

Comportamiento de secciones pretensadas en flexión en el agotamiento según las normativas ACI 318 y AASHTO

Behavior of Prestressed Sections in Ultimate Strength According to ACI 318 and AASHTO Standards

Juan José Hernández Santana^{1*}

Resumen

El tratamiento del estado límite último a flexión de un elemento pretensado, no se aparta en lo esencial del comportamiento de vigas de hormigón armado. Sin embargo, lo singularizan los elementos siguientes:

A diferencia del hormigón armado, en el que el acero no presenta deformación alguna mientras el elemento no esté sometido a carga (acero pasivo), en elementos pretensados ya el acero presenta una deformación previa (ϵ_{pe}) a causa del estiramiento al que fue sometido inicialmente (acero activo).

Por otra parte, el acero empleado en pretensado presenta una curva tensión-deformación diferente a la de los aceros ordinarios que se utilizan como refuerzo en hormigón armado. El pretensado requiere de aceros de alto límite elástico (ALE) que no presentan un límite de fluencia (escalón de cedencia) evidente y se acompañan, en general, de una menor ductilidad.

En el presente trabajo se desarrolla una valoración de estas características destacando la influencia que ellas tienen en el comportamiento de la sección y sus principales diferencias con elementos de hormigón armado, destacando la relevancia de factores como la aplicación del coeficiente de reducción de la capacidad resistente, los procedimientos para determinar la tensión en la armadura pretensada, las dimensiones en secciones T, la resistencia del hormigón y el aporte del acero ordinario. El estudio se realiza bajo los criterios del Reglamento para Concreto Estructural ACI 318 (ACI 318-19, 2019) y se compara con las disposiciones emitidas por la AASHTO LRFD (AASHTO 2017).

Palabras clave: hormigón armado, hormigón pretensado, estado límite último, diagramas esfuerzo deformación, ductilidad, capacidad resistente a flexión.

Abstract

The treatment of the ultimate bending limit state of a prestressed element does not deviate essentially from the behavior of reinforced concrete beams. However, the following elements distinguish it:

Unlike reinforced concrete, in which the steel does not present any deformation while the element is not subjected to load (passive steel), in prestressed elements the steel already presents a previous deformation (ϵ_{pe}) due to the stretching to which it was initially subjected. (active steel).

On the other hand, the steel used in prestressed concrete presents a different stress-strain curve from that of ordinary steels used in reinforced concrete. Prestressed concrete requires steels with a high elastic limit that do not have an obvious yield point and are generally accompanied by less ductility.

In the present work an assessment of these characteristics has been carried out to highlight the influence they have on the behavior of the section and their main differences with reinforced concrete elements; as well as stressing the relevance of factors such as the application of the coefficient of reduction of the resistant capacity, the procedures to determine the tension in the prestressed reinforcement, the dimensions in T sections, and the resistance of the concrete and the contribution of ordinary steel. This study has been conducted under the criteria of the ACI 318 Structural Concrete Regulation (ACI 318-19, 2019), and is compared with the provisions issued by the AASHTO LRFD (AASHTO 2017).

Keywords: Reinforced concrete, prestressed concrete, ultimate limit state, stress-strain diagrams, ductility, flexural resistant capacity.

1. INTRODUCCIÓN

La experiencia acumulada en el mundo tras largos años calculando piezas de hormigón pretensado permite

recomendar que se diseñe a partir de las bases del *estado límite de servicio*, particularmente el referente a la fisuración. Por tanto, se emplean para tales diseños las cargas y sollicitaciones de servicio, con sus valores nominales, representativos o característicos según las disposiciones emitidas por las normativas correspondientes. Una vez dimensionada la sección y calculado el refuerzo activo bajo tales condiciones, se requiere revisar los *estados límites últimos*. Las bases de cálculo para los *estados límites últimos* procuran la seguridad a través de tres vías fundamentales (NC 207, 2019):

* E-mail: jjhernandez@uclv.edu.cu

¹ Ingeniero civil. Doctor en Ciencias Técnicas y profesor titular. Departamento de Ingeniería Civil. Facultad de Construcciones. Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas. Santa Clara. Cuba.

- Reconocer las cargas o sus efectos sobre la estructura con sus valores de cálculo: $S_u = \sum(\gamma_{si} \cdot S_{ki})$.
- Considerar en los cálculos de la capacidad resistente nominal de la sección S_n , evaluada a partir de la resistencia característica de los materiales: f'_c (para el hormigón a compresión), f_{pu} y f_{py} para el del acero de presfuerzo y f_y del refuerzo ordinario.
- Disminuir la capacidad resistente nominal de la sección mediante el coeficiente reductor ϕ , de manera que se satisfaga la condición: $S_u \leq \phi S_n$.

2. TENSION EN EL ACERO PRETENSADO

En la figura 1 se esquematizan las propiedades de los aceros de alto límite elástico (ALE), que pueden describirse en función de la curva tensión – deformación del acero:

1er tramo: se cumple la ley de Hooke y está limitado por el valor de ε_{po} . Por tanto:

$$f_{ps} = \varepsilon_{ps} E_p$$

El módulo de deformación E_p depende del tipo de acero y varía entre $1,9$ y $2 \cdot 10^5$ MPa. Por tanto, es una propiedad que debe obtener del fabricante junto a la máxima deformación de la etapa elástica ε_{po} .

2do tramo: la curva esfuerzo – deformación tiene un comportamiento no lineal y en él se definen las siguientes propiedades:

f_{pu} Resistencia máxima a tracción o grado del acero.

ε_{pu} Deformación máxima a tracción.

f_{py} Tensión de fluencia. Como es sabido el escalón de fluencia en los aceros ALE no está definido, por lo que su determinación responde a soluciones empíricas adoptadas por las normativas. Los reglamentos norteamericanos (ACI 318-19, 2019) lo obtienen para una deformación de 1 %, como se representa en la figura 1. En España se le llama límite elástico convencional y se obtiene como la deformación remanente a 0,2 % (Calavera, 2008), como también se refleja en la figura 1. La tensión de fluencia desempeña un papel fundamental en la caracterización de los aceros y en su comportamiento en la etapa de agotamiento. En la figura 1 se indica la clasificación de los aceros de alto límite elástico del ACI 318 (ACI 318-19, 2019).

Una interesante interpretación del comportamiento de las tensiones en el acero pretensado realiza Nawy (Nawy, 2010) a través de la figura 2. El esquema representa la ocurrencia de las pérdidas totales antes de la actuación de las cargas, lo que solo es válido desde el punto de vista didáctico. Se aplica f_{pj} en el gato, (siempre menos que $0,94f_{py}$ y $0,8f_{pu}$, según las disposiciones de tensiones máximas del ACI 318 (ACI 318-19, 2019) y al producirse todas las pérdidas el acero reduce su esfuerzo hasta la tensión efectiva f_{pe} . Se destaca en la figura la etapa no fisurada, donde se produce un comportamiento elástico del hormigón y el refuerzo. En esta etapa el incremento del momento resistente se produce, fundamentalmente, por el desplazamiento hacia el borde más comprimido de la fuerza resultante de las tensiones actuantes en la sección y consecuentemente del brazo del par. La tensión en el acero es relativamente pequeña, como se aprecia en el esquema, y por tanto esta se considera en la práctica constante. El cambio de comportamiento se produce para cargas mayores al momento de fisuración M_{cr} , donde comienza la etapa del agotamiento. Nótese que, para el refuerzo no adherido, este proceso se inicia con la aparición de tracciones en la fibra inferior de la sección.

