

Técnicas de Visualización Científica para el estudio de discontinuidades en los resultados provenientes de la aplicación de Métodos Libres de Malla y Partículas

HEIKEL YERVILLA HERRERA (*), YAIDEL REYES LÓPEZ (*), ALCIDES VIAMONTES ESQUIVEL (*)
y CARLOS A. RECAREY MORFA (**)

RESUMEN El presente trabajo describe nuevas técnicas de visualización científica relacionadas con la representación de datos escalares discretos. La visualización científica de datos escalares continuos es actualmente muy utilizada. El advenimiento de nuevas formulaciones basadas en partículas o nubes de puntos como: el Método de Elementos Discretos, Métodos Libres de Mallas y de algunos más tradicionales como el Método de Puntos Finitos, Volumen Finito, entre otros, ha permitido obtener un mejor análisis de las estructuras materiales y su comportamiento, específicamente en el área de la ingeniería. Las técnicas presentadas pueden ser consideradas como una modificación a la poco conocida técnica de visualización científica: tiny poligon; las novedades pueden ser apreciadas en las interpretaciones sobre la imagen generada. Pueden ser aplicadas no solo a datos obtenidos a partir de los métodos mencionados anteriormente, sino sobre cualquier método capaz de generar datos escalares discretos que pudieran estar en combinación con datos escalares continuos. En la implementación de las técnicas de visualización científica presentadas en este trabajo se hace uso de los cuaterniones, con el objetivo de formar las figuras que finalmente serán visualizadas. Además se hace uso de uno de los enfoques del problema del vecino más cercano con el objetivo de mejorar la complejidad computacional. Se discute además la repercusión que tienen ambas técnicas a la hora de obtener información a partir de la imagen final.

SCIENTIFIC VISUALIZATION TECHNIQUES TO STUDY DISCONTINUITIES ON RESULTS FROM THE APPLICATION OF MESH-FREE AND PARTICLES METHODS

ABSTRACT *This paper describes new scientific visualization techniques related to the representation of scalar discrete data. The scientific visualization of continuous scalar data is currently widely used. The advent of new formulations based on particles or point clouds as the Discrete Element Method, Free Mesh Methods and some more traditional such as the Finite Point Method, Finite Volume, among others, has made possible a better analysis of structures, material and their behavior, specifically in the area of engineering. The presented techniques can be considered as a modification to the little known scientific visualization technique: tiny polygon; the innovation can be appreciated when interpreting the resulting image. These techniques can be applied not only to data obtained from the methods above mentioned, but to results from any method capable of generating scalar discrete data that could be mixed with continuous scalar data. In implementing the scientific visualization techniques presented in this paper quaternions are used for generating the figures that will be displayed. Moreover, one of the approaches to the nearest neighbor problem is employed for improving the computational complexity. Also it is discussed the impact of the techniques to obtain information from the final image.*

Palabras clave: Visualización científica, Método de Partículas, Método de Elementos Discretos, Datos escalares discretos, Kd-tree, Cuaternión, Problema del vecino más cercano.

Keywords: Scientific visualization, Particles Methods, Discrete Methods, Discrete data, Kd-tree, Quaternion, Nearest neighbor problem.

(*) Lic. Centro Investigación de Métodos Computacionales y Numéricos en la Ingeniería (CIMCNI, Aula UCLV-CIMNE), Universidad Central de Las Villas (UCLV), Carretera a Camajuaní km 5,5, 54830, Santa Clara, Villa Clara, Cuba.

(*) Dr. Ing. Centro Investigación de Métodos Computacionales y Numéricos en la Ingeniería (CIMCNI, Aula UCLV-CIMNE), Universidad Central de Las Villas (UCLV), Carretera a Camajuaní km 5,5, 54830, Santa Clara, Villa Clara, Cuba.

1. INTRODUCCIÓN

El ser humano obtiene una gran cantidad de información a través de la visión, se estima que un 50% de las neuronas del cerebro humano están dedicadas a la percepción. El sistema visual es un buscador de patrones de extrema fuerza y sutileza, con tan solo observar una imagen durante un corto tiempo el cerebro obtiene información detallada del objeto de estudio. La visualización de información es, hoy, un tema recurrente en innumerables disciplinas tanto en las ciencias sociales como exactas.

El término “**visualización científica**” se refiere al proceso concerniente a la utilización de la computadora con el fin de obtener imágenes a partir de datos. En el caso de la mecánica computacional se refiere a la visualización científica de grandes volúmenes de datos escalares, vectoriales y de otra índole provenientes de los resultados de simulaciones y modelaciones de problemas de la física-matemática. La visualización científica apoyada por ordenadores permite a ingenieros e investigadores obtener representaciones gráficas a partir de estos resultados.

Según [7] el objetivo de la visualización es propiciar un profundo nivel de interpretación de los datos y fomentar nuevas percepciones dentro del proceso de entendimiento dependiendo de la habilidad de visualización del ser humano.

Las técnicas de visualización son el elemento fundamental dentro del proceso de representación de los datos. Técnicas como Interpolación Directa de Colores, Iso-Líneas, Iso-Superficies, Líneas de Fluidos entre otras son muy utilizadas debido a las características propias de los datos.

Por otra parte, a partir de los resultados del cálculo de modelos numéricos convencionales (diferencias finitas, volumen finito, elementos finitos) es posible obtener de forma aproximada el campo de cierta magnitud sobre un sólido, fluido o interacción entre ambos.

