

Modelado analítico simplificado del ensayo normal de erosión de tubo

KHAMLICH A. (*), BEZZAZI M. (**), EL BAKKALI L. (*), JABBOURI A. (**), KISSI B. (*), YAKHLEF F. (*), PARRÓN VERA M. Á. (***) y RUBIO CINTAS M. D. (***) y CASTILLO LÓPEZ O. (***)

RESUMEN El ensayo de erosión de tubo se desarrolló con el fin de estudiar el fenómeno de la erosión producida en las grietas que se hallan en determinadas obras hidráulicas como por ejemplo las presas. La prueba permite describir experimentalmente las características erosivas del suelo mediante un índice llamado *velocidad de erosión* y una *tensión crítica* que caracteriza el inicio del fenómeno.

El objetivo de este trabajo es modelar este ensayo según un enfoque analítico simplificado. La ley de evolución del fenómeno de erosión se obtiene así en función del régimen de drenaje. Esta norma muestra que la erosión originada en el tubo esta controlada por una dinámica de primer grado donde intervienen sólo dos parámetros: el *tiempo característico* del fenómeno *vinculado a la velocidad de erosión* y el *límite máximo a partir del cual se desencadena*.

SIMPLIFIED ANALYTICAL MODELING OF THE NORMAL HOLE EROSION TEST

ABSTRACT *The hole erosion test was developed in order to study erosion phenomenon which occurs in cracks appearing in hydraulic infrastructures such as dams. This test enables describing experimentally the erosive characteristics of soils by means of an index which is called erosion rate and a critical tension which indicates the threshold of surface erosion initiation. The objective of this work is to give modelling of this experiment by means of a simplified analytical approach. The erosion law is derived by taking into account the flow regime. This law shows that the erosion occurring in the tube is controlled by a first order dynamics where only two parameters are involved: the characteristic time linked to the erosion rate and the stress shear threshold for which erosion begins to develop.*

Palabras clave: Erosión interna, Presa, Zorro hidráulico, Ensayo erosión de tubo.

Keywords: Internal erosion, Dams, Piping, Hole erosion test.

1. INTRODUCCIÓN

La erosión interna se inicia por escurrimientos subsuperficiales. Esta agua infiltrada ocasiona la tubificación y el sifonamiento localizado del suelo, formando cavidades, en donde la fuerza de penetración ha superado la resistencia del suelo constituyendo la principal causa de ruptura de las presas [1].

Con el objetivo de caracterizar la resistencia del suelo a estos fenómenos, se realizaron varios protocolos de pruebas experimentales desde 1962. Un ensayo reciente fue introducido en 2004 por Wan y Fell [2]. Consiste en practicar la prueba de erosión en un tubo perforado inicialmente en el seno de la muestra de suelo. La prueba se reveló capaz de caracterizar la resistencia del suelo frente al fenómeno de erosión interna

desencadenado en las grietas o en las cavidades donde se inicia el sifonamiento. Permite acceder a la velocidad de erosión y a una tensión crítica que caracteriza el límite máximo de la velocidad de drenaje a partir del cual el fenómeno se manifiesta. Se introdujo una escala que va de 1 a 6 a fin de caracterizar la resistencia de un suelo otorgado bajo el efecto del desagüe de un fluido en el seno de la grieta. Seok [3] utilizó esta prueba a fin de caracterizar el fenómeno de erosión en función del grado de saturación en suelos arcillosos. Bonelli et al. [4], [5] presentaron una modelización de este ensayo. Estos autores llegan a una expresión aproximada que da la ley de evolución del radio interno del tubo en función del tiempo. Pero no se enunciaron claramente las hipótesis reales relativas a la naturaleza del régimen de drenaje y la expresión del coeficiente de fricción del fluido sobre la pared interna del tubo. En el presente estudio, se propone un modelo racional del ensayo de erosión de tubo donde se consideran los distintos regímenes de evacuación.

