

Investigación sobre aliviaderos escalonados en España

VÍCTOR ELVIRO GARCÍA (*)
CRISTÓBAL MATEOS IGUÁCEL (**)

RESUMEN Se presenta una visión general del estado del arte sobre aliviaderos escalonados, así como los avances más destacados producidos en el diseño de los mismo, y en particular las principales conclusiones de los estudios llevados a cabo por el Laboratorio de Hidráulica del CEDEX.

SPANISH RESEARCH INTO STEPPED SPILLWAYS

ABSTRACT A summary is presented of work being carried out on stepped spillways of dam are being studied on physical models, and a general study is being undertaken into the different variables that affect the operation of these structures.

Palabras clave: Aliviaderos escalonados; Proyecto de la transición; Aireación; Disipación de energía.

1. INTRODUCCIÓN HISTÓRICA

España es un país con una gran historia hidráulica. Debido a su situación geográfica, la parte norte bañada por el océano Atlántico es una zona húmeda, mientras que la zona sur y fundamentalmente la costa Mediterránea es una zona seca con gran escasez de agua. La climatología de la zona media es continental con dos periodos de lluvias, en otoño y primavera y dos secos, invierno y verano. Este medio hostil ha provocado que las distintas civilizaciones que han pasado por la península Ibérica dedicasen gran parte de sus esfuerzos al aprovechamiento hidráulico, obras que perduran hoy en día incluso en funcionamiento, como las presas de Proserpina y Cornalvo, quedando aún restos de un impresionante complejo hidráulico de abastecimiento a la ciudad de Mérida realizado hace dos mil años.

Impresionante es también el acueducto romano de Segovia actualmente en uso. La dominación árabe ha dejado numerosos restos repartidos por toda nuestra geografía con su máximo esplendor en Granada. La impronta dejada por las distintas civilizaciones ha perdurado hasta nuestros días, siendo España uno de los países con mayor número de presas del mundo. La realización constante de estas obras hace que las empresas españolas tecnológicamente se encuentren al mas alto nivel mundial con una evolución permanente en técnicas constructivas, por ello cuando en 1980 aparece en el

mundo la técnica de construcción de presas de hormigón compactado con rodillo (RCC), las empresas españolas asumen esta tecnología y con ella resurgen los aliviaderos escalonados. Los aliviaderos escalonados en pequeñas presas son utilizados con relativa frecuencia y de forma continua tanto en presas muy antiguas como en pequeñas obras recientes, pero su introducción en presas de gran altura y de forma sistemática no cabe duda que va unida a las presas de RCC, y con ello el estudio de su comportamiento hidráulico iniciados en España a finales de los años 80 por Iberduero, con un trabajo ya clásico realizado por Díez-Cascón y J.L. Blanco. En 1990 el Laboratorio de Hidráulica del Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas toma por primera vez contacto con este tipo de aliviaderos, iniciándose la investigación sobre los mismos, primeramente en colaboración con el Bureau of Reclamation de EE.UU. y posteriormente en trabajos propios o en colaboración con la Dirección General de Obras Hidráulicas del MOPTMA.

Aparte de los trabajos que se están realizando en el Centro de Estudios Hidrográficos, también se están elaborando estudios de investigación en distintas universidades españolas, con especial mención, en relación con los aliviaderos escalonados, a los que se están llevando a cabo en la Universidad Politécnica de Cataluña.

2. EL LABORATORIO DE HIDRÁULICA DEL CENTRO DE ESTUDIOS HIDROGRÁFICOS DEL CEDEX. EXPERIENCIAS EN ALIVIADEROS ESCALONADOS

El Laboratorio de Hidráulica es el principal Centro de tecnología hidráulica aplicada existente en España tanto por sus dimensiones físicas como por su volumen de inversiones y por el número de técnicos y personal diverso que lo integran.

En 1990 comienzan los ensayos en modelo físico del aliviadero escalonado de la presa de La Puebla de Cazalla. La presa de RCC tiene 71 m de altura con un talud de 0,8/1 y escalones de 0,9 m de altura. El caudal máximo unitario es

NOTA Un artículo similar ha sido publicado en la revista *Hydropower & Dams* en Septiembre de 1995 con motivo de la celebración en Santander del Congreso Internacional de presas de hormigón compactado.

