

El asiento de una capa finita según el método edométrico

J.L. JUSTO(*), E. JUSTO(**)

RESUMEN Se han integrado las expresiones semilogarítmicas utilizadas en el método edométrico para calcular el asiento de una capa finita, suponiendo una variación lineal del incremento de presión, obteniéndose expresiones explícitas sencillas fácilmente programables. Se compararan los asientos obtenidos con este método con los del procedimiento tradicional, en el que se calculan las tensiones en el centro de cada capa. Cuando se cumplen las condiciones aquí indicadas los resultados obtenidos con ambos procedimientos son sensiblemente diferentes. Estas ecuaciones permiten en numerosos casos evitar las subdivisiones o, en cualquier caso, reducirlas considerablemente.

THE SETTLEMENT OF A FINITE LAYER FOLLOWING THE OEDOMETRIC METHOD

ABSTRACT *The semilog equations that are usually employed in the oedometric method have been integrated so as to find the compression of a finite layer. Simple explicit expressions have been obtained that may be easily programmed. The resulting settlements have been compared with those of the traditional procedure in which the stresses are calculated at the centre of each layer. The difference in the results is important. The equations obtained allow in many cases to avoid subdivisions or, in any case, to reduce them considerably.*

Palabras clave: Capa finita; edométrico; asientos.

INTRODUCCIÓN

Las bases para el cálculo edométrico actual de asientos están contenidas en el libro de Terzaghi y Peck (1955), donde se reconoce que tanto la rama de carga como la de descarga son rectilíneas en un diagrama semilogarítmico, y se definen los índices de compresión (C_c) y de hinchamiento (C_s). Asimismo se indica que las ramas de descarga y de recarga casi coinciden, salvo en la existencia de un lazo de histéresis.

Es sin embargo Schmertmann (1953) el que termina de concretar el tema al definir el método para descontar la perturbación de las muestras y definir la «curva de compresión en el terreno».

La exactitud del método edométrico ha sido estudiada por Jiménez Salas et al. (1981), quienes indican que dicha exactitud es razonable cuando el coeficiente de seguridad no es excesivamente bajo. En general los asientos calculados por este método son inferiores a los reales. Su precisión mejora notablemente mediante un sencillo gráfico que da la relación entre el asiento tridimensional y el edométrico.

En general el método es tanto más exacto cuando más pequeño es el espesor de la capa compresible en relación al ancho del área cargada.

La deformación unitaria se calcula por medio de las ecuaciones que se indican a continuación.

Para un suelo normalmente consolidado ($\sigma'_p = \sigma'_0$):

$$\varepsilon = \frac{C_c}{1+e_0} \log_{10} \frac{\sigma'_f}{\sigma'_0} \quad (1)$$

Para un suelo fuertemente sobreconsolidado ($\sigma'_p \geq \sigma'_f$):

$$\varepsilon = \frac{C_s}{1+e_0} \log_{10} \frac{\sigma'_f}{\sigma'_0} \quad (2)$$

Y para un suelo ligeramente sobreconsolidado ($\sigma'_0 < \sigma'_p < \sigma'_f$):

$$\varepsilon = \frac{1}{1+e_0} \left(C_s \log_{10} \frac{\sigma'_p}{\sigma'_0} + C_c \log_{10} \frac{\sigma'_f}{\sigma'_p} \right) \quad (3)$$

siendo σ'_p la presión de preconsolidación, σ'_0 y σ'_f las presiones efectiva inicial y final.

Normalmente el terreno se divide en un número escaso de capas finitas y el cálculo de la deformación unitaria se realiza en el centro de cada capa. Con ello no se tienen en cuenta las variaciones de σ'_0 y de $\Delta\sigma$ dentro de cada capa. El objeto de este artículo es tener en cuenta estas variaciones.