Al fisurarse la sección, $M_n > M_{cr}$, comienza una transferencia paulatina de las tensiones del hormigón al acero y por tanto el incremento de la tracción en la armadura se hace más intenso, como se refleja en la figura 2 por una pendiente mayor en el gráfico. En esta etapa la sección pretensada tiene un comportamiento similar a un elemento de hormigón armado, donde la resistencia crece con el aumento de la fuerza del par, y de la tensión del acero, que tiene un brazo prácticamente constante. Para secciones dúctiles el esfuerzo del acero pretensado supera la tensión de fluencia sin llegar a la máxima, denominándose como f_{ps} .

El comportamiento no lineal del segundo tramo de la curva tensión – deformación en aceros ALE complejiza la obtención de las ecuaciones constitutivas del material. Como se explicó anteriormente, para este tipo de acero no son posibles las simplificaciones empleadas en la definición de las ecuaciones físicas de aceros naturales y por otra parte son diferentes las curvas para torones, alambres y barras en función de las características de la relajación. Por esto las curvas tensión – deformación deben ser ofrecidas

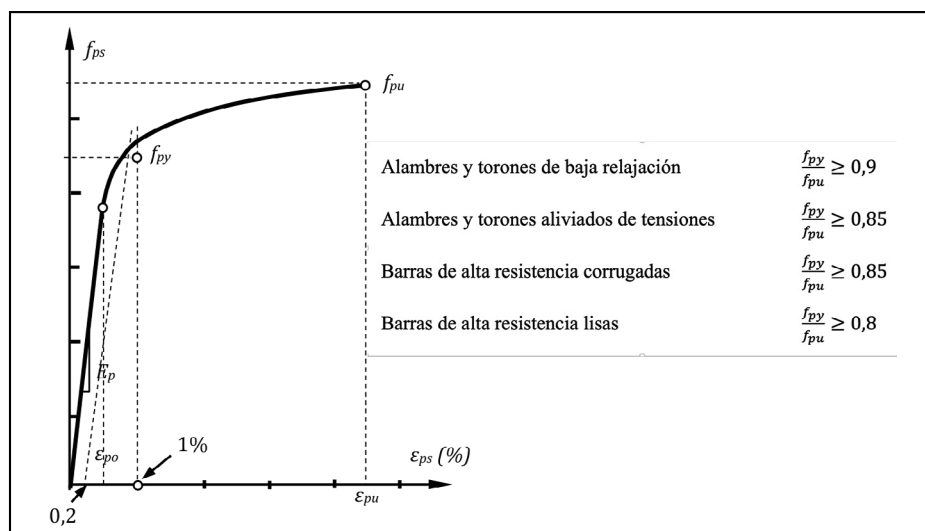


Figura 1. Diagrama tensión – deformación para aceros ALE (ACI 318-19, 2019).

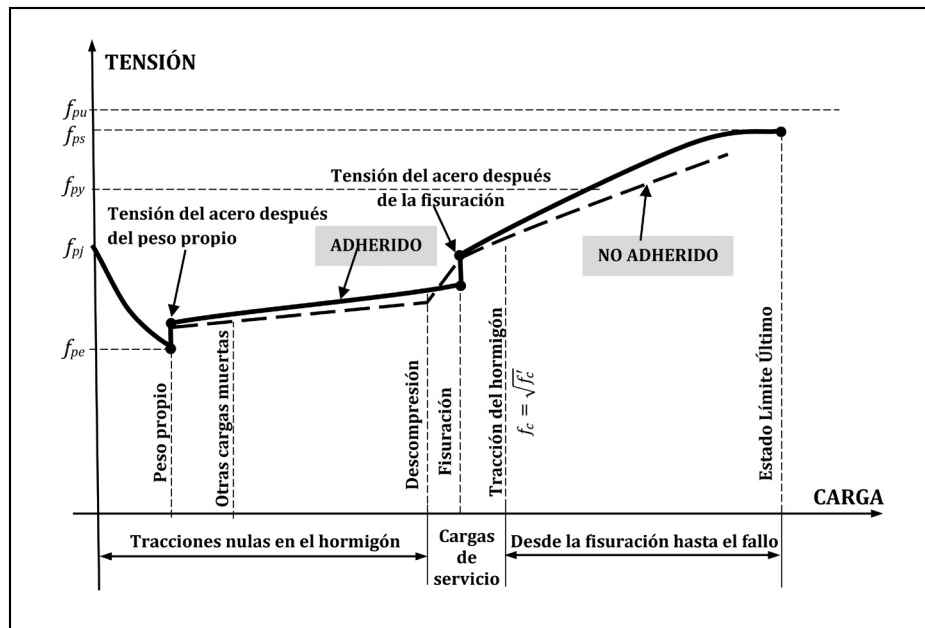


Figura 2. Tensiones en el acero pretensado en función del incremento de la carga.

por cada fabricante, junto con otras propiedades mecánicas esenciales como: la *resistencia y deformación máximas* ($f_{pu}; \epsilon_{pu}$), y también las de fluencia ($f_{py}; \epsilon_{py}$), además del *módulo de deformación longitudinal* del acero E_p . Para torones de 7 alambres, grados 250 y 270 de baja relajación, según la ASTM A 416, que son los más utilizados en elementos pretensados en América, se definen las ecuaciones constitutivas como (PCI, 2004):

- Para el torón, **Grado 270:**

$$(f_{pu} = 1860 \text{ MPa}), \quad E_p = 1,965 \cdot 10^5 \text{ MPa} (28\,500 \text{ ksi})$$

$$f_{ps} = E_p \epsilon_{ps} \quad \text{si} \quad \epsilon_{ps} \leq 0,0086$$

$$f_{ps} = f_{pu} - \frac{0,276}{\epsilon_{ps} - 0,007} (\text{MPa}) \quad \text{si} \quad \epsilon_{ps} > 0,0086$$

- Para el torón, **Grado 250:**

$$(f_{pu} = 1725 \text{ MPa}), \quad E_p = 1,965 \cdot 10^5 \text{ MPa} (28\,500 \text{ ksi})$$

$$f_{ps} = E_p \epsilon_{ps} \quad \text{si} \quad \epsilon_{ps} \leq 0,0076$$

$$f_{ps} = f_{pu} - \frac{0,276}{\epsilon_{ps} - 0,0064} (\text{MPa}) \quad \text{si} \quad \epsilon_{ps} > 0,0076$$

3. ENFOQUE DEL ACI 318 (ACI 318-19, 2019)

Este enfoque se distingue por la utilización de un Método Simplificado para determinar la tensión en la armadura pretensada. La esencia del método es estimar la tensión f_{ps} del acero pretensado en tracción, sin tener que recurrir al laborioso procedimiento de trabajar con las ecuaciones físicas del acero pretensado y las ecuaciones de compatibilidad. Se ha comprobado que en vigas con elevados porcentajes de refuerzo, se subvalora la capacidad resistente del elemento.

No se trata de un procedimiento general, pues solo puede ser aplicado cuando se cumpla que $f_{pe} \geq 0,50 f_{pu}$ y que todo el refuerzo pretensado sea ubicado en la zona de tracción. El método ofrece las siguientes expresiones simplificadas para el **pretensado adherente**:

$$f_{ps} = \left\{ 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left[\omega_p + \frac{d}{d_p} (\omega - \omega') \right] \right\} f_{pu} \quad [1]$$

Siendo:

- ω_p Cuantía mecánica del acero pretensado en tracción.
- d_p Distancia medida desde la fibra extrema de máxima compresión de la sección de hormigón, hasta el baricentro de la armadura de pretensado, en la zona traccionada.
- d Distancia medida desde la fibra extrema de máxima compresión de la sección de hormigón, hasta el baricentro de la armadura ordinaria traccionada.
- ω Cuantía mecánica de la armadura ordinaria en tracción.
- ω' Cuantía mecánica de la armadura ordinaria en compresión.
- γ_p coeficiente que depende de la relación .

$$\begin{array}{ll} 0,55 & f_{py}/f_{pu} \geq 0,8 \\ 0,40 & f_{py}/f_{pu} \geq 0,85 \\ 0,28 & f_{py}/f_{pu} \geq 0,9 \end{array}$$

En la figura 3 se comparan las soluciones utilizando las ecuaciones físicas y de compatibilidad con la solución simplificada para una sección rectangular sin refuerzo ordinario, $f_c' = 35 \text{ MPa}$ y $f_{pu} = 1860 \text{ MPa}$ de baja relajación.