(*) Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos y Jefe de la División de Dispositivos Especiales del laboratorio de Hidráulica del CEDEX (MOPTMA).

(**) Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos y Director del laboratorio de Hidráulica del CEDEX (MOPTMA).



FOTO 1. Piedad de Cozalla. Modelo a escala 1/16.

de $10 \text{ m}^3/\text{seg. m}$. El modelo físico se realiza a escala 1/16, midiendo presiones rápidamente variables en tres escalones situados en distintas alturas, obteniéndose la velocidad del flujo mediante filmación en vídeo de alta velocidad de obturación de diferentes indicadores en el flujo, así como con micromolinetes y anemómetros. Al realizar toda la estructura de la rápida en metacrilato permite la filmación de las burbujas de aire dentro de las cavidades del escalón, lo que permite cuantificar el número de burbujas, diámetro de las mismas así como su proximidad al paramento.

Con similares técnicas de ensayo se realizan los modelos del aliviadero escalonado de la presa de Sierra Brava, año 1992, y de la presa de Alcollarín en 1994 trabajos totalmente concluidos en la actualidad. La primera de las presas tiene 53 m. de altura y un caudal máximo de $4 \text{ m}^3/\text{seg. m}$, la segunda es de 31 m de altura y un caudal unitario de $10 \text{ m}^3/\text{seg. m}$. Ambas presas tienen un talud de 0,75/1 siendo la altura de los escalones de 90 cm.

Para el estudio de la presa de Sierra Brava se realiza un modelo físico a escala 1/12 y para el estudio de la presa de Alcollarín se construyen dos modelos del aliviadero a escalas 1/12 y 1/25, estudio que se completa con dos modelos hidromecánicos de la transición en solera de la zona de coronación a escalas 1/10 y 1/4.

En el año 1995 se han realizado los ensayos de los aliviaderos escalonados de la presa de Montearagón y de la presa del Boquerón. La primera tiene un talud de 0,62/1 con escalones de 0,9 m y una altura de 72 m, siendo el caudal máximo unitario de $13,6 \text{ m}^3/\text{seg. m}$ para la avenida de comprobación. La segunda tiene 58 m de altura y un talud de 0,73/1 siendo los escalones en proyecto de 0,9 m, y estudiándose el comportamiento de la rápida para escalones de 1,2 m, con un caudal máximo de comprobación de $19 \text{ m}^3/\text{seg. m}$.

Para enero de 1996 está previsto terminar la construcción del aliviadero de la presa de Val y antes de finalizar el año está previsto el comienzo de tres modelos de aliviaderos más.

Mención especial merece el trabajo que se está realizando desde el año 1992 por encargo y en colaboración con la Dirección General de Obras Hidráulicas sobre un estudio genérico acerca del comportamiento y diseño de aliviaderos esca-



FOTO 2. Presa de Sierra Brava. Modelo a escala 1/4.



FOTO 3. Presa de Alcollarín.
Modelo a escala 1/25.



FOTO 4. Modelo para estudios de normalización. Rápidas en régimen confinado y libre.

sando para un determinado caudal a flujo rasante (Skimming flow). Ciertamente los mayores problemas, tanto por presiones negativas como por pérdidas de energía, se producen para los caudales altos y por lo tanto el flujo analizado es el rasante (Skimming flow), no presentándole gran atención al cambio de tipo de flujo por la poca influencia que tiene para los aliviaderos analizados, pero que sí es de gran importancia en el dimensionamiento de otros tipos de rípidas, tanto en canales como en aliviaderos. Existen distintas formulaciones que determinan el valor del calado crítico " d_c " para el que se produce el cambio de régimen en función de las dimensiones del escalón, $d_c = Ah - Bh^2/l$ siendo h la altura del escalón y l su longitud. El límite entre los dos tipos de regímenes no es fácil de determinar pues hay una situación intermedia y los ensayos realizados en el laboratorio no nos permiten generalizarlo a otras pendientes. Los ensayos realizados en el Laboratorio ha sido con valores de $h/l = 1.3$.

De los datos obtenidos podemos decir que para valores de $d/h > 0.72$ el régimen es de Skimming-flow y que para valores $d/h < 0.51$ el régimen es de Nappe-flow.