En los métodos tradicionales, esta magnitud es continua, o en algunos casos presenta discontinuidades aisladas. Nuevas formulaciones de estos métodos y otros como los métodos basados en partículas o nubes de puntos (Método de Elementos Discretos, Métodos Libres de Mallas) han arrojado relevantes resultados a aquellos problemas que implican grandes cambios geométricos o deformaciones del modelo de análisis, o intentan predecir el comportamiento de medios con un fuerte grado de discontinuidad inherente. Estos permiten reproducir el comportamiento natural discontinuo de ciertas propiedades mecánicas en el medio o estructura. Por ejemplo, los parámetros de movimiento de las partículas aisladas en un gas o el grado de ionización en una macro-molécula con radicales múltiples. Existen fenómenos donde también se aprecian magnitudes con un comportamiento mixto. Estos métodos actualmente son muy utilizados en problemas de ingeniería; en [12, 13, 18, 20, 21, 23] se presentan aplicaciones actualizadas de ello.

Estas nuevas formulaciones han venido a engrosar el mundo de las investigaciones de problemas de la Física-Matemática y el comportamiento de los materiales. Muchas de las propiedades obtenidas a partir de estos métodos pueden ser visualizadas utilizando las técnicas más comunes de visualización científica, pero cuando se tienen que procesar datos del tipo escalares discretos o mixtos es necesario la utilización de nuevas técnicas.

2. ANTECEDENTES Y ESTADO DEL ARTE

La visualización asistida por computadoras es utilizada desde casi el mismo momento en que surge el primer ordenador. El primero en utilizar el término es William Fetter, a comienzos

de la década de 1960, dando lugar al surgimiento de aplicaciones y lenguajes orientados a la creación de imágenes. La visualización de datos científicos es utilizada por primera vez a finales de la década de 1970. A partir de aquí comienzan a surgir nuevas técnicas de visualización orientadas a obtener mejor calidad en las imágenes resultantes. Hoy en día esta es una disciplina con una gran significación en la sociedad moderna.

En [13, 7, 10] se describen la mayoría de las técnicas y algoritmos relacionados con la visualización científica. Las técnicas mencionadas en estos libros están orientadas hacia datos escalares continuos ya que son estos los más comunes y utilizados. Al aparecer los datos escalares discretos, como resultado de los nuevos estudios científicos, las técnicas de visualización existentes hasta el momento son incapaces de representarlos correctamente por lo que es necesario crear nuevas para obtener una correcta representación.

Lo que en la mayoría de los casos se hace, cuando se tienen datos escalares discretos, es utilizar pequeños símbolos para representar el punto discontinuo; esta técnica es conocida en la literatura como *tiny polygon*. Esta técnica es poco utilizada y por consiguiente pasa casi desapercibida para la bibliografía existente. La propuesta presentada en este trabajo es una variación o modificación buscando que se puedan obtener una mejor correspondencia entre el comportamiento discreto de la variable y su representación gráfica con el fin de conseguir mejores resultados a la hora de interpretar la imagen final.

3. DESCRIPCIÓN DE LOS ALGORITMOS

La idea desarrollada trata de resolver el problema de la visualización científica de datos escalares discretos que convencionalmente no se encuentra resuelto. Consiste en utilizar figuras para visualizar los puntos que representan la discontinuidad. Por la sencillez que ofrecen los cubos y polígonos regulares a la hora de una representación son las figuras que simbolizan los puntos discretos en el interior y exterior del cuerpo respectivamente, aunque pueden ser utilizadas indistintamente cualquier tipo de figura capaz de simbolizar el punto discreto.

Uno de los algoritmos consiste en representar, con cubos o cualquier figura 3D, las discontinuidades en la misma posición en que se encuentran, aplicándole cierta transparencia al objeto principal. Este procedimiento no presenta una gran complejidad pero al ser combinado con la otra técnica desarrollada puede proporcionar información valiosa para el investigador o ingeniero. El otro algoritmo, un poco más complejo, radica en llevar estas discontinuidades a la superficie del objeto principal representándolas con polígonos regulares.

La representación mediante figuras en el interior del cuerpo, específicamente en la misma posición en que se encuentra el punto discontinuo, resulta sencilla. Es de destacar que el tamaño de la figura puede ser determinante a la hora de interpretar la representación, de acuerdo a determinadas particularidades encontradas en los datos, lo que puede ser solucionado modificando su radio. (Algoritmo 1).

Para colorear la superficie puede ser utilizada cualquier técnica estándar de visualización de datos continuos, interpolación directa de colores o codificación de colores en las caras de la malla, aplicándole cierta transparencia a la superficie para poder ver la imagen y todas las figuras en su interior.

Esta técnica permite un mayor realismo puesto que el especialista o ingeniero observa las discontinuidades en el lugar exacto donde se encuentran. Tiene la desventaja de que en conjuntos de datos con una gran cantidad de discontinuidades no se observe con claridad pues pueden originarse solapamientos entre las figuras, lo cual puede ser mejorado de cierta manera modificando la longitud o tamaño de estas.

Algoritmo 1 Algoritmo para obtener y visualizar escalares discretos utilizando figuras 3D en el interior del cuerpo.

```

Entrada: Lista puntos, valor real radio
For i = 0 to puntos.count - 1 do
    | tipo figura figura = construir-figura(puntos/i/radio);
    | figuras.Add(figura);
end
For i = 0 to figuras.count - 1 do
    | draw(figuras/i/);
end
    
```

El otro algoritmo de visualización de datos escalares discontinuos desarrollado consiste en trasladar las discontinuidades a la superficie del cuerpo. Este método es mucho más costoso que el anterior pero tiene la ventaja de que al representar las discontinuidades en el exterior del cuerpo se tiene una idea de la forma y la posición con respecto a la superficie de cada una de ellas.

La idea reside en dibujar polígonos regulares en las caras del cuerpo principal, específicamente, entre las caras más cercanas al punto discontinuo, se escogen las que quedan completamente de frente con el objetivo de no crear imágenes difusas para el investigador o ingeniero; pues si se representa en todas las caras más cercanas no se tiene idea de la relación punto-superficie que se quiere expresar. Entiéndase cara frontal, o que queda de frente, como aquella que contiene el plano que al proyectar el punto discreto, la proyección esté dentro de la cara.