La hipótesis inicial supone que el fenómeno es esencialmente unidimensional y que la pared interna del tubo es perfectamente rígido. La salida de la materia que se produce a raíz de la erosión es uniforme sobre toda la longitud del tubo. La velocidad media del desagüe es también uniforme

(*) Universidad Abdelmalek Essaâdi, Facultad de Ciencias de Tetuán Mhannech II, B.P. 2121 Tétouan. Marruecos.

(**) Universidad Abdelmalek Essaâdi, Facultad de Ciencias y Técnicas de Tánger. B.P. 416 – Route de Rabat –Tánger– Marruecos.

(***) Universidad de Cádiz, Escuela Politécnica Superior de Algeciras. Avenida Ramón Puyol s/n 11202 Algeciras, España.

sobre toda la longitud del agujero. La densidad del fluido, la viscosidad cinemática, el coeficiente de pérdida de carga del desagüe sobre la pared interna del tubo son constantes. El gradiente hidráulico seguirá uniforme y constante si se mantiene constante la carga hidráulica que resulta de la diferencia de presión entre la entrada y la salida del tubo. Se demuestra que la ley de evolución del radio interno se obtiene como la solución de una ecuación diferencial ordinaria de primer orden con coeficientes constantes. Dos constantes fenomenológicas caracterizan entonces el fenómeno de erosión interna en el seno del agujero. El tiempo característico de respuesta que se vincula esencialmente con el coeficiente de erosión y con el gradiente de presión impuesto y un parámetro límite máximo que fija las condiciones favorables a la frecuencia del fenómeno de erosión. Este último depende del radio inicial del tubo, de la resistencia del suelo a la erosión y del gradiente de presión que existe en el tubo.

2. DESCRIPCIÓN DEL MONTAJE EXPERIMENTAL UTILIZADO EN EL ENSAYO NORMAL DE EROSIÓN DE TUBO

El ensayo normal de erosión de tubo llamado en inglés *Hole Erosion Test (HET)* consiste en introducir en un molde normal una muestra cilíndrica del suelo que se quiere caracterizar. La longitud del modelo es . Se perfora un agujero de 6 mm de diámetro a lo largo del eje longitudinal de la muestra. Se aplica una carga hidráulica mantenida constante entre las dos extremidades del modelo. Según la naturaleza del suelo que compone la muestra, la altura piezométrica se fija en un nivel que sobrepasa la que se encuentra en la parte inferior de 50 a 1200 mm. La figura 1 presenta el esquema del montaje experimental utilizado en la prueba de erosión de tubo. La figura 2 muestra las caras delantera y trasera del prototipo introducido en el molde de prueba justo antes de su montaje.