4. TRANSICIÓN ENTRE LA CORONACIÓN Y LA RÁPIDA ESCALONADA

El sistema constructivo de la presa condiciona el escalonado de la rápida, en general se trabaja con tongadas de 0,3 m y el escalonado es múltiplo de esta cantidad. En las presas ensayadas en el Laboratorio la altura de los escalones es de 0,9 m ensayándose actualmente aliviaderos con escalones de 1,2 m. En cualquier caso, la rápida del aliviadero es de escalones iguales desde una determinada cota. Se ha comprobado que si a partir de esa cota se continuase con una solera lisa hasta la coronación, el primer escalón actuaría como un trampolín lanzando el flujo desde el inicio del vertido hasta caudales que puedan llegar a ser importantes así como la magnitud del salto. Para minimizar o eliminar el salto es necesario realizar una transición entre la superficie lisa y la rápida escalonada. La solución no es única y de hecho se ha comprobado que existen distintas posibilidades.

Debido a la sensibilidad del fenómeno y con el fin de anular los efectos de escala se ha comprobado que para asegurar un correcto funcionamiento son necesarios modelos grandes, utilizándose en el Laboratorio modelos que, para simplificar, estarían comprendidos entre escalas 1/3 a 1/5 del prototipo, con lo cual se asegura que el número de Reynolds sea suficientemente grande, no solo para el caudal de diseño sino también para los pequeños caudales que son para los que realmente se presenta el funcionamiento deficiente.

Como consecuencia de los estudios realizados se proponen varias soluciones, fundamentalmente la representada en la figura 1 en la que se define la forma de la transición en función de la altura de la lámina de diseño del perfil Bradley del aliviadero, comprobándose que también puede ser válida para otros perfiles y aunque el diseño se ha hecho hasta láminas de 3,0 m de altura se ha podido comprobar que el funcionamiento es asimismo satisfactorio para láminas superiores, aunque para diseños con láminas de 4 m se ha preferido adoptar una transición un poco más suave.

5. COMIENZO DE LA AIREACIÓN

Debido a la alta irregularidad del flujo y ante la presencia de presiones negativas que pudiesen llegar a producir cavitaciones, es necesario asegurar la aireación en el flujo. Más adelante comentaremos un poco más el fenómeno, ahora daremos unos valores obtenidos en modelo sobre el inicio de la aireación en los que se puede ver, en función del caudal, que tanto la transición como el comienzo de la rápida se encuentra sin protección por aire y, sin embargo son zonas que pueden llegar a tener velocidades considerables.

El paso de valores de modelo a prototipo para este tipo de fenómenos no está suficientemente estudiado y existe controversia sobre los resultados obtenidos. En el Laboratorio de Hidráulica, se han construido tres rápidas que tomando como referencia escalas de 90 cm representan el mismo prototipo a escalas 1/15, 1/10 y 1/6. La finalidad de los ensayos es cuantificar los fenómenos de aireación, valorando el grado en que se encuentran afectados por la escala.

Las investigaciones llevadas a cabo sobre aliviaderos escalonados y flujos en canales de alta rugosidad sobre el desarrollo de la capa límite demuestran, como parece razonable, que no son válidas las fórmulas de aliviaderos lisos ni siquiera introduciendo un valor supuestamente adecuado de la rugosidad K_s , trasladándose el punto crítico hacia aguas arriba. Las fórmulas que definen el punto de inyección son de la forma

$$\frac{d}{L} = A(\sin\theta)^B \left(\frac{L}{K_s} \right)^C$$

siendo "d" el calado en el punto de inyección situado a una distancia "L" de la coronación, θ es el ángulo que forma con la horizontal la rápida y K_s función del tamaño de los escalones. Si se toma como K_s la distancia entre el vértice del escalón y su perpendicular al plano de la rápida que pasa por los otros dos vértices los valores de A, B y C varían se-

gún los autores, incluso simplifican la ecuación sustituyendo A (sen α)^B por una constante que evalúan entre 0,6 y 0,8, variando C entre -0,17 y -0,33.

Recordamos que estas fórmulas determinan el punto crítico o punto de comienzo de la aireación en superficie "crítico" o "inception point", produciéndose la total aireación del flujo bastante aguas abajo del mismo.

Con el fin de poder adelantar algunos valores que han tenido un primer contraste mediante dos modelos a escala 1/25 y 1/12 damos los siguientes valores con las reservas anteriormente señaladas, para escalones de 0,9 cm de altura y taludes entre 0,7 y 0,8.