Se aprecia que las expresiones simplificadas tienen un buen comportamiento, aunque para las cuantías bajas de refuerzo pretensadas es ligeramente conservadora y para secciones con altos porcentajes de refuerzo, el método puede subestimar la resistencia de vigas. En esos casos se sugiere recurrir al método de compatibilidad de las deformaciones y equilibrio de las tensiones, para garantizar evaluaciones más precisas de la resistencia de la sección.

Cuando al calcular f_{ps} , se desee considerar la presencia de refuerzo ordinario situado en la zona comprimida, debe garantizarse que:

$$\left[\omega_p + \frac{d}{d_p} (\omega - \omega') \right] \geq 0,17 \quad d' \leq 0,15 d_p$$

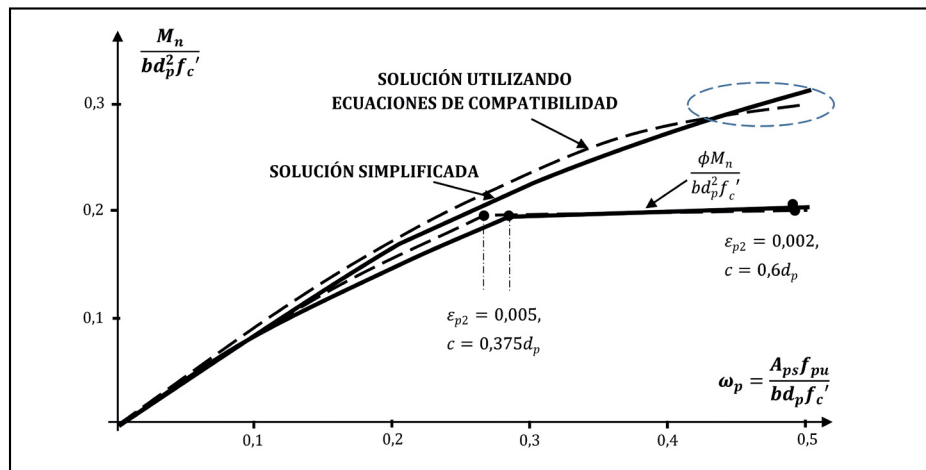


Figura 3. Comparación de métodos para calcular la tensión del acero pretensado.

Fronteras que hacen dudoso que la armadura en compresión alcance su límite elástico, lo que lleva a una evaluación riesgosa de la tensión f_{ps} .

El Método Simplificado para determinar la tensión en la **armadura pretensada NO adherida**.

Para los elementos con cables no adherentes y relación $(l_n/h \leq 35)$:

$$f_{pe} + 70 + \frac{f'_c}{100\rho_p} \quad [2] \quad \text{Se debe cumplir que: } f_{ps} \leq \begin{cases} f_{py} \\ f_{pe} + 420 \text{ MPa} \end{cases}$$

Para los elementos con cables no adherentes y relación $(l_n/h \leq 35)$:

$$f_{pe} + 70 + \frac{f'_c}{300\rho_p} \quad [3] \quad \text{Se debe cumplir que: } f_{ps} \leq \begin{cases} f_{py} \\ f_{pe} + 210 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\text{Donde } \rho_p = \frac{A_{ps}}{bd_p}$$

Las ecuaciones de compatibilidad para secciones de hormigón pretensado para la etapa de agotamiento bajo el reglamento ACI 318 (ACI 318-19, 2019), pueden plantearse, con el apoyo de la figura 4, de la manera siguiente:

$$\frac{\epsilon'_c}{c} = \frac{\epsilon_{p2}}{d_p - c} = \frac{\epsilon'_s}{c - d'} = \frac{\epsilon_s}{d - c} \quad [4] \quad \epsilon_{p2} = 0,003 \left(\frac{d_p - c}{c} \right)$$

Y para el acero pretensado:

$$\epsilon_{p2} = 0,003 \left(\frac{d_p - c}{c} \right) \quad [5] \quad \epsilon_{ps} = \epsilon_{pe} + \epsilon_{p2} = \epsilon_{pe} + 0,003 \left(\frac{d_p - c}{c} \right)$$

Donde ϵ_{pe} es la deformación previa de pretensado, la cual puede calcularse mediante la expresión siguiente:

$$\epsilon_{pe} = \frac{f_{pe}}{E_p} = \frac{P_e}{A_{ps} E_p}$$

Partiendo de un caso general de sección pretensada considerando el aporte del refuerzo ordinario, las ecuaciones de equilibrio para la sección en forma T sometida a flexión, bajo el reglamento ACI 318 (ACI 318-19, 2019), pueden ser deducidas con el auxilio de la figura 4.

$$\Sigma F = 0 \quad C_c + C_s = T_s + T_p$$

$$\Sigma M = 0 \quad M_n = C_c \left(d_p - \frac{a}{2} \right) + C_s (d_p - d') + T_s (d_{ps} - d_s) \text{ respecto al acero } A_{ps}$$

Se considera que el acero ordinario trabaja a su máxima resistencia por lo que el aporte de cada refuerzo es:

$$T_p = A_{ps} f_{ps} \quad T_s = A_s f_y \quad C_s = A_s' f_y$$

El ACI 318 (ACI 318-19, 2019) establece un esfuerzo de compresión uniforme del hormigón igual a $0,85f'_c$ distribuido en una zona a compresión equivalente que queda limitada por el perímetro de la sección transversal del elemento y una línea recta paralela a su eje neutro, a una distancia a medida a partir de la fibra de deformación unitaria de máxima compresión, donde $a = \beta_1 c$, como se indica en la figura 4.

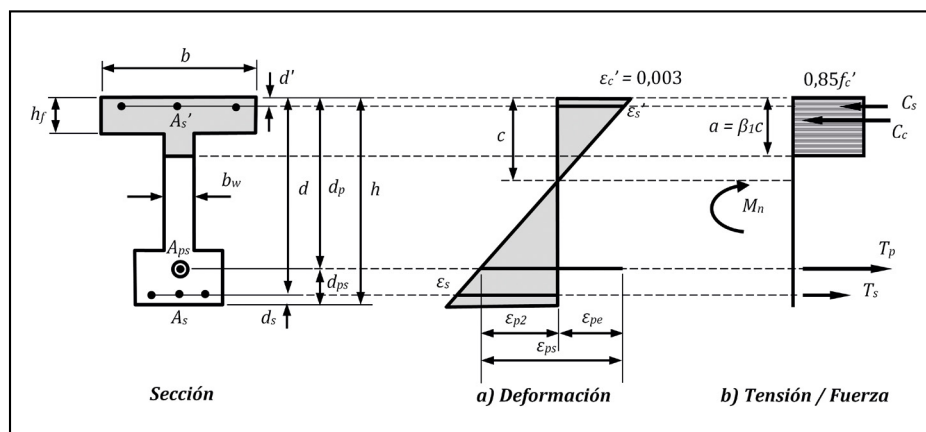


Figura 4. Diagrama de deformaciones, tensiones y fuerzas para una sección de HP.