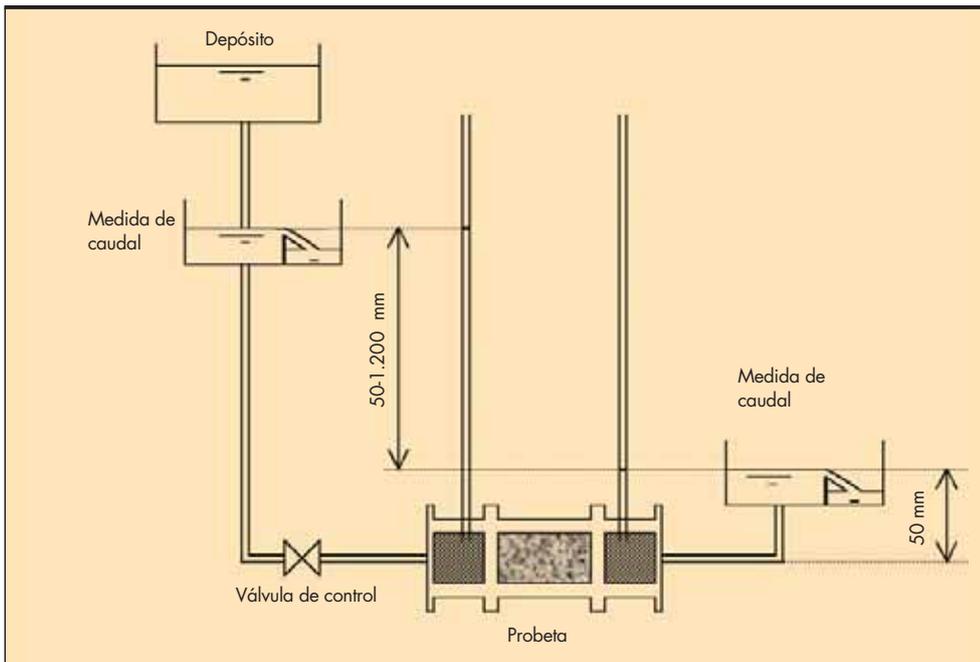


FIGURA 1. Esquema del dispositivo experimental utilizado en el ensayo de erosión de tubo.



FIGURA 2 Caras delantera y trasera de la muestra antes del ensayo.

3. MODELIZACIÓN DEL ENSAYO DE EROSIÓN DE TUBO

El fenómeno de erosión interna ocasionado en el interfaz del tubo de erosión se supone estrictamente unidimensional. Además se admitirá que todos los tamaños son uniformes de modo que solamente la variable temporal interviene en el problema.

La pared interna del tubo se supone perfectamente comprimida de modo que no existe ningún desagüe de fluido que lo cruza. La salida de la materia originada a raíz de la erosión al nivel de la pared del tubo se supone uniforme sobre toda la longitud del tubo. La velocidad media del desagüe se admite también uniforme. Durante el ensayo se mantienen constantes las dos presiones a la entrada y a la salida del tubo y se considera el gradiente hidráulico constante. Se adoptarán como constantes: la densidad del fluido ρ_w , la viscosidad cinemática ν y el coeficiente de pérdida de carga del drenaje sobre la pared interna del tubo f_L .

Las ecuaciones que controlan el problema se obtienen a partir de las ecuaciones de equilibrio, de la expresión de la pérdida de carga hidráulica, de la expresión del coeficiente de fricción de la salida del drenaje sobre la pared del tubo que es función del régimen de evacuación, de la ley de erosión de superficie, de la definición de la velocidad de erosión y la expresión de la capacidad volumétrica del fluido que cruza el tubo.

Especificar que estas hipótesis constituyen aproximaciones al problema real. Se indica en particular la hipótesis implícita que estipula que la salida de las partículas erosivas y su presencia en el seno del desagüe no modifica ni el régimen de salida, ni las propiedades del drenaje: densidad y viscosidad del fluido ni la acción de extracción de las partículas del suelo: coeficiente de erosión y límite máximo de erosión.

3.1. MODELO MATEMÁTICO QUE RIGE EL EQUILIBRIO

La ecuación de equilibrio aplicada a un volumen de control delimitado por las secciones del tubo y por su pared lateral permite escribir:

$$\tau(2\pi RL) = (P_{am} - P_{av})\pi R^2 = \Delta P \pi R^2 \Rightarrow \tau = \Delta P \frac{R}{2L} = \frac{\rho_w g R}{2} i \quad (1)$$

dónde:

- R es el radio del tubo,
- τ la tensión de fricción (cortante) del desagüe sobre la pared interna del tubo,
- P_{am} la presión inicial del tubo,
- P_{av} la presión final del tubo,
- $\Delta P = P_{am} - P_{av}$ el gradiente de presión,
- g la constante de gravedad,
- $i = \frac{\Delta P}{\rho_w g L}$ el gradiente hidráulico.

3.2. ECUACIÓN QUE GOBIERNA LA PÉRDIDA DE CARGA

La pérdida de carga expresada como una fracción de la energía cinética media del desagüe permite introducir el coeficiente de fricción o bien de pérdida de carga según la expresión:

$$\Delta P = \frac{\rho_w v^2 L}{2 D} f_L \quad (2)$$

dónde:

- D = 2R es el diámetro del tubo y
- v la velocidad media del desagüe del fluido en el tubo.

El coeficiente de fricción se determina experimentalmente en función del régimen de evacuación; es función del

número de Reynolds $Re = \frac{\rho_w v D}{\mu}$ donde $\mu = \rho_w \nu$ es la viscosidad

donde es la viscosidad dinámica del fluido.