2. HIPÓTESIS

Se admiten las siguientes hipótesis, algunas de las cuales son propias del método edométrico:

1. Se suponen nulas las deformaciones horizontales
2. Se supone que dentro de cada capa son constantes los siguientes parámetros:

(*) Catedrático del área de Ingeniería del Terreno.

(**) Becario del Plan de Formación de Personal Docente.
Departamento de Mecánica de Medios Continuos.
Universidad de Sevilla.

$$C'_c = \frac{C_c}{1 + e_0} \quad (4)$$

$$C'_s = \frac{C_s}{1 + e_0} \quad (5)$$

γ_e = peso específico efectivo

3. Se admite una variación lineal de Δs dentro del estrato

En algunos programas de ordenador se supone constante la relación de sobreconsolidación (OCR) en lugar de la presión de preconsolidación (v. fig. 1):

$$OCR = \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{00} + \gamma_e z} \quad (6)$$

3. ASIENTOS DE LA CAPA

Los cálculos correspondientes se detallan en el Apéndice nº 1, donde se ha llegado a los resultados que se indican a continuación, referidos a la figura 1.

Para suelos normalmente consolidados o fuertemente sobreconsolidados:

$$s = C'_c \left(H \log \frac{\sigma'_{f1}}{\sigma'_{01}} + \frac{H\sigma'_{f0}}{\sigma'_{f1} - \sigma'_{f0}} \log_{10} \frac{\sigma'_{f1}}{\sigma'_{f0}} - \frac{\sigma'_{00}}{\gamma_e} \log \frac{\sigma'_{01}}{\sigma'_{00}} \right) \quad (7)$$

siendo:

$C'_c = C'_c$ en un suelo normalmente consolidado

$C'_c = C'_s$ en un suelo fuertemente sobreconsolidado

En suelos ligeramente sobreconsolidados:

$$s = C'_s \left(H \log \frac{e\sigma'_p}{\sigma'_{01}} - \frac{\sigma'_{00}}{\gamma_e} \log \frac{\sigma'_{01}}{\sigma'_{00}} \right) + \quad (8)$$

$$+ C'_c \left(H \log \frac{\sigma'_{f1}}{e\sigma'_p} + \frac{H\sigma'_{f0}}{\sigma'_{f1} - \sigma'_{f0}} \log \frac{\sigma'_{f1}}{\sigma'_{f0}} \right)$$

Y en suelos ligeramente sobreconsolidados con razón de sobreconsolidación (OCR) constante:

$$s = C'_s H \log(OCR) + \quad (9)$$

$$+ C'_c \left(H \log \frac{\sigma'_{f1}}{\sigma'_{01}(OCR)} + \frac{H\sigma'_{f0}}{\sigma'_{f1} - \sigma'_{f0}} \log \frac{\sigma'_{f1}}{\sigma'_{f0}} - \frac{\sigma'_{00}}{\gamma_e} \log \frac{\sigma'_{01}}{\sigma'_{00}} \right)$$

Si $\sigma'_{00} = 0$ desaparece el último término dentro del paréntesis que contiene a σ'_{00} en las ecuaciones (7), (8) y (9).