Cuando la profundidad de la fibra o línea neutra medida a partir de la fibra de máxima compresión de la sección (c) cumple la condición $c \leq \frac{1}{\beta_1} h$, el factor β_1 deberá tomarse como 0,85 para resistencias características del hormigón hasta 28MPa. Para resistencias superiores a este valor, se irá disminuyendo uniformemente a una razón de 0,05 por cada 7MPa de incremento sobre los 28MPa, aunque sin llegar a ser menor que 0,65. En resumen:

$$\beta_1 = 0,85 \quad \text{para} \quad f'_c \leq 28 \text{MPa}$$

$$\beta_1 = 1,05 - \frac{f'_c - 28}{140} \geq 0,65 \quad \text{para} \quad f'_c > 28 \text{MPa}$$

La sección puede trabajar como rectangular ($a \leq h_p$), o como T ($a > h_p$), disyuntiva que debe ser resuelta durante el análisis de este estado límite.

Si la sección tiene comportamiento rectangular ($a \leq h_p$):

$$C_c + C_s = T_s + T_p$$

$$0,85f'_c ab + A_s f_y = A_{ps} f_{ps} + A_s f_y \quad [6] \quad a = \frac{A_{ps} f_{ps} + A_s f_y - A_s' f_y}{0,85f'_c b} \quad [7]$$

Y haciendo momento respecto al acero A_{ps}

$$M_n = C_c \left(d_p - \frac{a}{2} \right) + C_s (d_p - d') + T_s (d_{ps} - d_s)$$

$$M_n = 0,85f'_c ab \left(d_p - \frac{a}{2} \right) + A_s' f_y (d_p - d') + A_s f_y (d_{ps} - d_s) \quad [8]$$

Si la sección tiene comportamiento T ($a > h_p$): el aporte del hormigón se divide entre la acción del ala superior y del alma. $C_{c(alma)} + C_{c(ala)} + C_s = T_s + T_p$

$$0,85f'_c ab_w + 0,85f'_c (b - b_w) h_f + A_s' f_y = A_{ps} f_{ps} + A_s f_y \quad [9]$$

$$a = \frac{A_{ps} f_{ps} + A_s f_y - A_s' f_y - 0,85f'_c (b - b_w) h_f}{0,85f'_c b_w} \quad [10]$$

Y haciendo momento respecto al acero A_{ps}

$$M_n = C_{c(alma)} \left(d_p - \frac{a}{2} \right) + C_{c(ala)} \left(d_p - \frac{h_f}{2} \right) + C_s (d_p - d') + T_s (d_{ps} - d_s)$$

$$M_n = 0,85f'_c ab_w \left(d_p - \frac{a}{2} \right) + 0,85f'_c (b - b_w) h_f \left(d_p - \frac{h_f}{2} \right) + A_s' f_y (d_p - d') + A_s f_y (d_{ps} - d_s) \quad [11]$$

La tensión f_{ps} , que alcanza el acero en el agotamiento, puede ser considerada mediante dos procedimientos diferentes: A partir de la compatibilidad de las deformaciones, procedimiento más riguroso y a la vez laborioso, debido a la discontinuidad que presenta la ley tensión-deformación del acero, o a partir de la formulación simplificada para estimar la tensión f_{ps} .

La solución mediante el *Método de Compatibilidad de las Deformaciones*: plantea las siguientes incertidumbres: relacionada con la forma de trabajo de la sección (Rectangular o en forma T) y relacionada con la ley para evaluar la tensión del acero.

La solución del problema está en desarrollar las ecuaciones que se resumen a continuación:

Relacionadas con la forma de trabajo de la sección:

$$\text{Rectangular} \quad c = \frac{A_{ps} f_{ps}}{0,85f'_c b \beta_1} \quad a = \beta_1 c$$

$$T \quad c = \frac{A_{ps} f_{ps} - 0,85f'_c (b - b_w) h_f}{0,85f'_c b_w \beta_1}$$

Relacionadas con la tensión del acero pretensado:

$$\text{Lineal} \Rightarrow f_{ps} = E_p \varepsilon_{ps} = E_p \left[\varepsilon_{pe} + 0,003 \left(\frac{d_p - c}{c} \right) \right]$$

$$\text{No lineal} \Rightarrow f_{ps} = f_{pu} - \frac{0,276}{\varepsilon_{pe} + 0,003 \left(\frac{d_p - c}{c} \right) - \psi}$$

Si se trata de torones de baja relajación, Grado 270 $\psi = 0,007$ y para el 250 $\psi = 0,0064$.

La comprobación de la seguridad de la sección para el estado límite último que se analiza se fundamenta en la verificación de la condición que corresponde a estos estados: $M_u \leq \phi M_n$

Para la evaluación del factor de reducción de la capacidad portante son válidos los principios que para secciones de hormigón armado sometidas a flexión compuesta y que establecen que (ACI 318-19 2019) (NC 207 2019):

Para secciones en TRACCIÓN CONTROLADA $\phi = 0,90$

Para secciones en COMPRESIÓN CONTROLADA

- Refuerzo transversal en espirales $\phi = 0,75$
- Refuerzo transversal en estribos $\phi = 0,65$

Para secciones en la ZONA DE TRANSICIÓN ϕ es variable entre los valores anteriores.

Esta clasificación depende de la deformación del acero traccionado de la siguiente forma:

Secciones en tracción controlada son aquellas en las que el estado deformacional último asociado al límite de resistencia de la sección, asegura que el acero traccionado $\varepsilon_{p2} \geq 0,005$, medido a nivel del tendón resultante, para un peralte efectivo (canto útil) de valor d_p y como se muestra en la figura 4. Entonces los límites para este estado se plantean como:

$$\varepsilon_{p2} \geq 0,005, \quad \varepsilon_{ps} \geq \varepsilon_{pe} + 0,005 \quad c \leq 0,375 d_p$$

Secciones en compresión controlada son aquellas en las que el estado deformacional último asociado al límite de resistencia de la sección, asegura que el acero traccionado $\varepsilon_{p2} \leq \varepsilon_y$. Pero como para el refuerzo pretensado no tiene sentido la definición de deformación de fluencia el ACI 318 establece que para este tipo de refuerzo se tome este valor como 0,002. Entonces la compresión controlada se presenta cuando:

$$\varepsilon_{p2} \leq 0,002, \quad \varepsilon_{ps} \leq \varepsilon_{pe} + 0,002 \quad c \geq 0,6 d_p$$

Secciones en transición son aquellas en las que el estado deformacional último asociado al límite de resistencia de la sección es tal que el acero traccionado alcanza deformaciones entre los límites establecidos para los estados anteriores, es decir:

$$0,005 < \varepsilon_{p2} < 0,002, \quad \varepsilon_{pe} + 0,005 < \varepsilon_{ps} < \varepsilon_{pe} + 0,002$$

$$0,375 d_p < c < 0,6 d_p$$

En la región de transición el factor de reducción se regirá por una ley lineal que se expone en la figura 5 y se exponen las expresiones en función de la profundidad de la

línea neutra y para diferentes formas del refuerzo transversal:

Para **ESTRIBOS**: $\phi = 0,48 + 83\varepsilon_s$ ó $\phi = 0,231 + \frac{0,249}{c/d_p}$

Para **ESPIRALES**: $\phi = 0,65 + 50\varepsilon_s$ ó $\phi = 0,5 + \frac{0,15}{c/d_p}$

El PCA (PCA, 2013) dedica un análisis especial a la influencia del factor de reducción ϕ en la capacidad resistente de las secciones de hormigón pretensado en flexión compuesta. Esta influencia se destaca en la figura 6, donde puede apreciarse que la curva que refleja el momento nominal de la sección es diferente en su comportamiento a la que se produce en secciones de hormigón armado en la que cuando $\varepsilon_s \leq \varepsilon_y$ la capacidad resistente se mantiene prácticamente constante. En el HP como el acero pretensado no tiene escalón de fluencia el crecimiento de la capacidad portante se produce hasta cuantías altas del refuerzo. Ante esta situación el coeficiente ϕ es determinante. En la figura 6a se ejemplifica esta situación para diferentes resistencias del hormigón y la 6b expone una comparación entre secciones con comportamiento rectangular y T.