Así, en régimen laminar, se tiene:

$$f_L = \frac{64}{Re} = \frac{64\mu}{\rho_w v D} \quad (3)$$

y en régimen turbulento

$$f_L = \frac{0.316}{Re^{1/4}} = 0.316 \left(\frac{\mu}{\rho_w v D} \right)^{1/4} \quad (4)$$

3.3. LEY DE EROSIÓN DE SUPERFICIE

La ley de erosión de superficie esta dada por la ecuación siguiente:

$$\dot{\epsilon}_{er} = c_{er}(\tau - \tau_s) \quad (5)$$

dónde:

- $\dot{\epsilon}_{er}$ es la velocidad de erosión en (pérdida de masa por unidad de tiempo y por unidad de superficie),
- c_{er} el coeficiente de erosión de superficie supuesto constante y
- τ_s la tensión límite máxima a partir de la cual una parte de la masa de la pared interna de la muestra del suelo comienza a ir al desagüe.

Se demuestra fácilmente utilizando la conservación de la masa que la velocidad de erosión se escribe:

$$\dot{\epsilon}_{er} = \rho_d \frac{dR}{dt} \quad (6)$$

dónde:

- ρ_d es la densidad seca del material que constituye el suelo.

Se observa finalmente la expresión del caudal que cruza el tubo que es de la forma:

$$Q = \pi R^2 v \quad (7)$$

El caudal tiene que aumentar puesto que la sección del tubo aumenta.

Las ecuaciones (2), (3) y (7) permiten encontrar en el instante "t", una relación explícita entre el caudal y el radio:

Régimen laminar:

$$\Delta P = \frac{8\mu L Q}{\pi R^4} \quad (8)$$

Régimen turbulento:

$$\Delta P = \frac{0.158}{2^{5/4} \pi^{7/4}} \frac{\rho_w^{3/4} \mu^{1/4} L}{R^{19/4}} Q^{7/4} \quad (9)$$

Puesto que la pérdida de carga se mantiene constante, se consigue régimen laminar cuando la ecuación (8) se aplica desde el instante inicial al final:

$$\frac{Q}{Q_0} = \left(\frac{R}{R_0} \right)^4 \quad (10)$$

dónde:

- R_0 es el radio inicial y
- Q_0 el caudal inicial.

En régimen turbulento existe una relación similar cuando la expresión (9) se aplica entre el momento inicial y final:

$$\frac{Q}{Q_0} = \left(\frac{R}{R_0}\right)^{19/7} \quad (11)$$

A partir de las ecuaciones (7) por una parte y (10) o (11) por otra parte se relaciona la velocidad de desagüe al radio final del tubo según las relaciones:

Régimen laminar:

$$\frac{v}{v_0} = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \quad (12)$$

Régimen turbulento:

$$\frac{v}{v_0} = \left(\frac{R}{R_0}\right)^{5/7} \quad (13)$$

Al utilizar las ecuaciones (1), (5) y (6), es posible eliminar y formar la ecuación diferencial ordinaria de primer grado con coeficientes constantes referente solamente al factor R, radio del tubo.

$$\frac{dR}{dt} - \left(\frac{c_{er}\Delta P}{2\rho_d L}\right)R = -c_{er}\tau_s \quad (14)$$

La solución general de la ecuación (14) se escribe:

$$R(t) = \frac{2\rho_d L \tau_s}{\Delta P} + \alpha \exp\left(\frac{c_{er}\Delta P}{2\rho_d L} t\right) \quad (15)$$

dónde α es una constante, que al utilizar la condición inicial su valor es;

$$\alpha = R_0 - \frac{2\rho_d L \tau_s}{\Delta P} \quad (16)$$

De ahí la expresión final de R en el instante t:

$$R(t) = \left(R_0 - \frac{2\rho_d L \tau_s}{\Delta P}\right) \exp\left(\frac{c_{er}\Delta P}{2\rho_d L} t\right) + \frac{2\rho_d L \tau_s}{\Delta P} \quad (17)$$

La expresión otorgada por la ecuación (17) es válida solo si efectivamente la erosión tiene lugar en el tubo. Para eso

es necesario comprobar la relación $\Delta P \geq \frac{2\rho_d L \tau_s}{R_0}$.