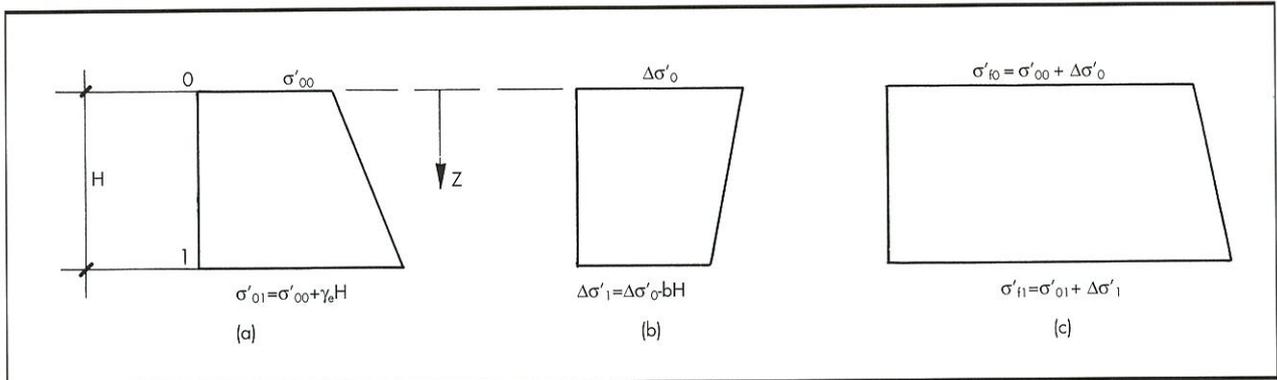


FIGURA 1. Presiones efectivas en una capa finita. a) Antes de construir las construcciones. b) Incremento de presión. c) Al final de la construcción y a largo plazo.

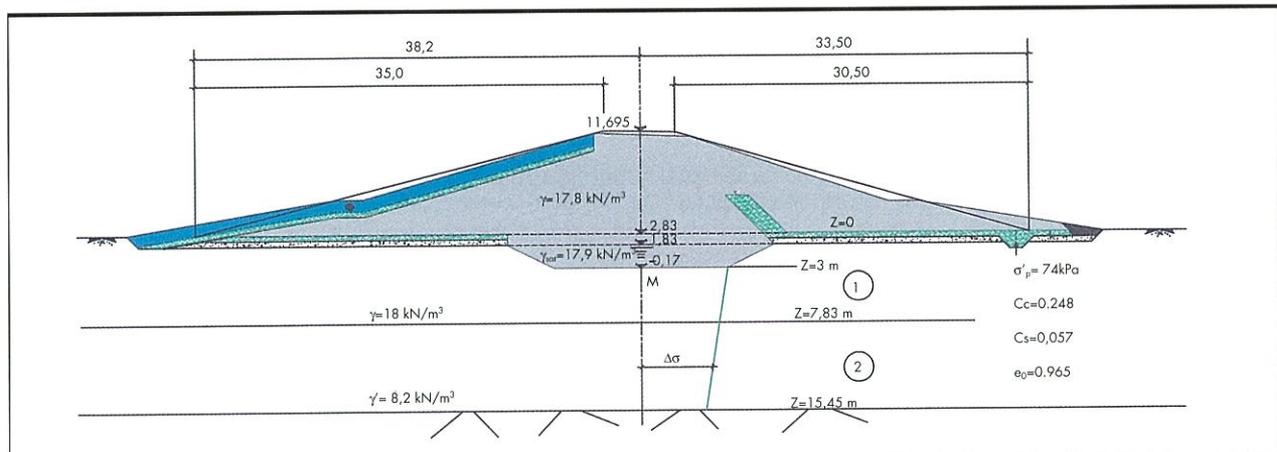


FIGURA 2. Sección del dique nº 1 de la Balsa de Don Melendo.

Capa	Prof. (m)	σ'_p constante		OCR constante	
		(1)	(2)	(1)	(2)
Ligeramente sobreconsolidada	3 a 7,83	0,290	0,289	0,294	0,289
Normalmente consolidada	7,83 a 15,45	0,242	0,348	0,242	0,348
Asiento total (m)		0,532	0,637	0,536	0,637

TABLA 1. Comparación de asientos (m). (1) Procedimiento de este artículo. (2) Calculando las tensiones en el centro de cada capa.

4. APLICACIONES

Aplicamos las fórmulas anteriores al dique nº 1 de la Balsa de Don Melendo, en Lebrija, situado sobre terreno de marisma. La figura nº 2 muestra una sección simplificada del dique en el P.K. 0+240. Se supone un estado de deformación plana.

Las fórmulas para el cálculo de los incrementos de presión se incluyen en el Apéndice nº 4. En el Apéndice nº 5 se incluyen programas para el cálculo de los asientos en cada capa, según las ecuaciones del apartado anterior y con los incrementos de presión indicados en el Apéndice nº 4.