A la vista de estos resultados (Tabla 1) y para valores superiores a 10 m³/seg. m podrían aparecer graves problemas de cavitación que es necesario analizar en modelo reduciendo midiendo presiones rápidamente variables en los escalones, fundamentalmente en las zonas próximas a los vértices exteriores. En lo que sigue se sobreentiende que ese caudal no es superado.

6. PERSISTENCIA DEL ESCALONADO A LARGO PLAZO

Uno de los diversos riesgos a los que está expuesta una obra hidráulica es la cavitación, pudiendo tener en los aliviaderos escalonados consecuencias especialmente graves si la destrucción que provoca se traduce en una mayor pérdida de paramento y consecuentemente en una reducción de la disipación de energía con el consiguiente peligro al pie de la rápida.

El análisis del riesgo de cavitación debe orientarse tanto a sus causas: fuertes velocidades y fuertes turbulencias, como a sus remedios: diseños que atenúen velocidades y turbulencias, aireación natural o forzada, protecciones especiales en los puntos más sensibles, etc. Al haberse efectuado la parte experimental del estudio sobre modelos a escala de Froude, cobra importancia la estimación o al menos acotación de los efectos de escala y su sentido, en temas tales como: fluctuación turbulenta de presiones, zona de inicio de la aireación, desarrollo de esta, proporción de aire resultante, tamaño de las burbujas, su velocidad en relación al medio, cuantía de aire cerca de los paramentos, etc.

A continuación se discuten pormenorizadamente los aspectos reseñados:

6.1. VELOCIDADES EN ZONAS SIN AIREACIÓN

De la experiencia en aliviaderos planos y para espesores de lámina moderados se sabe que salvo ejecución muy cuidada si no hay aireación aparece riesgo de cavitación para velocidades del agua del orden de los 15 m/s. En los aliviaderos escalonados dado que lo abrupto de sus formas aumenta la turbulencia se estima que esa cifra debe de bajarse a 12 ó 13 m/s. En modelo la aireación natural por superficie para diferentes caudales unitarios se ha dado una relación de valores (al comentar la transición entre el umbral y la rápida) observándose que existan zonas sin airear y con alta velocidad. Aún contando con que en prototipo pudiera por efecto escala acortarse la distancia en un 50% y por tanto reducir la velocidad del orden de un 20%, resultan velocidades considerables y es conveniente una ejecución muy cuidada o una aireación forzada más aguas arriba. La existencia de pi-

Caudal unitario q[m ³ /seg. m]	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	16
Diferencia de cotas entre coronación y comienzo aireación [m]	3,1	4,5	5,9	6,5	8,4	10,2	12,0	12,9	14,2	15,6	24

TABLA 1.

las permite la entrada de aire por el eje horizontal del remolino que la corriente induce en la celda que definen los dos paramentos de cada escalón.

6.2. RIESGO DE CAVITACIÓN POR FLUCTUACIONES TURBULENTAS DE LA PRESIÓN

Aunque los aliviaderos escalonados disminuyen la velocidad, ya se ha señalado que aumenta considerablemente la turbulencia del flujo. Los vórtices inducidos por esta turbulencia presenta en sus ejes depresiones que pueden llegar a alcanzar los niveles de cavitación. En los ensayos ha podido apreciarse que para caudales que se corresponden con 10 m³/s de prototipo, en algún punto y de forma intermitente se alcanza en el modelo la depresión estrictamente necesaria para la cavitación, ver figura 2. En modelo y debido a la presencia de aire en cuantías que luego se comentarán resultan velocidades del sonido muy reducidas del orden de los 30 a 80 m/s según la proporción de aire. En prototipo es igual e incluso más reducida al menos en los puntos con depresiones importantes pues la celeridad del sonido baja en estos hasta 15 ó 20 m/s. Esto se traduce en que por efecto escala las fluctuaciones máximas de presión serán algo más reducidas en prototipo que en modelo y cabe prever que para el mencionado valor límite de 10 m³/s, la agitación turbulenta por sí sola no llegue a producir en un paramento razonablemente liso cavitación para el caudal reseñado.