Así pues, la cantidad $\frac{2\rho_d L \tau_s}{R_0}$ aparece como una presión

crítica que el gradiente de presión debe sobrepasar si se quiere observar el fenómeno de erosión de superficie en el seno del tubo. Esta presión crítica disminuye con el radio inicial del tubo, y aumenta con la densidad del fluido, la longitud del agujero y la resistencia del suelo a la erosión.

El tiempo característico del fenómeno de erosión descrito por la ecuación (17) es:

$$t_c = \frac{2\rho_d L}{c_{er}\Delta P} \quad (18)$$

Esta expresión muestra que el fenómeno de erosión se acelera cuando se reducen la longitud del agujero o la densidad del material que constituye el esqueleto del suelo o también su resistencia a la erosión, y cuando se aumenta el gradiente de presión.

4. VALIDACIÓN DEL MODELO ANALIZADO

La ecuación (17) coincide perfectamente con la ecuación (10) de la presentada por Bonelli et al, referencia [5]. Permite expresar la evolución del radio del tubo en función del tiempo. La exposición que se desarrolla en este trabajo resulta más lúcida que la demostración presentada por los autores de la referencia [5] que recurrieron a hipótesis menos restrictivas que las presentadas en este análisis, y se introdujeron antes de dar la ecuación (10) otras hipótesis aproximadas que se puede perfectamente eliminar. La diferencia fundamental con el estudio anterior procede que se integra explícitamente el régimen de desagüe en función del número de Reynolds. Parece que los autores de [5] hayan trabajado con un régimen turbulento y llegan pues a la relación, ecuación (11) de [5], que expresa la velocidad en función del radio de la forma:

$$\frac{v}{v_0} = \left(\frac{R}{R_0}\right)^{1/2} \quad (19)$$

Esta relación es diferente al régimen turbulento analizado en el presente artículo y que viene dado por la ecuación (13) dónde el exponente es 5/7 en vez de 1/2.

Por otra lado se demuestra en la ecuación (12), que en régimen laminar este exponente vale 2.

Para validar el modelo, se utilizan algunos de los resultados experimentales obtenidos por Fell et al [2]. Se trata de las pruebas cuya referencias son: BDHET001 y JDHET001.

La tabla 1 resume los valores de los parámetros asociados a las pruebas realizadas por Fell et al [2]. Se notara en particular que en el caso de las dos pruebas seleccionadas el régimen de evacuación es turbulento. La simulación efectuada mediante de las fórmulas (11) y (17) permite obtener las curvas de la figura 3. En esta figura, se indican también los resultados experimentales.

Existe una buena correspondencia entre los resultados de la simulación y los resultados experimentales si se consideran los errores de definición de los parámetros. Se indica que los valores definidos de τ_s que se dan en la referencia [4] son falsos. Los resultados de la simulación de la figura 3 se asocian a los nuevos valores definidos $\tau_s = 7.61 \times 10^{-4}$ para la prueba BDHET001 y $\tau_s = 7.23 \times 10^{-4}$ para la prueba JDHET001.

Prueba	Tipo de suelo	Re	ρ_d (kg/m ³)	v_0 (m/s)	c_{er} (s/m)	t_{er} (s)	Q_{R_0} (m ³ /s)	ΔP (Pa)
BDHET001	Suelo arenoso arcilloso muy plástico	6610	2740	2.2	3.02×10^{-4}	223	6.22×10^{-5}	6237
JDHET001	Arena arcillosa	6769	2680	2.26	5.89×10^{-4}	133	6.39×10^{-5}	6064

TABLA 1. Datos experimentales de algunas pruebas realizadas por Fell [2].