En el Apéndice nº 6 se detalla el cálculo de los incrementos de presión y de los asientos en cada capa.

Los incrementos de presión se han llevado a la figura 2, donde se puede observar que dibujan casi exactamente una recta, por lo cual el método que aquí se indica se puede considerar prácticamente exacto admitidas las hipótesis del apartado 2.

En la tabla 1 se comparan los asientos calculados por este método con los obtenidos calculando las tensiones en el centro de cada capa. Se han considerado dos capas de terreno natural, la primera de ellas ligeramente sobreconsolidada y la segunda normalmente consolidada.

5. CONCLUSIONES

Mediante integración de las fórmulas que nos dan el asiento edométrico suponiendo leyes semilogarítmicas se ha hallado el asiento de una capa finita, suponiendo una variación lineal del incremento de presión dentro de la capa.

En muchos casos de terraplenes sobre suelo blando, la variación del incremento de presión se puede considerar lineal.

El asiento calculado por este método puede diferir de forma importante del obtenido calculando las presiones en el centro de cada capa.

Es cierto que aumentando el número de subdivisiones las exactitudes de ambos métodos se pueden aproximar, pero siempre el número de subdivisiones será mucho menor en el método indicado en este artículo. En el ejemplo real que aquí se ha puesto basta, cuando se ha integrado, con considerar las capas imprescindibles para que se cumplan las hipótesis del apartado 2.

Las expresiones (7), (8) y (9) son algo más complicadas que las (1), (2) y (3), pero se trata de expresiones explícitas fácilmente programables como se ha demostrado en este artículo.

6. APÉNDICES

6.1. SUELO NORMALMENTE CONSOLIDADO O FUERTEMENTE SOBRECONSOLIDADO

Se supone:

$$C' = \frac{C_c}{1 + e_0}$$

en un suelo normalmente consolidado

$$C' = \frac{C_s}{1 + e_0}$$

en un suelo fuertemente sobreconsolidado
Con referencia a la figura 1:

$$\Delta\sigma' = \Delta\sigma'_0 - bz \tag{Ap.1.1}$$

El asiento de la capa finita será:

$$s = C' \int_0^H \log \frac{\sigma'_{00} + \gamma_e z + \Delta\sigma'}{\sigma'_{00} + \gamma_e z} dz \tag{Ap.1.2}$$

$$s = C' \int_0^H \log \frac{\sigma'_{00} + \Delta\sigma'_0 + (\gamma_e - b)z}{\sigma'_{00} + \gamma_e z} dz = \tag{Ap.1.1}$$

$$= C' \int_0^H \log \frac{\sigma'_{f0} + (\gamma_e - b)z}{\sigma'_{00} + \gamma_e z} dz$$

$$s = C'(I_1 - I_2) \tag{Ap.1.4}$$

$$I_1 = \int_0^H \log[\sigma'_{f0} + (\gamma_e - b)z] dz$$

Integrando por partes y sumando y restando una misma cantidad en el numerador del segundo término:

$$I_1 = \left[z \log[\sigma'_{f0} + (\gamma_e - b)z] \right]_0^H - \log e \int_0^H \frac{(\gamma_e - b)z + \sigma'_{f0} - \sigma'_{f0}}{\sigma'_{f0} + (\gamma_e - b)z} dz$$