6.3. CUANTIFICACIÓN DE LA CANTIDAD DE AIRE Y DEL TAMAÑO DE LAS BURBUJAS

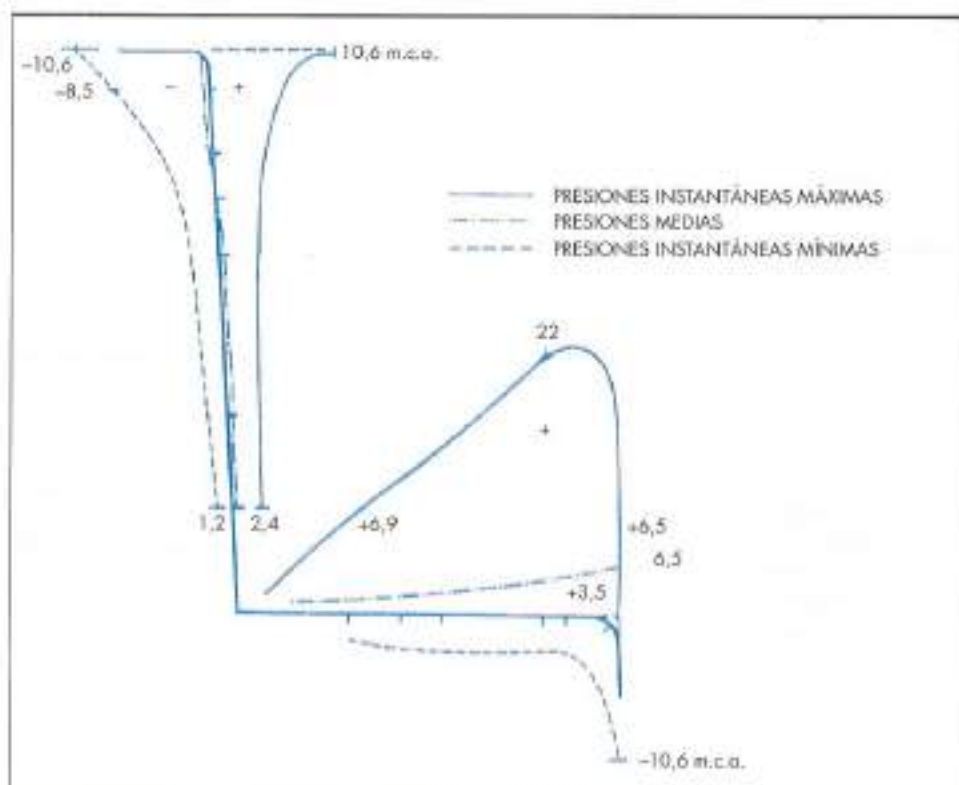
El hecho de que los acabados de los paramentos, salvo ejecución muy cuidada, presenten irregularidades, lleva a concluir que para prevenir los efectos nocivos de la cavitación es conveniente asegurar una aireación en cuantía y tamaño adecuados.

Sobre la cuantía cabe indicar que en la lámina fluyente se puede medir el "esponjamiento" de la lámina como cociente entre el espesor de la lámina y el cociente entre el caudal unitario y la velocidad. Se ha llegado así a estimar en el modelo unas cuantías del orden de 50% de aire en la mezcla. En principio y atendiendo a la estructura de varias fórmulas como las de Douma, Kalinske, Robertson y Sharma en las que la proporción de aire depende exclusivamente de la geometría y del número de Froude cabe concluir que la proporción de aire en modelo y prototipo es idéntica. La estructura de otras fórmulas como la propuesta por Falvey comportan una mayor aireación en prototipo que en modelo. Por contra la fórmula del Task Committee del ASCE para paramentos planos parece indicar que se puede esperar en prototipo una aireación 2/3 del modelo. Aceptando por prudencia esa reducción tal vez excesiva corresponde a prototipo una aireación del 30%.

Por lo que hace a la celda de flujo que delimitan los paramentos vertical y horizontal de cada escalón, resulta que al ser predominante en ella un remolino de eje horizontal y gran velocidad periférica la fuerza centrífuga provoca un gradiente de presiones bastante mayor que el hidrostático lo que induce una succión del aire que fluye por la lámina superior por lo que el equilibrio solo se alcanza si las concentraciones en la celda son sensiblemente mayores que las de la lámina superior. Las medidas realizadas hasta la fecha indican cuantías del 65% en modelo, así como presencia de cámaras de aire en la celda con caudales bajos. Aún con una cauta reducción a 2/3 para pasar al prototipo resultan cuantías de aire suficientes para prevenir la cavitación.