En el primer caso se aprecia cómo la frontera en el comportamiento de la resistencia de la sección se produce para $\varepsilon_{p2}=0,005$ y $c=0,375d_p$, a partir de cuando $\phi < 0,9$. Se destaca en estas curvas el rol que desempeña la resistencia del hormigón, con la variación de β_1 .

En la figura 6b se demuestra cómo esta influencia se acrecienta en secciones T. Al comparar las curvas de los momentos nominales entre la sección rectangular y la T, se nota cómo se produce una lógica reducción y sobre todo que la sección T tiene un límite de cuantía máxima a partir del cual el refuerzo deja de estar traccionado. Sin embargo,

cuando se evalúan las curvas de resistencias últimas donde se introduce el factor ϕ , las diferencias son notables, ya que al reducirse el ancho de la sección la profundidad del bloque comprimido del hormigón aumenta rápidamente con el incremento de la cuantía del acero. La frontera de la tracción controlada se alcanza a una cuantía mucho menor y también la de la compresión controlada. Esta es una situación que atender muy cuidadosamente, pues en HP predominan las secciones de forma T y muchas de ellas alcanzan en el agotamiento valores de $a > h_f$.

El Código ACI 318 (ACI 318-19, 2019) en sus últimas ediciones no especifica un límite absoluto para la **cuantía máxima** de los elementos pretensados y deja en manos del proyectista esta importante decisión, cuya trascendencia tiene repercusiones en el funcionamiento de la sección, en la economía y racionalidad de la obra.

Al evaluar el comportamiento de secciones de hormigón pretensado en la zona de transición y controladas por la compresión donde se reduce el factor, el PCA (PCA, 2013) concluye que pese a que en las normativas actuales “no se especifica un límite absoluto para el índice de armadura de los elementos pretensados... siempre será ventajoso diseñar la región controlada por tracción en las secciones críticas, ya que las ventajas que representa ganar mayor resistencia de diseño en la región de transición son escasas o nulas”. A dicha conclusión se arriba al observar las curvas de la figura 6a, que son una réplica en términos de $(\omega_p, \phi M_n / bd_p^2 f'_c)$ a los evaluadas por el PCA para $(\rho_p, \phi M_n / bd_p^2)$. Más contundente es esta recomendación para secciones T, como se observa en la figura 6b. Reafirmando lo anterior se desarrolla un análisis comparativo más amplio que se muestra en la figura 7, en el que se muestra cómo se produce una caída significativa de la

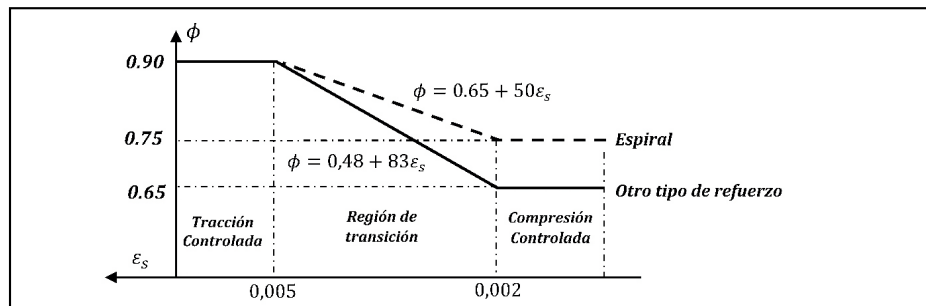


Figura 5. Variación de ϕ para refuerzo pretensado en la zona de transición.

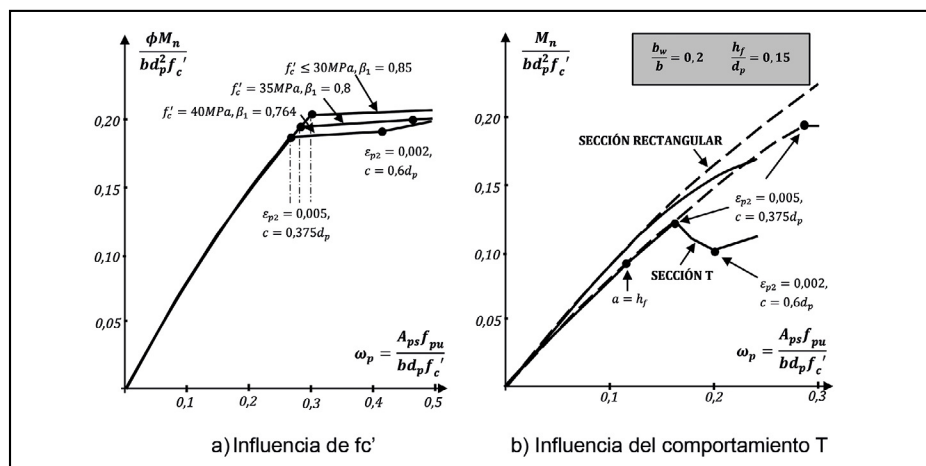


Figura 6. Influencia de ϕ en la capacidad resistente de la sección.

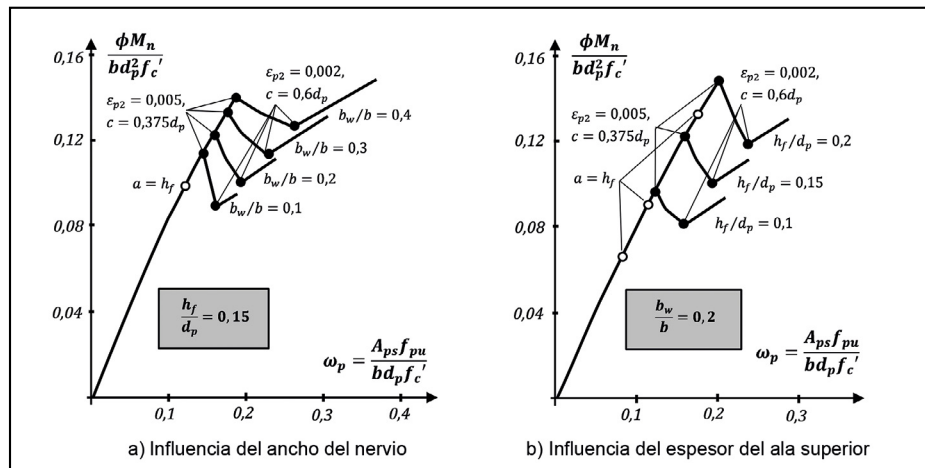


Figura 7. Influencia de ϕ en la capacidad resistente de la sección.

capacidad portante cuando la sección está en la zona de transición o controlada por la compresión.

Para las relaciones más comunes de h_f/d_p en secciones T se aprecia como resulta ventajoso su incremento siempre que la sección esté en tracción controlada. Sin embargo, el papel del ancho del alma se hace más influyente en las secciones en la zona de transición o controladas por compresión pues permite utilizar cuantías más altas.

En resumen, es recomendable alcanzar diseños en los que la sección trabaje en tracción controlada, pues de esta forma no solo se garantiza mayor ductilidad, sino también diseños por lo general más económicos, lo que debe buscarse con secciones pretensadas con grandes alas superiores y grandes excentricidades del tendón resultante.