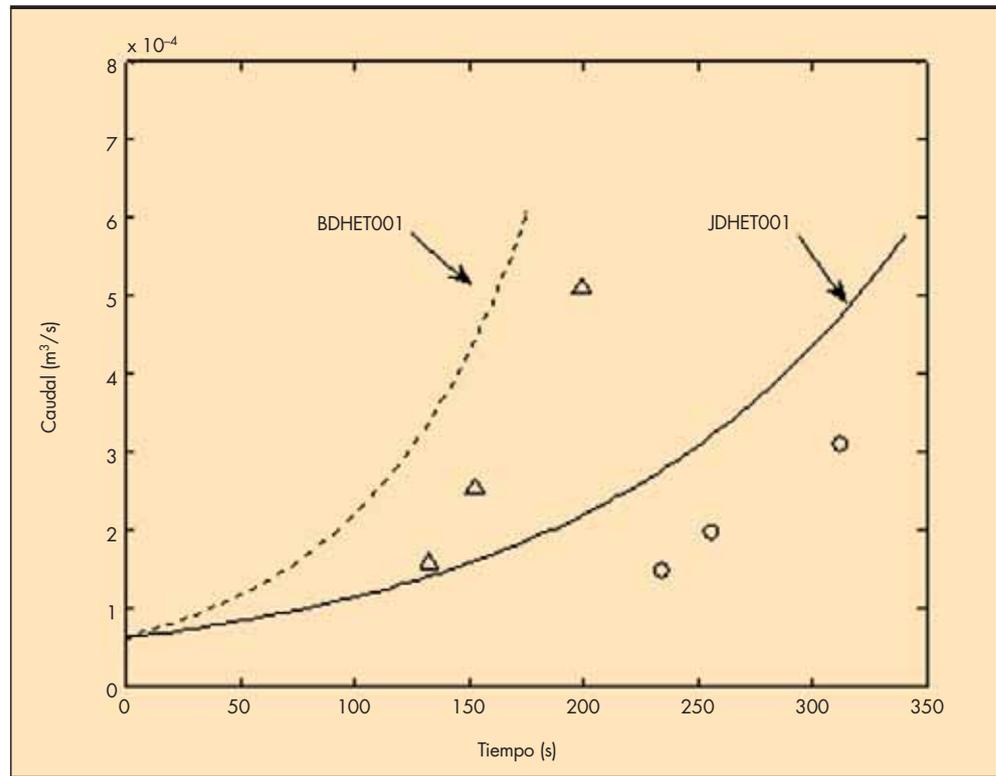


FIGURA 3. Comparación entre simulación y resultados experimentales.
 --- simulación BDHET001,
 — simulación JDHET001,
 Δ Experiencia BDHET001,
 ○ Experiencia JDHET001.

5. CONCLUSIÓN

Se desarrolló un modelo analítico simplificado con el fin de representar el ensayo normal de erosión de tubo. Este modelo permite explicar la fenomenología vinculada al problema de la erosión que se manifiesta al nivel del interfaz suelo desagüe en el tubo. El modelo permite encontrar los resultados previos relativos a la evolución del radio interno del tubo, pero no predice la misma ley de evolución de la velocidad y del caudal.

Esta comunicación ha sido elaborada por el grupo de trabajo A/8816/07 del Programa de Cooperación Interuniversitaria e Investigación Científica convocatoria AECI-MAEC 2007.

6. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Foster MA, Fell R., Spannangle M. The statistics of embankment dam failures and accidents. *Canadian Geotechnical Journal* 37(5), 100-1024. 2000.
- [2] Wan C.F., Fell R. 2004. Investigation of rate of erosion of soils in embankment dams. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE*, 130(4): 373-380.
- [3] Seok San Lim . Experimental investigation of erosion in variably saturated clay soils. PhD thesis. School of Civil and Environmental Engineering, the University of New South Wales. 2006.
- [4] Bonelli S., Brivois O., Borghi R., Benahmed N. 2006. On the modelling of piping erosion. *C.R. Mécanique*, 22: 225-244.
- [5] Bonelli S., Benahmed N., Brivois O. On modelling of the hole erosion test. ICSE, 3rd International Conference on Scour and Erosion, 1-3 November 2006, Amsterdam.