Por lo que respecta al tamaño de las burbujas se han medido por fotografías rápida en modelo y junto a unas pocas burbujas grandes de 3 a 9 mm la mayoría tenía tamaños situados entre 0,9 y 1,4 mm. El D₃₂ (diámetro que no es supe-

FIGURA 2. Presiones rápidamente variables. Caudal máximo 10 m³/seg. m.



rado por el 95% de las burbujas) puede estimarse en 1,3 mm, en razonable concordancia con la fórmula de Hinze que da una estimación de 1,1 mm. Es por ello aceptable valorar el efecto escala con la propia fórmula de Hinze y concluir que en prototipo las burbujas reducirán el tamaño de modelo 1,75 veces es decir el 95% tendrán un diámetro entre 0,5 mm y 0,8 mm valores que según la bibliografía son suficientes para evitar el riesgo de cavitación si se produce la presencia de las burbujas en cuantías suficiente junto a los paramentos.

7. DISIPACIÓN DE ENERGÍA

Este es uno de los puntos actualmente mas controvertidos en el sentido de concretar una formulación que permita al proyectista calcular una determinada obra. En primer lugar, debido a su diferente forma de disipar energía, hay que distinguir entre flujo en cascada (Nappe flow) y flujo rasante (Skimming flow) centrándonos en éste último tipo de régimen, puesto que es el analizado por el Laboratorio de Hidráulica en los diferentes casos ensayados y en este sentido se puede ver que para relaciones $H_p/d < 10$ ó $K/d_c < 0,1$ (H_p altura de la presa) poco puede esperarse ganar en disipación de energía frente a un aliviadero convencional. Para flujos plenamente desarrollados y régimen uniforme o al menos asimilable por tener suficiente longitud la rápida, y no depender del número de escalones, parece aceptable suponer que el coeficiente "f" de Darcy-Weisbach es función del cociente entre calado "y" y el tamaño del escalón "k" definido como $K = l \sin \theta$ siendo l la buella. Ya se ha comentado la enorme influencia que en estos flujos tiene la aireación, pues no se trabaja con agua sino con un fluido mezcla de aire-agua, así como la incertidumbre de pasar valores de modelo a prototipo, es por esto que existe una enorme discrepancia en los resultados, no ya solo por el diferente criterio en la obtención de los datos, sino también en la simbología utilizada en el sentido de aclarar suficientemente los términos hidráulicos utilizados referidos a flujos aireados o sin airear.



FOTO 5. Modelos para estudios de normalización.



FOTO 6. Régimen deslizando (Skimming flow).

Para flujos uniformemente aireados se tiene:

$$f = \frac{8g \sin \theta y}{v^2}$$

En modelo mediante video de alta velocidad se obtiene v , como velocidad media por tramos. La medida de " y " se realiza mediante la introducción en el flujo de una varilla flexible que resiste el impacto del fluido (gotas de agua) hasta un determinado valor. Introduciendo estos dos valores en la fórmula anterior se obtiene " f ". Pero también se calcula $q = v \cdot y$, siendo $q = q_v + q_a$, de esta expresión se estima por diferencia el caudal de aire ya que se conoce mediante aforo al caudal líquido. Naturalmente con estos datos se pueden determinar las pérdidas de energía que para una pendiente y un tamaño del escalón determinado dependerán del caudal. El estudio de la bibliografía muestra que las pérdidas de energía son mucho mayores en los casos en que el cálculo se realiza midiendo calados conjugados en el resalto que en los que se utiliza otro método de medida directa de velocidades. Una posible explicación de esta discrepancia puede ser la existencia de pérdidas adicionales de energía por impacto al pie del talud no cuantificadas para el resalto.