Pero

$$\sigma'_{f1} = \sigma'_{f0} + (\gamma_e - b)H \tag{Ap.1.5}$$

$$I_1 = H \log \sigma'_{f1} - \log e \left[H - \frac{\sigma'_{f0}}{\gamma_e - b} \ln[\sigma'_{f0} + (\gamma_e - b)z] \right]_0^H$$

$$I_1 = H \log \sigma'_{f1} - H \log e + \frac{\sigma'_{f0}}{\gamma_e - b} (\log[\sigma'_{f0} + (\gamma_e - b)H] - \log \sigma'_{f0})$$

$$I_1 = H \log \frac{\sigma'_{f1}}{e} + \frac{\sigma'_{f0}}{\gamma_e - b} (\log \sigma'_{f1} - \log \sigma'_{f0})$$

$$I_1 = H \log \frac{\sigma'_{f1}}{e} + \frac{\sigma'_{f0}}{\gamma_e - b} \log \frac{\sigma'_{f1}}{\sigma'_{f0}} \tag{Ap.1.6}$$

$$I_2 = \int_0^H \log(\sigma'_0 + \gamma_e z) dz = H \log \frac{\sigma'_{00} + \gamma_e H}{e} + \frac{\sigma'_{00}}{\gamma_e} \log \frac{\sigma'_{00} + \gamma_e H}{\sigma'_{00}}$$

$$I_2 = H \log \frac{\sigma'_{01}}{e} + \frac{\sigma'_{00}}{\gamma_e} \log \frac{\sigma'_{01}}{\sigma'_{00}} \quad (\text{Ap.1.7})$$

Sustituyendo I_1 e I_2 en (Ap. 1.4):

$$s = C' \left(H \log \frac{\sigma'_{f1}}{\sigma'_{01}} + \frac{H\sigma'_{f0}}{\sigma'_{f1} - \sigma'_{f0}} \log \frac{\sigma'_{f1}}{\sigma'_{f0}} - \frac{\sigma'_{00}}{\gamma_e} \log \frac{\sigma'_{01}}{\sigma'_{00}} \right) \quad (\text{Ap.1.8})$$

6.2. SUELO LIGERAMENTE SOBRECONSOLIDADO

El asiento de la capa finita será:

$$s = C'_s \int_0^H \log \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{00} + \gamma_e z} dz + C'_c \int_0^H \log \frac{\sigma'_{f0} + (\gamma_e - b)z}{\sigma'_p} dz \quad (\text{Ap.2.1})$$

$$s = C'_s \left(H \log \sigma'_p - H \log \frac{\sigma'_{01}}{e} - \frac{\sigma'_{00}}{\gamma_e} \log \frac{\sigma'_{01}}{\sigma'_{00}} \right)$$

$$+ C'_c \left(H \log \frac{\sigma'_{f1}}{e} + \frac{H\sigma'_{f0}}{\sigma'_{f1} - \sigma'_{f0}} \log \frac{\sigma'_{f1}}{\sigma'_{f0}} - H \log \sigma'_p \right)$$

$$s = C'_s \left(H \log \frac{e\sigma'_p}{\sigma'_{01}} - \frac{\sigma'_{00}}{\gamma_e} \log \frac{\sigma'_{01}}{\sigma'_{00}} \right) + \quad (\text{Ap.2.2})$$

$$+ C'_c \left(H \log \frac{\sigma'_{f1}}{e\sigma'_p} + \frac{H\sigma'_{f0}}{\sigma'_{f1} - \sigma'_{f0}} \log \frac{\sigma'_{f1}}{\sigma'_{f0}} \right)$$

6.3. SUELO LIGERAMENTE SOBRECONSOLIDADO CON RAZÓN DE SOBRECONSOLIDACIÓN CONSTANTE

En este caso se supone que la razón de sobreconsolidación (OCR) es constante:

$$OCR = \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{00} + \gamma_e z}$$