El algoritmo consiste en buscar, por cada punto que representa una discontinuidad, el vértice de la malla más próximo. Puesto que este algoritmo es bastante costoso se utilizó una estructura de particionado del espacio “kd-tree” para organizar los vértices de la malla. El algoritmo de construcción de esta estructura así como la manera en que se enfrenta la búsqueda a través de ella puede ser encontrado en la sección 4.

Una vez encontradas todas las caras que contienen este vértice, las cuales son las candidatas a contener el polígono que simbolice el punto discontinuo, se buscan las caras frontales, para dibujar definitivamente los polígonos. Para encontrar estas caras se proyecta el punto en cada uno de los planos que representan, luego se busca si los puntos proyectados en cada uno de los planos pertenecen a las caras correspondientes. Estas caras serían las que quedan de frente al punto que representa la discontinuidad.

A continuación se presenta parte del trabajo con vectores utilizados.

La ecuación del plano está dada por:

$$\vec{n} \cdot (x - p_0) = 0 \tag{1}$$

Donde \vec{n} es una normal del plano y p_0 un punto que pertenece al plano.

Entonces el plano esta formado por todos los puntos x que cumplen 1.

Sea p_1 un plano definido según 1, construido a partir de los tres puntos que constituyen cada una de las caras a analizar, donde n es la normal al plano p_1 y v un vector con inicio en el plano p_1 y final en un punto p .

Entonces la proyección p' del punto p en el plano p_1 está dada por:

$$p' = p - r \cdot n \quad \text{donde} \quad r = v \cdot x n \tag{2}$$

Una vez encontradas todas las caras en las cuales se dibujará se generan los polígonos que van a simbolizar las disconti-

Algoritmo 2 Algoritmo para obtener y visualizar escalares discretos utilizando polígonos en el exterior del cuerpo.

```

Entrada: Lista puntos, valor real radio, valor entero n
kdtree hdtree = hdtree(mesh.vertices, 0);
For i = 0 to puntos.count - 1 do
    | punto vertice - mas - cercano =
    | buscar-vecino-más-cercano(hdtree.raiz, puntos/i/);
    | Lista caras = buscar-caras-frente(vertice-mas-cercano, puntos/i/);
    | polígono polígono = construir-polígono(puntos/i/,radio);
    | poligonos. Add(caras, polígono);
end
For i = 0 to poligonos.count - 1 do
    | draw(poligonos/i/);
end
    
```

nuidades en el cuerpo utilizando los cuaterniones (Epígrafe 5). Dada la cantidad de lados, el radio y el centro del polígono se generan todos los vértices exteriores utilizando rotaciones vectoriales; el centro del polígono coincide con la proyección del punto en el plano. Para una completa información con respecto a la técnica ver Algoritmo 2.

La importancia de esta técnica viene dada en la interpretación que el usuario o ingeniero pueda obtener de la imagen resultante. Como los polígonos son solo dibujados en las caras más cercanas que quedan de frente se obtiene una idea de la posición de las discontinuidades con respecto a la superficie del cuerpo.

Uno de los aspectos a tener en cuenta y que ya se han mencionado es la utilización del kd-tree ya que este algoritmo es lento y computacionalmente costoso. (Epígrafe 4)

4. PROBLEMA DEL VECINO MAS CERCANO: EL KD-TREE

El problema que se presenta consiste en buscar el vecino más cercano a un punto en un conjunto de puntos en el espacio euclidiano de dos y tres dimensiones. La búsqueda del vecino más cercano es un problema habitual en una gran variedad de ramas: descubrimiento de conocimiento, clasificación y reconocimiento de patrones, estadística, compresión de datos, inteligencia artificial, entre otras. El *kd-tree* se presenta como una de las estructuras más utilizadas en la búsqueda del vecino o los *k*-vecinos más cercanos [4, 5]. Otras estructuras de datos y algoritmos utilizadas son el *vp-tree* [1], el *hB-tree* [15], *quad-tree* [11], ramas y cotas [9] y más recientemente el *cover-tree* [6, 14].

En [2, 17, 3] se presenta el *kd-tree* como una de las estructuras de particionado del espacio más usadas en la búsqueda del vecino más cercano. Según [16], el *kd-tree* para dimensiones bajas es extremadamente versátil. El árbol *kd* es una estructura de datos de particionado del espacio que organiza los puntos de un espacio euclídeo de *k* dimensiones. Es un caso especial de los árboles *BSP*. La problemática que dio lugar a la decisión de su utilización estuvo dada porque deben hacerse reiteradas búsquedas en una lista de puntos lo cual sería muy costoso. La construcción del árbol estático a partir de *n* puntos es de orden $\Theta n \log n$ y la búsqueda $\Theta \log 2n$.

La idea, detrás de esta estructura de datos, es asociar a cada nodo de un árbol una caja, y que la relación de paternidad desde el punto de vista del árbol, sea de inclusión de las cajas asociadas a los nodos. Esta idea es compartida, en particular, con otra estructura, conocida como *quadtrees/octrees*. La diferencia entre ambas es el número de hijos que tiene cada nodo. En el caso del *kd-tree* son solo dos, mientras que en el

Algoritmo 3 Algoritmo recursivo para la construcción de la estructura de datos kd-tree.

```

Entrada: Lista lista, valor entero profundidad
if lista.Count <>0 then
    valor entero coordenada = profundidad mod 3;
    lista.sort(coordenada);
    tree node nodo = new nodo(lista.mediana );
    nodo.hijo-izquierdo =
        kdtree(lista a la izquierda de la mediana, profundidad + 1);
    nodo.hijo-derecho =
        kdtree(lista a la derecha de la mediana, profundidad + 1);
end
    
```

quadtree/octree son cuatro/ocho respectivamente, dependiendo de la cantidad de dimensiones del espacio. En el kd-tree, los hijos de un nodo representan la división de la caja del nodo padre según un eje el cual se va alternando por niveles de profundidad.

