se mezclan fácilmente y de manera homogénea. Refuerzan multidireccionalmente



ofreciendo un anclaje perfecto y el mejor rendimiento.

El hormigón con fibras de acero Drámix es el material por excelencia para soleras, túneles y explotaciones mineras, estructuras de seguridad, carreteras y tableros de puentes, aeropuertos, puertos y productos prefabricados.

### BEKAERT

Bekaert Ibérica S.A.  
Traversera de Gracia 30,3.C.  
E-08021 Barcelona  
Tel. (3) 414 08 52  
Fax (3) 201 78 78

**SI,** deseo me remitan gratuitamente información sobre las aplicaciones:

- Soleras industriales     Elementos prefabricados     Túneles

NOMBRE \_\_\_\_\_

EMPRESA \_\_\_\_\_

DIRECCIÓN \_\_\_\_\_

# Un Servicio Integral para una Calidad Total

OBRAS HIDRAULICAS

TRATAMIENTO DE AGUA Y MEDIO AMBIENTE

OBRA CIVIL

EDIFICACION

SERVICIOS MUNICIPALES

INSTALACIONES DEPORTIVAS

INGENIERIA, TELEMANDO Y CONTROL

**JOCA** ✓  
INGENIERIA Y CONSTRUCCIONES

Avda. República Argentina, 24. 1º C.  
Toro de los Remedios.  
Tel.: (95) 428 41 82-428 38 11.  
Fax: (95) 428 37 96. 41011 Sevilla.

Rio Marches, 67.  
Polígono Industrial.  
Tel.: (925) 23 24 60-23 25 74.  
Fax: (925) 23 39 21, 45007 Toledo.

Avda. Sinfonico Madrileño, 24-26.  
Tel.: (924) 23 25 08.  
Fax: (924) 24 34 51.  
06011 Badajoz.





**GEOCISA**  
GEOTECNIA Y CIMENTOS, S.A.



- INSTRUMENTACION DE OBRAS
- ENSAYOS
- CONTROL DE CALIDAD

CON SISTEMA DE LA CALIDAD  
CERTIFICADO



METRO DE LONDRES Linea Jubilee: Green Park-Waterloo  
Inyecciones de impermeabilización  
y compensación de subsistencia.



PALAU DE SANT JORDI (BARCELONA)  
Centro de izada de la cubierta