Sustituyendo en la ecuación Ap. (2.1):

$$s = C'_s \int_0^H \log(OCR) dz + C'_c \int_0^H \log \frac{\sigma'_{f0} + (\gamma_e - b)z}{OCR(\sigma'_{00} + \gamma_e z)} dz \quad (\text{Ap.3.1})$$

$$s = C'_s H \log(OCR) +$$

$$+ C'_c \left[H \log \frac{\sigma'_{f1}}{e} + \frac{H\sigma'_{f0}}{\sigma'_{f1} - \sigma'_{f0}} \log \frac{\sigma'_{f1}}{\sigma'_{f0}} - H \log(OCR) - H \log \frac{\sigma'_{01}}{e} - \frac{\sigma'_{00}}{\gamma_e} \log \frac{\sigma'_{01}}{\sigma'_{00}} \right]$$

$$s = C'_s H \log(OCR) + \quad (\text{Ap.3.2})$$

$$+ C'_c \left[H \log \frac{\sigma'_{f1}}{\sigma'_{01} OCR} + \frac{H\sigma'_{f0}}{\sigma'_{f1} - \sigma'_{f0}} \log \frac{\sigma'_{f1}}{\sigma'_{f0}} - \frac{\sigma'_{00}}{\gamma_e} \log \frac{\sigma'_{01}}{\sigma'_{00}} \right]$$

6.4. TENSIÓN VERTICAL PRODUCIDA POR UN TERRAPLÉN (FIG. AP. 4.1)

Se calcula como la suma de las tensiones producidas por las dos banquetas separadas por el eje 0-0' (v. Jiménez Salas et al., 1981).

Para la banqueta de la derecha:

$$\sigma_z = \frac{p}{\pi} \left[\beta + \frac{x}{a} + \frac{z(b-x)}{z^2 + (b-x)^2} \right] \quad (\text{Ap.4.1})$$

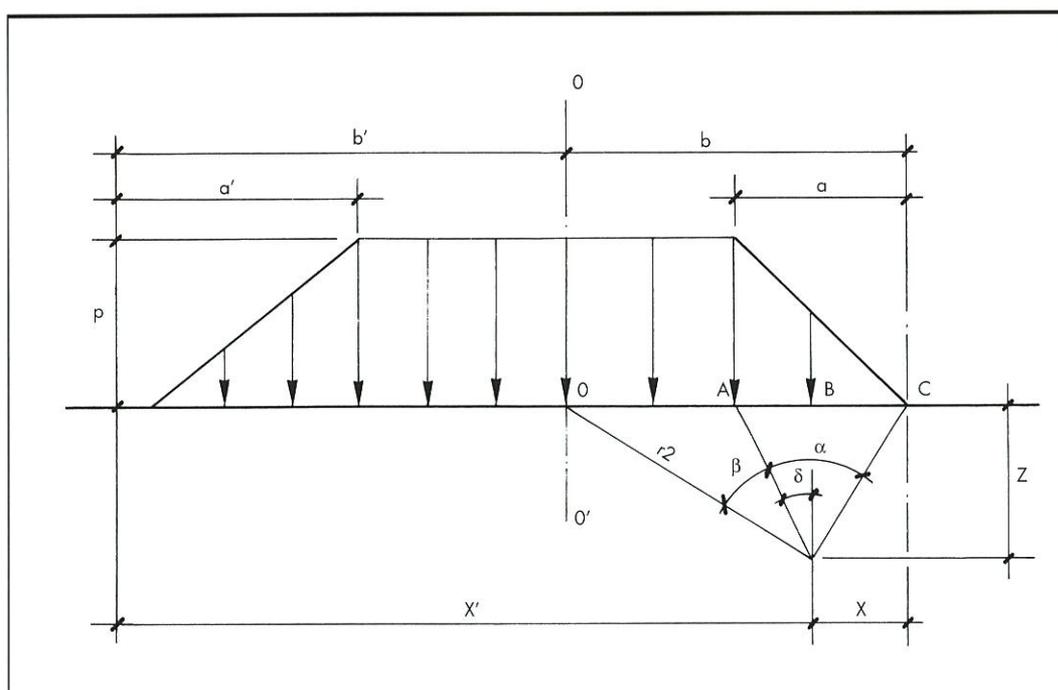


FIGURA AP. 4.1. Tensiones producidas por una carga trapezoidal.