De los ensayos realizados en el Laboratorio de Hidráulica y hablando siempre de flujos aireados en aliviaderos con rápidas de 53° o próximos a ellos, escalones de 0,9 m de altura y caudales de hasta 10 m³/seg. m se ha obtenido un valor del coeficiente f comprendido entre 0,18 y 0,20 para valores de $y/k < 1,7$ sin obtener una curva clara, debido a la incertidumbre en la medida fundamentalmente de los calados (se pretende en el futuro tratar de mejorar el método de medición). En cuanto a disipación de energía expresándolo en términos de velocidad teórica debido a la altura menos la obtenida en modelo y tomando resultados obtenidos de forma similar (medida directa de velocidades) en otros Laboratorios podemos dar la figura 3, con unos resultados no tan espectaculares como aparecen en algunas otras publicaciones pero sí que son cuantitativamente importantes, afectando de forma considerable al volumen de

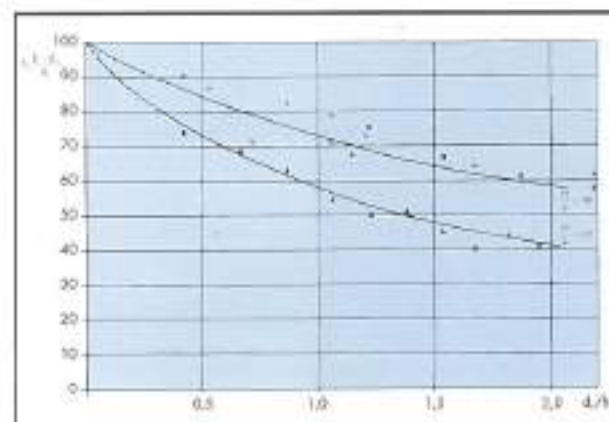


FIGURA 3. Energía disipada en flujos resalte.

la obra de amortiguación de energía dispuesta al final del aliviadero.

8. COMENTARIOS FINALES

La finalidad de esta publicación está muy alejada de pretender ser un estado actual de la ciencia en cuanto a aliviaderos escalonados se refiere, sólo se pretende, en este sentido, hacer un pequeño resumen de los trabajos que se han realizado en el Centro de Estudios Hidrográficos, así como la gran dedicación que se tiene programada en este campo en el presente así como en el futuro, no sólo con estudios de presas concretas, sino fundamentalmente con los trabajos de investigación genéricos en colaboración con la Dirección General de Obras Hidráulicas, de los que se confía obtener la suficiente información como para poder acceder a una formulación matemática que permita abordar la definición de un aliviadero escalonado con una mayor garantía que la actualmente existente, labor en la que no sólo está inmerso el Laboratorio de Hidráulica del CEDEX, sino gran número de investigadores en todo el mundo.

BIBLIOGRAFÍA

1. M. BINDO. The stepped spillway of M'ali dam. 1993. Water Power & Dam Construction. January.
2. CHAMANI and RAJARATNAM. Jet flow on stepped spillways. Journal of Hydraulic Engineering. Vol. 120, n° 2. February 1994.
3. H. CHANSON. Comparison of energy dissipation between nappe and skimming flow regimes on stepped chutes. Journal of Hydraulic Research. Vol. 30. 1994. n° 2.
4. G.C. CHRISTODOULOU. Energy dissipation on stepped spillways. Journal of Hydraulic Engineering. Vol. 119. Mayo 1993.
5. V. ELVIRO GARCÍA y C. MATEOS IGUÁCEL. Aliviaderos Escalonados. Diseño de la transición entre el umbral y la rápida escalonada. Ingeniería Civil n° 98. Abril 1995. CEDEX.
6. K. FRIZELL. Stepped spillway desing for flow over embankments. National Conference on Hydraulic Engineering. 1991. Asce New York, pág. 118-123.
7. C. MATEOS IGUÁCEL y V. ELVIRO GARCÍA. The use of stepped spillways in energy dissipation. 60th Executive Meeting ICOLD. Septiembre 1992. Granada.
8. C. MATEOS IGUÁCEL y V. ELVIRO GARCÍA. Regularidad del flujo en aliviaderos escalonados. XVI Congreso Latinoamericano de Hidráulica (Chile). Octubre 1994.
9. N. RAJARATNAM. Skimming flow in stepped spillways. Journal of of Hydraulic Engineering. Vol. 16, n° 4. Apr. 1990.
10. D. STEPHENSON. Energy dissipation down stepped spillways. Water Power & Dam Construction. Sep. 1991.
11. M. J. TOZZI. Residual energy in stepped spillways. Water Power & Dam Construction. Mayo 1994.