4. ENFOQUE DE LA AASHTO (AASHTO, 2017) (NAAMAN, 2004)

La AASHTO establece algunas diferencias en los procedimientos para determinar la resistencia nominal a la flexión de secciones pretensadas, diferencias que se concentran en la forma de obtener esfuerzo del refuerzo pretensado y en las ecuaciones de equilibrio para secciones T.

El método para determinar la tensión en refuerzo pretensado en el caso de **tendones adheridos** se puede obtener por la expresión:

$$f_{ps} = f_{pu} \left(1 - k \frac{c}{d_p} \right) \quad [12]$$

Donde el coeficiente k dependerá del tipo de acero pretensado y viene dado por:

$$k = 2 \left(1,04 - \frac{f_{py}}{f_{pu}} \right) \quad [13]$$

Para **tendones NO adheridos** la tensión el refuerzo pretensado se puede obtener por la expresión:

$$f_{ps} = f_{pe} + 6300 \left(\frac{d_p - c}{l_e} \right) \leq f_{py} \quad [14]$$

Donde l_e es la longitud efectiva del tendón, que se calcula por:

$$l_e = \frac{2l_i}{2 + N_s}$$

Siendo:

l_i longitud de tendón entre anclajes

N_s número de articulaciones de apoyo cruzadas por el tendón entre anclajes o entre puntos de adherencia discretos: Para luces simples: 0, para el final de luces continuas: 1 y para el interior de luces continuas: 2

Para secciones rectangulares y tendones adherentes de la ecuación de fuerzas se obtiene la posición de la línea neutra por:

$$C_c + C_s = T_s + T_p \quad 0,85f'_c\beta_1cb + A_s'f_y = A_{ps}f_{ps} + A_sf_y$$

$$0,85f'_c\beta_1cb + A_s'f_y = A_{ps}f_{pu} \left(1 - k \frac{c}{d_p} \right) + A_sf_y \quad [15]$$

$$c = \frac{A_{ps}f_{pu} + A_sf_y - A_s'f_y}{0,85f'_c\beta_1b + A_{ps}f_{pu} \frac{k}{d_p}} \quad [16]$$

En el caso de secciones con comportamiento T la AASHTO (AASHTO, 2004) desarrolla un minucioso análisis del cálculo de la posición de la fibra o línea neutra reconociendo que el comportamiento T de una sección se presenta cuando $c > h_f$, y no cuando $a > h_f$, como establece al ACI 318. Entonces se plantea que esta contradicción se resuelve si el coeficiente β_1 se aplica a toda el área comprimida y no solo al nervio como se hace en el procedimiento recomendado por el ACI 318 y los resultados obtenidos que este enfoque: “permite una transición suave entre el comportamiento de sección rectangular y de sección T, y calcular adecuadamente la profundidad del eje neutro en el estado último”. En la figura 8 se ofrece una comparación para secciones de hormigón armado que demuestra esta afirmación, donde se aprecia como empleando la opción del ACI 318 se obtienen valores menores de profundidad de la línea neutra. Nótese que, para las curvas con espesor del ala superior más grande en el tramo en que $a \leq h_f$, pero ya $c > h_f$, no aplica el coeficiente al bloque comprimido sobre esta provoca valores erróneos de c . Según la AASHTO (AASHTO, 2004), esta distorsión en el cálculo de la posición de la línea neutra “afecta significativamente los requisitos que se basan en la relación c/d_e , tales como el límite de armadura máxima, la redistribución de momentos y los requisitos de ductilidad”, aunque por otra parte se reconoce que estos cambios en los procedimientos “no afectan significativamente

el valor de la resistencia nominal a la flexión, ya que esta resistencia es controlada fundamentalmente por el acero”. Estas conclusiones condujeron a la eliminación de esta restricción en las ediciones más recientes del reglamento. (AASHTO, 2017).

Para secciones de hormigón pretensado el problema se complica pues la AASHTO propone un procedimiento simplificado diferente para calcular la tensión en el acero pre-esforzado, que depende de la posición de la fibra o línea neutra. Este procedimiento depende del espesor del ala superior, no así el del ACI y ambos resultan conservadores al compararlos con las tensiones obtenidas utilizando el análisis general basado en las condiciones de equilibrio, la compatibilidad de las deformaciones y la relación tensión-deformación del acero de pretensado, como se aprecia en la figura 9.

La expresión del ACI se basa en el cálculo de la cuantía ω_{pu} y esta se calcula considerando que la sección tiene comportamiento rectangular como:

$$\omega_{pu} = \frac{A_{ps}f_{pu}}{bd_p f'_c}$$

Podría pensarse que una solución más cercana a la real en secciones T es utilizar el espesor del nervio para estos cálculos, como propone Nawy (Nawy, 2010), pero esta opción conduce a valores de f_{ps} y de profundidad del bloque comprimido muchos menores que los reales y a resultados incongruentes con el comportamiento estimado.

En la figura 10 se repite para secciones pretensadas la comparación desarrollada en la figura 8 para hormigón

armado. Como los esfuerzos del acero pre-esforzado son diferentes por ambos procedimientos no se manifiesta el mismo paralelismo que en el caso anterior. Nótese que la solución del ACI resulta más cercana a la obtenida por medio de la compatibilidad de las deformaciones.

Las curvas mostradas en la figura 11 reflejan el impacto que tienen los métodos simplificados en la determinación de la capacidad resistente de la sección. Se destaca como los valores obtenidos por el procedimiento del ACI son semejantes a los resultados alcanzados cuando se desarrolla el análisis general basado en las condiciones de equilibrio y compatibilidad de las deformaciones, usando la relación tensión-deformación del acero de pretensado. Cuando se emplea el procedimiento de la AASHTO 2004 se obtienen valores menores, que podrían justificarse pues esta normativa emplea coeficientes reductores de la capacidad portante, , menos conservadores que el ACI 318.

Como resumen, estas comparaciones justifican la decisión de la AASHTO 2017 de utilizar la solución del ACI 318 de no aplicar el factor β_1 sobre el ala superior en secciones con comportamiento T, procedimiento más simple y que ofrece resultados confiables. Sin embargo, debe estudiarse cuidadosamente los casos en que los valores de profundidad de la fibra o línea neutra estén en la cercanía del espesor del ala superior, pues pueden producirse confusiones.

Por otra parte, es oportuno comentar que la valoración de cada método simplificado debe desarrollarse de forma integral, pues cada uno está concebido como respuesta práctica al diseño de secciones pretensadas.

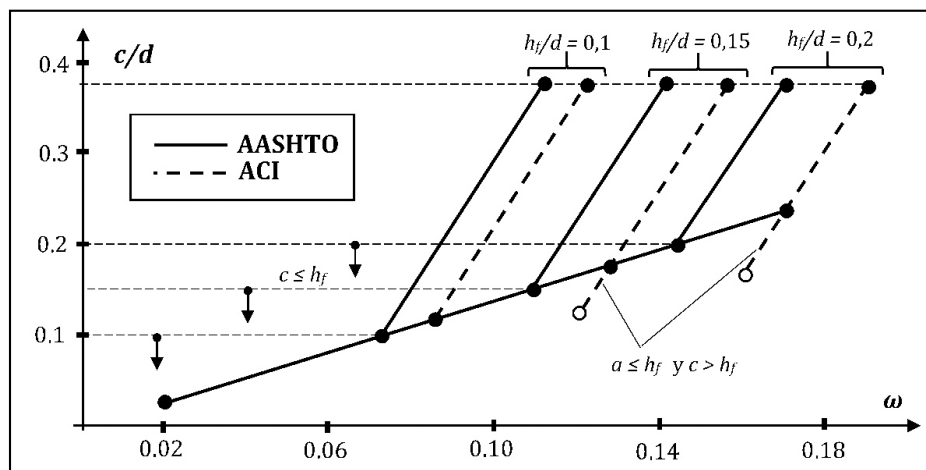


Figura 8. Secciones de hormigón armado a flexión con comportamiento T. (bw/b = 0,2).