Para conseguir que cualquier prototipo (puntos en nuestro caso) tenga la misma probabilidad de estar a un lado o a otro del hiperplano y por tanto construir un árbol lo más equilibrado posible, se suele elegir el hiperplano de forma que se sitúe en la mediana de los valores de la coordenada discriminante. El árbol se construye de la siguiente forma: se van ordenando los puntos por la coordenada discriminante en cada nivel, se obtiene la mediana, se crea el nodo con la información de la mediana y se pasa a construir los dos hijos a partir de los subconjuntos resultantes de dividir la lista principal por la posición de la mediana y así recurrentemente. (Algoritmo 3).

La búsqueda del vecino más cercano, utilizando árbol kd, es recursiva; se realiza de la siguiente forma: Dada una muestra x se compara la coordenada que es discriminante para ese nodo con el valor de corte v (la mediana por coordenada discriminante) y se procede en una dirección según esa comparación. Si $x[c] + dnn \leq v$ (donde dnn es la distancia al vecino más cercano hasta el momento) el hijo derecho no puede contener al vecino más cercano, de forma similar si $x[c] - dnn \geq v$ el hijo izquierdo tampoco lo puede contener. (Algoritmo 4).

Otro aspecto a mencionar es la utilización de los cuaterniones y su conveniente notación para ser utilizado en rotaciones vectoriales a la hora de formar las figuras que simbolizarán el punto discontinuo en la superficie del cuerpo. (Epígrafe 5).

5. ROTACIONES VECTORIALES: LOS CUATERNIONES

Los cuaterniones, en matemática, son una extensión no conmutativa de los números complejos. No es un término reciente, fueron descritos por primera vez en 1843 por el irlandés William Rowan Hamilton y aplicados a transformaciones geomé-

Algoritmo 4 Búsqueda del vecino más cercano utilizando el kd-tree.

```

Entrada: tree node raiz, punto p
punto vecino = raiz;
valor real dnn = distancia(vecino, p);
if  $x/c/ + dnn \leq v$  then
    vecino = buscar-vecino-más-cercano( hijo-izquierdo, p)
end
if  $x/c/ - dnn \geq v$  then
    vecino = buscar-vecino-más-cercano( hijo-derecho, p)
end
return vecino;
    
```

Algoritmo 5 Algoritmo para la construcción de polígonos a partir de rotaciones vectoriales.

```

Entrada: vector v, valor entero n
quaternion u = Eje-Rotacion(v);
alpha = 360/n;
h = cos(alpha/2) + u * sen(alpha/2);
For i = 0 to n do
    punto p = Rotar-Vector(v,h);
    lista.Add(p);
end
return lista;
    
```

Algoritmo 6 Algoritmo que permite rotar un vector en el espacio utilizando cuaterniones.

```

Entrada: vector v, quaternion h
quaternion h' = Conjugada (h);
quaternion q = new Quaternion (v);
quaternion q' = h * q * h';
return new Vector(q');
    
```

tricas en tres dimensiones. Aunque en determinados trabajos matemáticos teóricos o prácticos son sustituidos por vectores tienen especial importancia en aplicaciones que involucren rotaciones. [12, 8]

En álgebra moderna los cuaterniones están formados por cuatro componentes reales y pueden expresarse como:

$$H = \{a + bi + cj + dk : a, b, c, d \in R\} \quad (3)$$

Los cuaterniones presentan una notación conveniente para representar orientaciones y rotaciones. Característica que les confiere una especial importancia en la computación gráfica, robótica, navegación, satélites, entre otras.

Sea $q = xi + yj + zk$ un punto (o un vector) del espacio, u un vector unitario del mismo espacio y θ un número real. La rotación alrededor del eje con un ángulo θ envía el punto q sobre el punto $q' = x'i + y'j + z'h$ dado por:

$$q' = h \cdot q \cdot \bar{h} \quad \text{donde} \quad h = \cos(\theta/2) + u \cdot \sin(\theta/2) \quad (4)$$

A continuación se muestran los algoritmos para obtener los polígonos regulares, que simbolizarán las discontinuidades en la superficie del cuerpo, utilizando los cuaterniones y las rotaciones vectoriales. El primero es el algoritmo general para construir un polígono por rotación de un vector en el espacio (Algoritmo 5) y el segundo algoritmo está dedicado a rotar un vector en el espacio utilizando cuaterniones (Algoritmo 6).

6. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Las técnicas de visualización científica presentadas para visualizar discontinuidades en el interior del cuerpo forman parte de una herramienta de visualización desarrollada para visualizar propiedades físicas y mecánicas en sólidos y fluidos. Paralelamente se desarrollaron otras orientadas a datos escalares continuos y datos vectoriales. La geometría del cuerpo puede estar definida utilizando Geometría Sólida Constructiva (CSG) o mallas de superficie. A continuación se muestran una serie de imágenes que tipifican ambas técnicas en conjunto y por separado.