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{z(b-a)}{z^2 + (b-x)(a-x)} \quad (\text{Ap.4.2})$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{az}{z^2 + x(x-a)} \quad (\text{Ap.4.3})$$

Para la banqueta de la izquierda se utilizan las mismas ecuaciones, pero sustituyendo x, b y a por x', b' y a' .

6.5. PROGRAMAS PARA EL CÁLCULO DE INCREMENTOS DE TENSIÓN Y ASIENTOS (CALCULADORA XP 48SX)

Cálculo de incrementos de presión

Se introducen en memoria

A = a B = b P = p Z = z X = x
 AP = a' BP = b' XP = x'

«RAD	X *	+
B	Z	P *
A -	x ² +	π
Z *	÷	→NUM
B	ATAN	÷
X -	DUP	'DS1'
A	IF	STO
X -	0 <	'INCS STO
*	THEN	
Z	π	
x ²	→NUM	«INCS
+	+	DS1
÷	END	'DS' STO
ATAN	X *	A 'AD' STO
DUP	A ÷	B 'BD' STO
IF	+	X 'XD' STO
0 <	B	BP 'B' STO
THEN		AP 'A' STO
π	X -	XP 'X' STO
→NUM	Z *	INCS
+	B	DS1
END	X -	'DS' STO +
A	x ²	AD 'A' STO
Z *	Z	BD 'B' STO
X	x ² +	DX 'X' STO»
A -	÷	'TENT STO

Programa para una capa de suelo ligeramente sobreconsolidado (48 SX)

z_0 y z_1 profundidades de techo y base

Se meten en memoria:

$S0 = \sigma'_0$ GAMA = γ_e CC = C'_c SP = σ'_p

$z_0 = Z0$ $z_1 = Z1$ CS = C'_s

A, B, P, y X

Se calculan en DATOS: $D = z_1 - z_0$

$S01 = \sigma'_{01} = \sigma'_0 + \gamma_e (z_1 - z_0)$

$SF0 = \sigma'_{f0} = \sigma'_0 + \Delta\sigma'_0$

$SF1 = \sigma'_{f1} = \sigma'_{01} + \Delta\sigma'_1$

«S0	«DATOS	CS *
Z1	1	SF1
Z0 - DUP	e ^x	1
'D' STO	SP	e ^x ÷
GAMA *	*	SP ÷
+	S01 ÷	LOG
'S01' STO	LOG	D *
S0	D *	SF1
Z0	IF	SF0 ÷
'Z' STO	S0	LOG
TENT	0	SF0 *
DS +	>	GAMA ÷
'SF0' STO	THEN	+
S01	S01	CC *
Z1	S0 ÷	+»
'Z' STO	LOG	'LC' STO
TENT	S0 *	
DS +	GAMA ÷	
'SF1' STO"	-	
'DATOS STO	END	

Programa para una capa de suelo normalmente consolidado o fuertemente sobreconsolidado

Se meten los datos anteriores excepto σ'_p . Sólo uno de los valores C'_c (NC) o C'_s (FSC) se introducen en C.

«DATOS	0
SF1	>
S01 ÷	THEN
LOG	S01
D *	S0 ÷
SF1	LOG
SF0 ÷	S0 *
LOG	GAMA ÷
SF0 *	-
GAMA ÷	END
+	C *»
IF	'NCFC STO
S0	

Programa para el cálculo de asientos en un suelo ligeramente sobreconsolidado con razón de sobreconsolidación constante

Se meten en memoria los datos correspondientes a un suelo ligeramente sobreconsolidado, pero en lugar de σ'_p se introduce OCR

«DATOS	SF1
OCR	SF0
LOG	÷
D *	LOG
CS *	* +
SF1	S01
S01 ÷	S0 ÷
OCR ÷	LOG
LOG	S0 *
D *	GAMA ÷
SF0	-
D *	CC *
SF1	+»
SF0 -	'OCRC STO
÷	

z (m)	$\Delta\sigma$ (kPa)						
3	155,5	6	150,3	10	141,0	13	133,7
4	154,2	7	148,0	11	138,5	14	131,3
5	152,3	7,83	146,1	11,64	137,0	15	128,9
5,42	151,5	9	143,4	12	136,1	15,45	127,9

TABLA AP 5.1. Incrementos de presión en función de la profundidad.