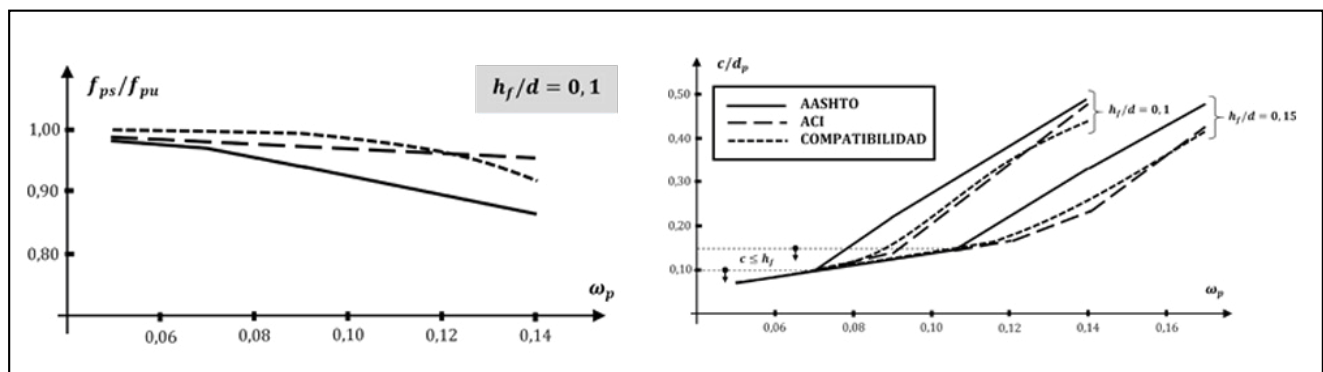


Figura 9. Comparación del esfuerzo del refuerzo pretensado en secciones con comportamiento T. (bw/b = 0,2, Torones GRADO 270 de baja relación y $\varepsilon_{pe} = 0,005$).

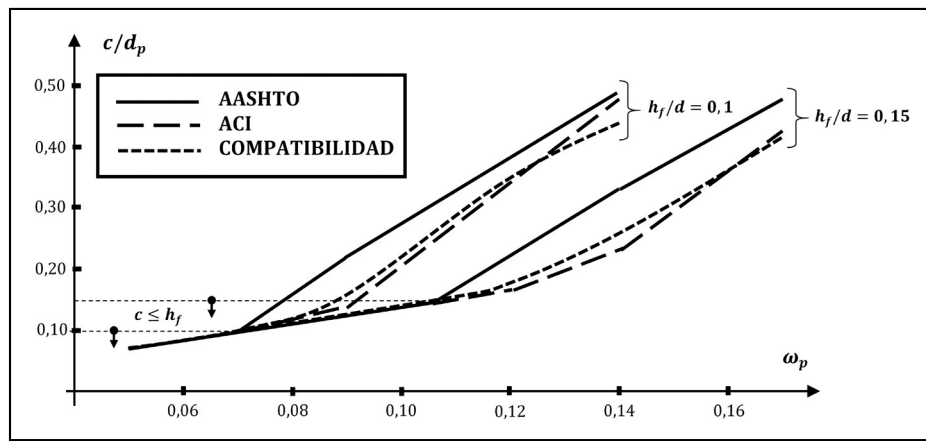


Figura 10. Secciones pretensadas con comportamiento T. Posición de la línea neutra ($b_w/b = 0,2$, Torones GRADO 270 de baja relación y $\epsilon_{pe} = 0,005$).

5. APOORTE DEL REFUERZO ORDINARIO

Es común en secciones de hormigón pretensado diseñadas para que no se fisuren bajo cargas de servicio no tener en cuenta el aporte del refuerzo ordinario, colocado en muchas ocasiones solo con el propósito de contribuir a conformar el esqueleto para el imprescindible refuerzo transversal.

En vigas con pretensado total e incluso parcial la relación entre las áreas de acero pretensado y ordinario favorece a la primera, pero sobre todo la diferencia entre las resistencias máximas de estos que puede llegar a ser de más de 6 veces. Siguiendo el mismo enfoque de los epígrafes anteriores para evaluar la influencia del factor de reducción de la capacidad portante en secciones pretensadas se construyen las curvas de la figura 12. En la comparación se utilizará el concepto de relación de pretensado parcial, PPR , sugerido por la AASHTO (AASHTO, 2004) (Naaman, 2004), siendo:

$$PPR = \frac{A_{ps}f_{pu}}{A_{ps}f_{pu} + A_s f_y}$$

Como se aprecia, el PPR indica que el porcentaje relativo de refuerzo ordinario a tracción participa en la resistencia de la sección, para un PPR de 80 % que puede considerarse con alta presencia de aceros ordinarios y otro de 90 %. Esta

relación se utiliza también para la variación del refuerzo comprimido como un recurso en el experimento.

Bajo estos criterios las cuantías a tracción y compresión de los aceros ordinarios se calculan como:

$$\omega = \frac{1-PPR}{PPR} \omega_p \quad \omega' = \frac{1-PPR}{PPR} \omega_p$$

Cuando solo se utiliza refuerzo traccionado, $\omega' = 0$, la sección es menos dúctil y se alcanza la deformación límite del refuerzo para la tracción controlada a cuantías menores que cuando no se coloca ningún acero natural. Puede observarse como hay un incremento de la capacidad portante de la sección, sobre todo para secciones controladas por la tracción, cuando se pasa a la zona de transición este incremento es menos significativo.

Al colocar refuerzo natural comprimido y no en la zona traccionada, $\omega' = 0$, se provoca una reducción de la profundidad del bloque comprimido y un efecto favorable sobre la ductilidad de la sección. Por tanto, se amplía el margen de secciones en tracción controlada y se produce un incremento sustancial de la capacidad resistente para cuantías superiores al punto de inflexión para la curva con solo refuerzo pretensado, en la figura marcada como ω_{pr} . En los gráficos se destaca la restricción establecida por el ACI 318 de que:

$$\omega_p + \frac{d}{d_p} (\omega - \omega') \geq 0,17$$

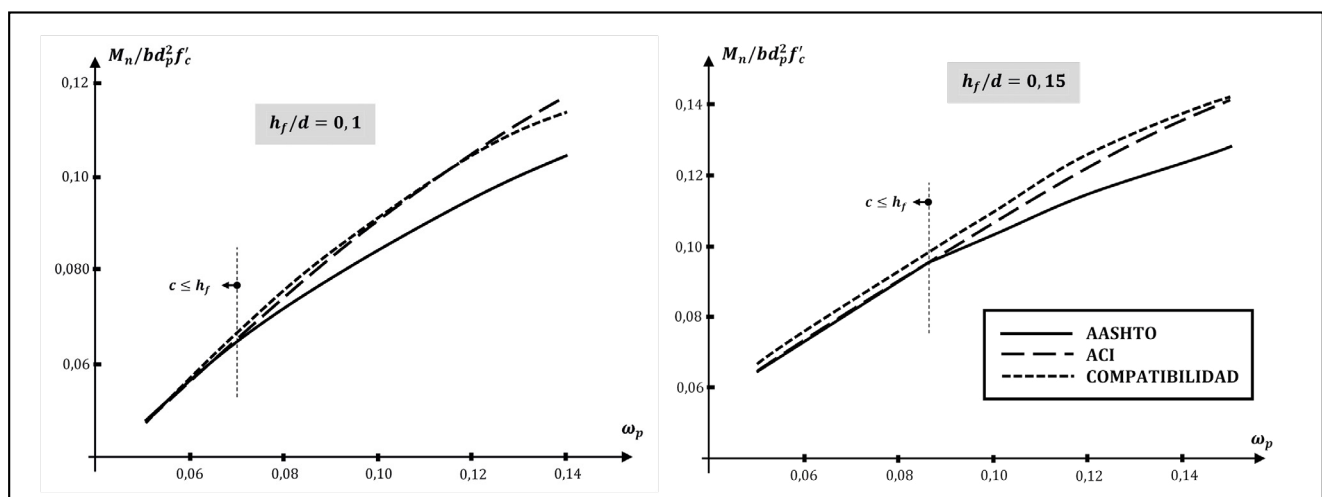


Figura 11. Secciones de hormigón pretensado con comportamiento T. Momento nominal ($b_w/b = 0,2$, Torones GRADO 270 de baja relación y $\epsilon_{pe} = 0,005$).

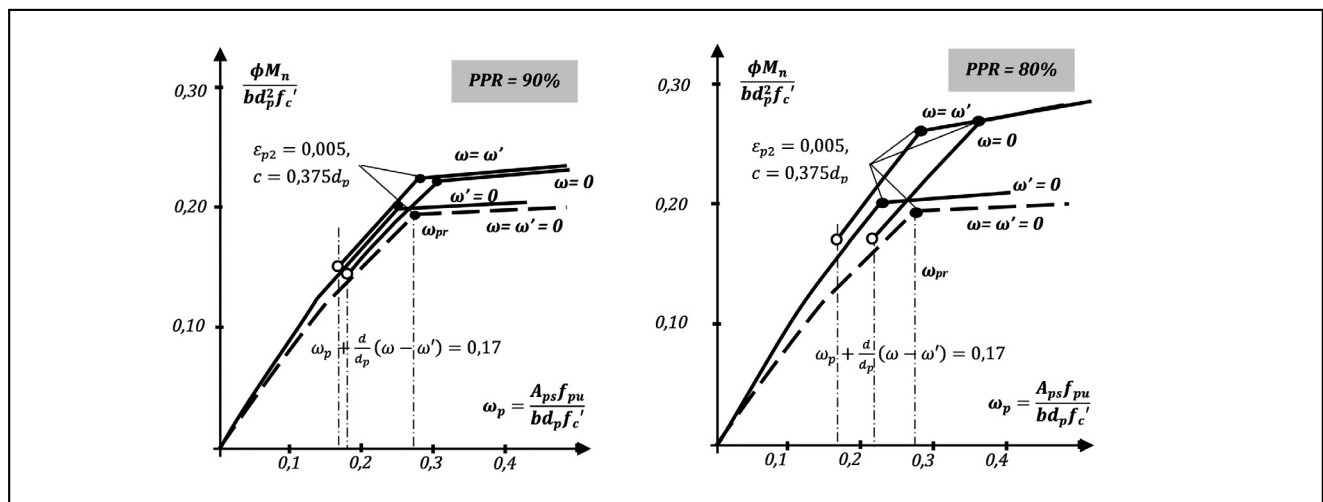


Figura 12. Aporte del acero ordinario. Capacidad resistente de la sección.

Esta restricción está dirigida a prever que el refuerzo comprimido no alcance su límite elástico y entonces se sobrevalore su aporte. Para cuantías menores se tomó éste como nulo, por lo que la resistencia de la sección estará regida por la curva sin refuerzo ordinario, en líneas discontinuas en los gráficos. Como se nota cuando solo se emplea refuerzo ordinario comprimido la restricción no tiene un papel apreciable.

Finalmente se obtienen curvas donde se coloca la misma cantidad de refuerzo ordinario a tracción y compresión, $\omega = \omega'$, solución que resulta la más ventajosa. Aunque no se incrementa la ductilidad si la capacidad portante en todo el recorrido. Observe como se eleva sustancialmente el momento resistente en secciones controladas por tracción, por lo que puede combinarse esta característica con secciones con mayor ductilidad. En este tipo de sección es mucho más significativa la restricción establecida para controlar el aporte del refuerzo comprimido, como puede apreciarse en la figura 12, que ratifica su carácter conservador y reclama otros análisis de más profundidad. Puede estudiarse la recomendación de la AASHTO (AASHTO, 2017) (Naaman, 2004) de calcular la deformación de este acero y trabajar con la tensión actuante.

6. CONCLUSIONES

Los resultados expuestos en el trabajo permiten concluir que:

- El comportamiento de secciones de HP en el agotamiento tiene particularidades que requieren un tratamiento diferenciando respecto al hormigón armado.
- La aplicación de la seguridad y del coeficiente ϕ tiene una especial significación en secciones de HP y aunque no hay restricciones normativas sobre cuantías máximas se recomienda el diseño de secciones controladas por la tracción.
- Las consideraciones de las últimas versiones de la AASHTO sobre la eliminación del empleo del coeficiente β_1 en el ala superior de secciones T en el planteamiento de las ecuaciones de equilibrio, al igual que recomienda el ACI 318, resultan válidas para el caso del pretensado, aunque esta conclusión no va-

lora la repercusión que esta solución tendría en el momento último de la sección.

- El aporte del acero ordinario puede ser significativo en secciones con pretensado parcial tanto en el incremento de la capacidad portante como de la ductilidad de la sección.

7. REFERENCIAS

- American Association of State Highway and Transportation Officials (2004). *Bridge Design Specifications* (3rd ed.). Washington, D.C.: AASHTO LRFD.
- American Association of State Highway and Transportation Officials (2017). *Bridge Design Specifications* (8th ed.). Washington, D.C.: AASHTO LRFD.
- American Concrete Institute (2019). *Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318-19) y Comentario*. Detroit: ACI.
- Calavera, J. (1999). *Proyecto y cálculo de estructuras de hormigón*. Tomos I y II. Madrid: INTEMAC.
- Darwin, D., Dolan, C.W., y Nilson, A.H. (2004). *Design of Concrete Structures* (13th ed.). New York: McGraw-Hill Education.
- Lin, T.Y. (1984). *Diseño de Estructuras de Concreto Preesforzado*. México, D.F.: Editorial Continental, S.A. de C.V.
- Lin, T.Y., y Burns, N.H. (1981). *Design of Prestressed Concrete Structures* (3rd ed.). New York: John Wiley & Sons.
- Naaman, A.E. (2004). *Prestressed Concrete Analysis and Design: Fundamentals* (2nd ed.). Ann Arbor (MI): Techno Press 3000.
- Nawy, E.G. (2010). *Prestressed Concrete: A Fundamental Approach* (5th ed.). Englewood Cliffs (NJ): Prentice Hall.
- Oficina Nacional de Normalización (2019). *Requisitos generales para el diseño y construcción de estructuras de hormigón (NC 207)*. La Habana: NC.
- Park, R., y Paulay, T. (1978). *Estructuras de Concreto Reforzado*. México, D.F.: Limusa.
- Poggio, M.M., Valdés, A.E., y Vázquez, R.J. (1983). *Hormigón Pretensado*. La Habana: Facultad de Ingeniería Civil, ISPJAE.
- Portland Cement Association (2013). *Notes on ACI 318-11 Building Code Requirements for Structural Concrete*. Skokie: PCA.
- Precast/Prestressed Concrete Institute (2004). *Design Handbook. Precast and Prestressed Concrete* (6th ed.). Chicago: PCI.