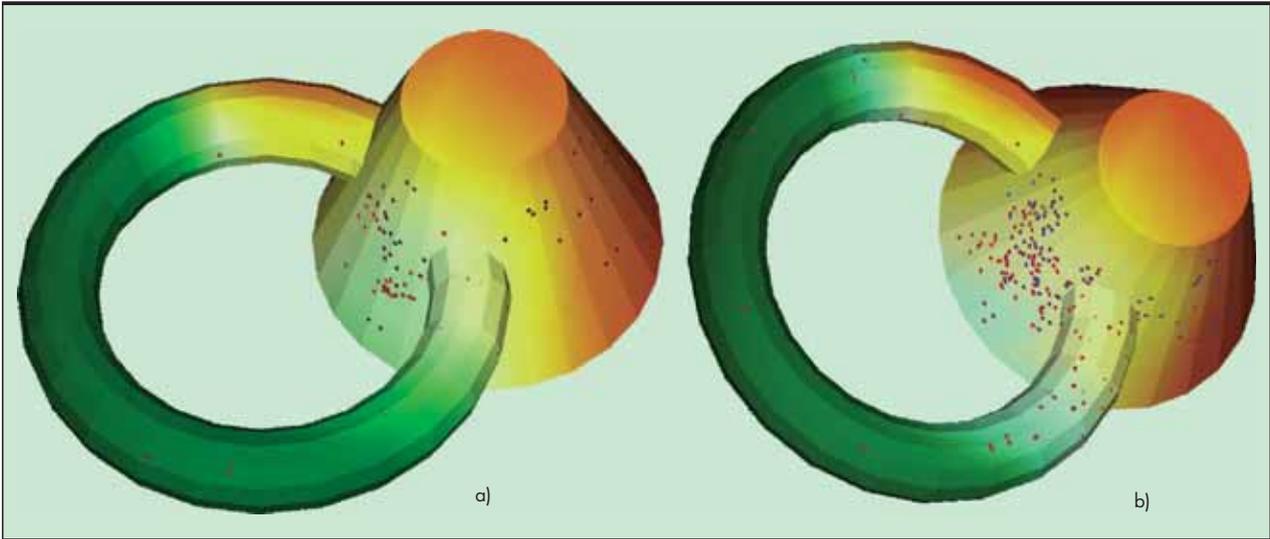


FIGURA 1. Imagen que representa un anillo que contiene en su interior: a) 100 discontinuidades. b) 400 discontinuidades.

En la figura 1 se representa un anillo que contiene datos escalares continuos y discretos. Se combinaron técnicas de visualización científica para ambos tipos de datos: interpolación directa de colores y visualización mediante polígonos en la superficie del objeto. Esta es una muestra simple de una estructura donde se mezclen datos discretos y continuos. La diferente coloración de los polígonos depende de la distancia entre punto discreto que simboliza y la superficie.

La figura 2 es un acercamiento a la misma estructura. Se puede apreciar que la técnica de visualización científica para datos escalares discretos permite utilizar cualquier tipo de polígono regular con el objetivo de buscar una mejor interpretación de los datos.

La figura 3 muestra ambas técnicas de visualización científica: visualización utilizando figuras tanto en el interior como exterior del objeto. A la hora de interpretar las imágenes en la

imagen 3a no es posible conseguir gran cantidad de información pero al combinarla con la representación en el exterior 3b se puede obtener datos acerca de la relación de los puntos discretos y la superficie.

La figura 4 muestra la técnica de visualización científica relacionada con la representación mediante polígono en el exterior del objeto. Los colores de estas figuras dependen de un valor asociado al punto discontinuo (imagen 4a) o de la distancia euclideana entre el punto discreto y la superficie (imagen 4b).

En el caso de la imagen 4a los valores asociados son similares y por ello su color es el mismo y en la imagen 4b se puede apreciar que todos los puntos no están a la misma distancia de la superficie. El color de representación depende de determinadas consideraciones tomadas por el investigador o ingeniero.

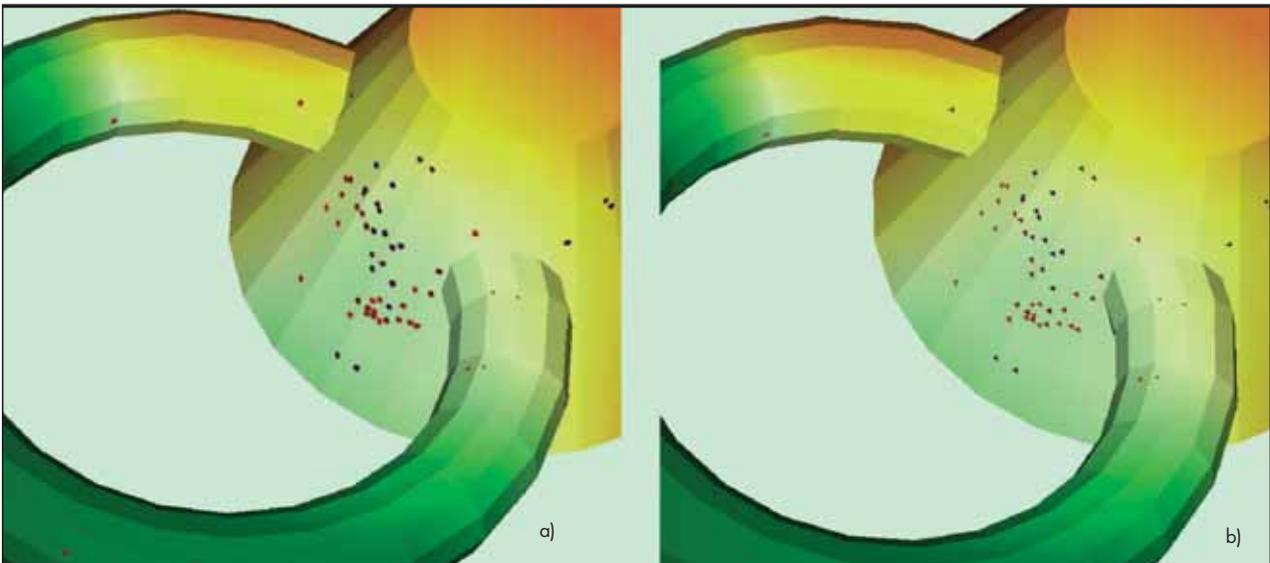


FIGURA 2. Acercamiento a la estructura del anillo. a) imagen generada utilizando pentágonos. b) imagen generada utilizando triángulos.