6.6. CÁLCULO DE ASIENTOS

En la figura 2:

$$a = 30,5 \text{ m}$$

$$b = 33,5 \text{ m}$$

$$a' = 35,0 \text{ m}$$

$$b' = 38,2 \text{ m}$$

Para el punto M: $x = 33,5 \text{ m}$ $x' = 38,2 \text{ m}$

$$P = (11,695 - 2,83)17,8 + (2,83 - 1,83)(17,8 - 18,0) + (1,83 + 0,17)(17,9 - 18,0)$$

$$P = 157,4 \text{ kPa}$$

Se calcula el asiento del terreno natural desde la cota $-0,17$.

Presión efectiva inicial a este nivel:

$$\sigma'_{00} = (2,83 - 1,84)18 + (1,83 + 0,17)8,2 = 34,4 \text{ kPa}$$

$$\gamma_e = 8,2 \text{ kN/m}^3$$

$$C'_c = 0,126$$

$$C'_s = 0,029$$

$$\sigma'_p = 74 \text{ kPa}$$

Hasta una profundidad de 7,83 m por debajo del terreno natural, el suelo es ligeramente sobreconsolidado. Desde esta profundidad hasta 15,45 m el suelo es normalmente consolidado.

Calculamos $\Delta\sigma$ de metro en metro en la tabla Ap. 5.1.

Asiento de la capa ligeramente sobreconsolidada:

$$z_0 = 3,00 \text{ m} \quad z_1 = 7,83 \text{ m} \quad s_1 = 0,290 \text{ m}$$

Idem suponiendo OCR constante igual a 1,37. $s'_1 = 0,294 \text{ m}$

Asiento de la capa de arcilla normalmente consolidada:

$$z_0 = 7,83 \text{ m} \quad z_1 = 15,45 \text{ m} \quad \sigma'_{00} = 74 \text{ kPa} \quad s_2 = 0,242 \text{ m}$$

Asiento total: $s = s_1 + s_2 = 0,532 \text{ m}$

Calculando con el punto medio de cada capa:

1ª capa

$$z = \frac{3 + 7,83}{2} = 5,42 \text{ m}$$

$$\sigma'_0 = 34,4 + (5,42 - 3)8,2 = 54,2 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_f = \sigma'_0 + \Delta\sigma = 54,2 + 151,5 = 205,7 \text{ kPa}$$

$$s_1 = 4,83 \left(0,029 \log \frac{74}{54,2} + 0,126 \log \frac{205,7}{74} \right) = 0,289 \text{ m}$$

2ª capa:

$$z = \frac{7,83 + 15,45}{2} = 11,64 \text{ m}$$

$$\sigma'_0 = 34,4 + (11,64 - 3)8,2 = 105,2 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_f = \sigma'_0 + \Delta\sigma = 105,2 + 137,0 = 242,2 \text{ kPa}$$

$$s_2 = 7,62 \times 0,126 \log \frac{242,2}{105,2} = 0,348 \text{ m}$$

$$s = s_1 + s_2 = 0,637 \text{ m}$$

7. REFERENCIAS

- TERZAGHI, K., and PECK, R.B. (1955). *Soil Mechanics in Engineering Practice*, Wiley
- SCHMERTMANN, J.H. (1953). *Estimating the true consolidation behaviour of clay from laboratory test results*. Proc. A.S.C.E., 79: Separate 311.
- JIMÉNEZ SALAS, J.A., JUSTO, J.L., y SERRANO, A. (1981). *Geotecnia y Cimientos II*, Rueda, Madrid.