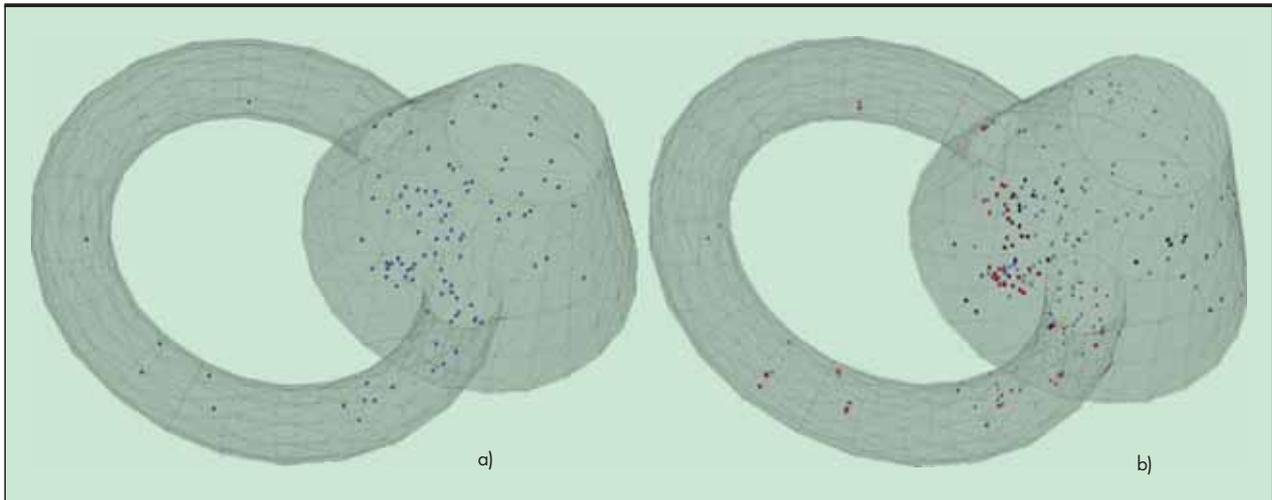


FIGURA 3. Imagen del anillo de forma que se puedan observar las discontinuidades tanto en su interior como en el exterior. a) representación de las discontinuidades utilizando cubos en el interior del cuerpo. b) representación que combina ambas técnicas, visualización utilizando polígonos en el exterior del cuerpo y cubos en el interior.

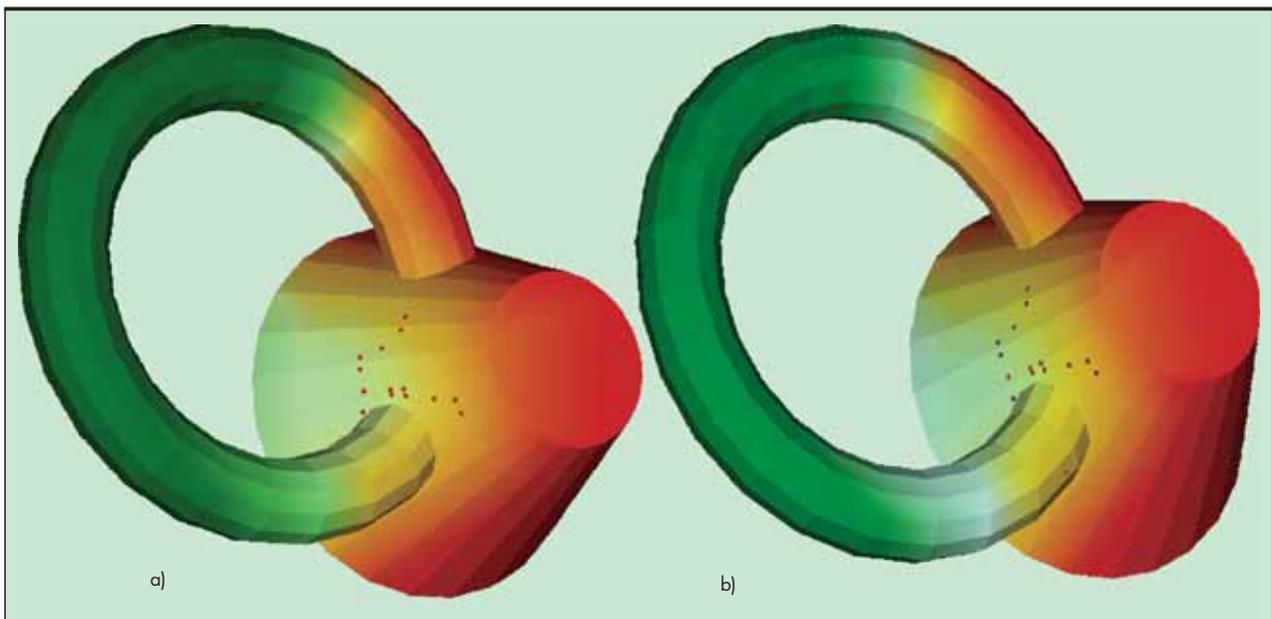


FIGURA 4. Imagen que representa un anillo con trece puntos discontinuos en su interior. a) el color del polígono está dado por un valor relacionado con el punto. b) el color del polígono está dado por la distancia del punto a la superficie.

La figura 5 muestra la combinación de ambas técnicas de visualización para datos escalares discretos utilizando los mismos datos de la 4. Pueden cotejarse las figuras en el interior con las representadas en el exterior y obtener mayor información.

La imagen 6 combina varias técnicas de visualización científica sobre datos escalares continuos y discretos: líneas de contorno, superficies de contorno y las técnicas de visualización para datos escalares discretos desarrolladas en este trabajo. La interpretación depende de determinadas particularidades de los datos y de la propiedad que el investigador o ingeniero quiera representar en cada momento y con cada técnica.

En las representaciones anteriores se pueden apreciar cada una de las ventajas que a la hora de interpretar el mo-

delo se pueden obtener de las técnicas de visualización desarrolladas. Combinando convenientemente cada una de ellas y teniendo en cuenta cada una de las particularidades de los datos se obtienen excelentes resultados.

7. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se desarrollaron dos nuevas técnicas de visualización científica orientada a datos escalares discretos o en combinación con datos escalares continuos que pasan a engrosar el mundo de computación gráfica y la visualización científica. Pueden ser aplicadas en conjunto con las técnicas de visualización para datos escala-

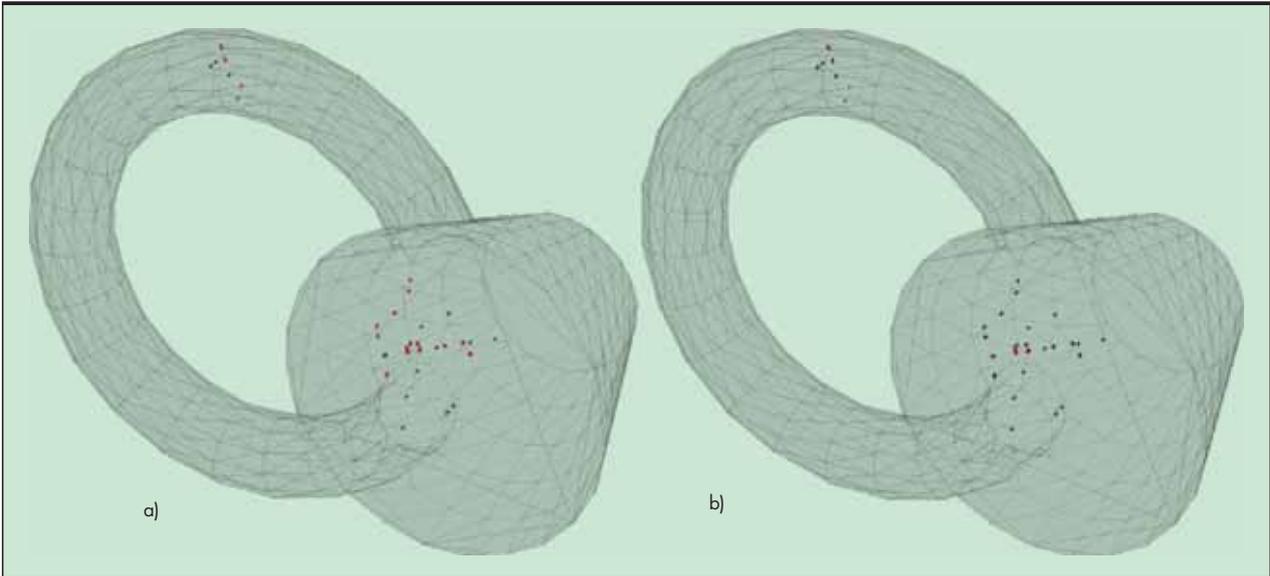


FIGURA 5. Imagen que representa el anillo anterior pero mostrando los puntos tanto en el exterior como en el interior. a) la coloración de los polígonos en el exterior del cuerpo depende de un valor asociado al punto discreto. b) la coloración de los polígonos depende de la distancia del punto discreto a la superficie.

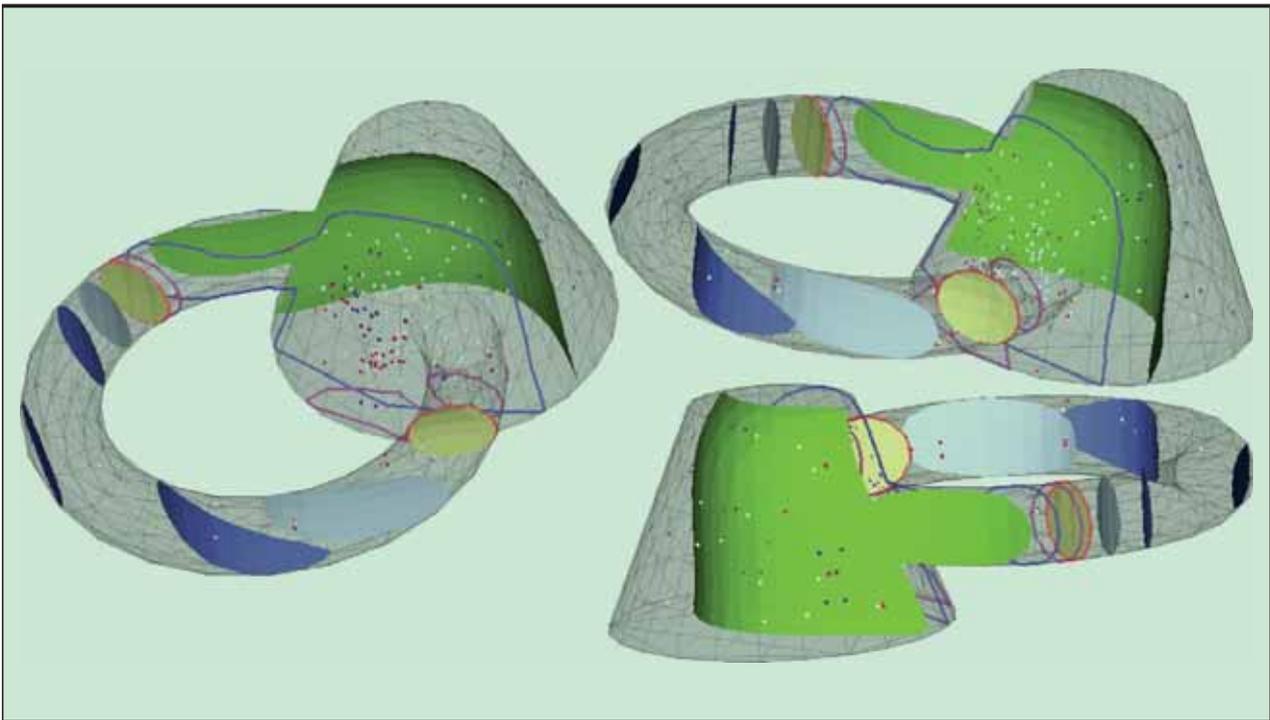


FIGURA 6. Imagen que combina datos escalares continuos y discretos.

res continuos y lograr una mejor interpretación del modelo.

La aplicación de nuevas formulaciones tanto de los métodos tradicionales como de los Métodos de Elementos Discretos y Métodos sin Mallas ha traído consigo mejoras al análisis sobre determinado fenómeno o estructura material y en nuestro caso, en el área de la visualización científica, nuevos

tipos de datos a visualizar. Muchas de estas mejoras están dadas sobre el análisis que puede hacerse sobre la interpretación gráfica del modelo resultante.

El desarrollo de nuevas técnicas de visualización científica permite a ingenieros e investigadores obtener información que puede ser determinante a la hora de tomar decisiones sobre la estructura o fenómeno estudiado.

8. REFERENCIAS

- [1] Data structures and algorithms for nearest neighbor search in general metric spaces (Philadelphia, PA, USA, 1993), Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [2] Arya, S., Mount, D. M., Netanyahu, N. S., Silverman, R., and Wu, A. Y. An optimal algorithm for approximate nearest neighbor searching fixed dimensions. *J. ACM* 45, 6 (1998), 891_923.
- [3] Atramentov, A., and LaValle, S. M. Efficient nearest neighbor searching for motion planning. 632_637.
- [4] Bentley, J. Multidimensional binary search trees in database applications. *IEEE Transactions on Software Engineering* 5, 4 (1979), 333_340.
- [5] Bentley, J. L. Multidimensional binary search trees used for associative searching. *Commun. ACM* 18, 9 (1975), 509_517.
- [6] Beygelzimer, A., Kakade, S., and Langford, J. Cover trees for nearest neighbor. In *ICML '06: Proceedings of the 23rd international conference on Machine learning* (New York, NY, USA, 2006), ACM, pp. 97_104.
- [7] Brodlie, K. W., Carpenter, L., Earnshaw, R. A., Gallop, J. R., Hubbard, R. J., Mumford, A. M., Osland, C. D., and Quarendon, P., Eds. *Scientific visualization: techniques and applications*. Springer-Verlag New York, Inc., New York, NY, USA, 1992.
- [8] Dam, E. B., Koch, M., and Lillholm, M. Quaternions, interpolation and animation.
- [9] Fukunage, K., and Narendra, P. A branch and bound algorithm for computing k-nearest neighbors. *Computers, IEEE Transactions on C-24*, 7 (July 1975), 750_753.
- [10] Gallagher, R. S. *Computer Visualization: Graphics Techniques for Engineering and Scientific Analysis*, 1st edition ed. 0849390508. CRC Press, Inc., 1994.
- [11] Gargantini, I. An effective way to represent quadtrees. *Commun. ACM* 25, 12 (1982), 905_910.
- [12] Gómez, H., Colominas, I., Navarrina, F., and Casteleiro, M. Un Nuevo enfoque para el tratamiento de los términos difusivos de la ecuación de convección difusión en el método de galerkin discontinuo. *Métodos numéricos para cálculo y diseño en la ingeniería* 23 (2007), 343_362.
- [13] Gutiérrez, R., Lugrís, U., Cuadrado, J., and Romera, L. E. Modelización de sistemas multicuerpo flexibles para análisis dinámico con no linealidad geométrica. *Métodos numéricos para cálculo y diseño en la ingeniería* 23 (2007), 159_176.
- [14] Hart, J. C., Francis, G. K., and Kauffman, L. H. Visualizing quaternion rotation. *ACM Trans. Graph.* 13, 3 (1994), 256_276.
- [15] Johnson, C., and Hansen, C. *Visualization Handbook*. Academic Press, Inc., Orlando, FL, USA, 2004.
- [16] Kollar, T. Fast nearest neighbors. Tech. rep., University of Rochester, 2006.
- [17] Lomet, D., and Salzberg, B. The hb-tree: A multiattribute indexing method with good guaranteed performance. *ACM Transactions on Database Systems* 15 (1990), 625_658.
- [18] Manzoli, O. L., and Shing, B. Elementos finitos híbridos con discontinuidades fuertes incorporadas. *Métodos numéricos para cálculo y diseño en la ingeniería* 22 (2006), 393_408.
- [19] Nene, S. A., and Nayar, S. K. A simple algorithm for nearest neighbor search in high dimensions, vol. 19. 1997.
- [20] Pelliccioni, O., Cerrolaza, M., and Herrera, M. Análisis tridimensional de la interacción fluido-estructura en una válvula cardíaca mecánica doble hoja utilizando la ecuación generalizada de iattice boltzmann. *Métodos numéricos para cálculo y diseño en la ingeniería* 22 (2006), 377_392.
- [21] Perazzo, F., Oller, S., Miquel, J., and Oñate, E. Avances en el método de puntos finitos para la mecánica de sólidos. *Métodos numéricos para cálculo y diseño en la ingeniería* 22 (2006), 153_168.
- [22] Sagawa, R., Masuda, T., and Ikeuchi, K. Effective Nearest Neighbor Search for Aligning and Merging Range Images. In *Proceedings of the Third International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling (3DIM 2003)*, October 2003. Banff (Canada), 79_86.
- [23] Simonetti, G., and Cardona, A. Métodos sin malla para resolver la ecuación de conducción del calor. *Métodos numéricos para cálculo y diseño en la ingeniería* 16 (2000), 33_48.