

Verificación de los estados límite últimos por métodos numéricos en el marco de la segunda generación del Eurocódigo 7

Verification of the Ultimate Limit States Using Numerical Methods in the Framework of the Second Generation of Eurocode 7

Jorge Ibarra Pérez^{1*}

Resumen

Los proyectos geotécnicos han de satisfacer los condicionantes de diseño contando con un resguardo suficiente de seguridad ante el fallo. Existen distintas metodologías para realizar estas comprobaciones, como los métodos analíticos, los métodos empíricos o los métodos numéricos.

Los métodos numéricos están ampliamente difundidos en el ámbito geotécnico para la realización de los cálculos requeridos en las comprobaciones de los estados límite, ya sean los de servicio, que son aquellos que de superarse dan lugar a situaciones que exceden los criterios de diseño de funcionalidad, estética o durabilidad, o los últimos, que son aquellos que de ser superados causan el colapso del elemento analizado. Los valores de no excedencia vienen definidos en las diversas normas geotécnicas, que pueden o no hacer diferenciaciones en función del método de cálculo empleado.

En este sentido, la futura segunda generación del Eurocódigo 7 recogerá reglas específicas para el empleo de métodos numéricos en la verificación del cumplimiento de los requisitos de diseño. Esta incorporación resulta especialmente relevante en la comprobación de los estados límite últimos por sus notables diferencias con los cálculos analíticos clásicos.

Palabras clave: Eurocódigo 7, estados límite últimos, métodos analíticos, métodos numéricos plasticidad asociada.

Abstract

Geotechnical design projects must satisfy the design conditions with sufficient safety against failure. There are different methodologies to perform these checks, such as analytical methods, empirical methods or numerical methods.

Numerical methods are widely used in geotechnics to carry out the calculations required in the verification of the limit states, either the serviceability limit states, which are those that, if exceeded, lead to situations that overcome the design criteria of functionality, aesthetics or durability, or the ultimate limit states, which are those that, if exceeded, cause the collapse of the element under analysis. The non-exceedance values are defined in the various geotechnical standards, which may or may not make differentiations depending on the calculation method used.

In this sense, the future second generation of Eurocode 7 will include specific rules for the use of numerical methods in the assessment of design requirements. This incorporation is particularly relevant in the verification of ultimate limit states because of their notable differences with classical analytical calculations.

Keywords: Eurocode 7, ultimate limit states, analytical methods, numerical methods, associated flow rule.

1. INTRODUCCIÓN

El cálculo numérico presenta ciertas diferencias a destacar respecto del procedimiento tradicional analítico para la verificación de los estados límites últimos en las estructuras geotécnicas. En el cálculo tradicional mediante fórmulas se realizan comprobaciones independientes de una serie de situaciones de rotura tipificadas (deslizamiento, hundimiento, vuelco, etc.), y cada una de ellas puede requerir unos requisitos de seguridad distintos. Este procedimiento presenta como desventaja que el modo de fallo crítico del sistema puede no corresponderse con un modo canónico, por lo que no se estaría contemplando ni, por tanto, comprobando. Por el contrario,

con los métodos numéricos puede obtenerse automáticamente la situación más crítica de fallo, independientemente del problema analizado o del modo de fallo que se presente, que puede o no corresponderse con alguno de los modos de fallo tipificados en el cálculo tradicional que, por su parte, resultan difíciles o sencillamente imposibles de reproducir.

Otra gran diferencia entre ambos métodos reside en cómo se aplican los factores de seguridad, pues, en general, en la resolución numérica únicamente se actúa directamente *a priori* sobre los datos de entrada (las acciones y parámetros resistentes del modelo) o *a posteriori* sobre los resultados del cálculo (los efectos de las acciones), pero no sobre estadios intermedios del cálculo (por ejemplo, los empujes del terreno), algo que sí es habitual en los cálculos analíticos donde se hace de forma directa.

La actual primera generación del Eurocódigo 7 permite el empleo de los métodos numéricos, pero en ella no se

* E-mail: jibarra61@alumno.uned.es

¹ Ingeniero de caminos, canales y puertos.

establecen procedimientos ni se hacen distinciones entre este tipo de cálculos y los métodos analíticos. En la actualidad está en proceso la preparación de su segunda generación, que incluye una cláusula con recomendaciones para realizar las comprobaciones geotécnicas empleando métodos numéricos. Según Lees (2019), de adoptarse en la versión final de la segunda generación del Eurocódigo 7 las especificaciones referentes a los métodos numéricos que aparecen en la versión borrador, entonces se estaría ante la primera normativa de diseño geotécnico general que incorpore reglas específicas para la verificación empleando métodos numéricos.

2. ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS

Un estado límite último geotécnico se corresponde con una situación ficticia que se consigue actuando sobre los parámetros resistentes del terreno [M], sobre las acciones [A] (o los efectos de estas [E]) o sobre las resistencias que se derivan de la oposición a las acciones [R]. Una vez configurado el estado último de esta forma, si se comprueba que es estable implicará que el diseño real verifica el criterio de seguridad requerido por la normativa. Por tanto, un estado límite último geotécnico es un estado extremo ficticio que no se corresponde con un incremento monótono del estado tensional que parta de una situación inicialmente estable hasta que deje de serlo, puesto que es un estado prefijado, estacionario, no un estadio de un proceso.

Con el método clásico basado en la obtención de un factor de seguridad global, sin aplicar factores a los elementos que configuran el sistema analizado, se obtiene el modo de fallo “correcto”, que puede no coincidir con el modo resultado de aplicar estos factores parciales previamente a realizar el cálculo, si bien como indican Simpson y Junaideen (2013) con el método de los factores parciales no se busca obtener el modo de fallo “correcto” sino verificar el sistema frente a fallos en circunstancias extremas.

Un estado límite último podría estar suficientemente alejado del colapso, si bien un diseño optimizado ajustará, en general, sus características al valor mínimo requerido por la normativa, sin holguras. Por ello, habitualmente el diseño acorde a los estados límite últimos se corresponderá con una situación de colapso plástico inminente. Es en estas situaciones cuando los problemas derivados de considerar una ley de fluencia no asociada (ángulo de dilatación menor que el

ángulo de rozamiento interno) pueden prevenir de obtener una única solución, por la localización de la deformación en bandas de corte que es sinónimo de variaciones en el modo de fallo conforme evoluciona el proceso.

Por el contrario, si se considera plasticidad asociada se garantiza la unicidad de la solución, aunque ello implica que en el momento del fallo se está asumiendo que se produce un cambio de volumen extremo con un valor del ángulo de dilatación igual al ángulo de rozamiento y, en realidad, el comportamiento observado de los suelos no responde a esta condición.

3. MÉTODO DE LOS FACTORES PARCIALES

El Eurocódigo 7 es la normativa europea que trata los aspectos geotécnicos que han de satisfacer los proyectos de ingeniería civil y de edificación. Las verificaciones que hay que realizar se basan, como en el resto de Eurocódigos, en el conocido método de los estados límite, que requiere la verificación de los estados límite últimos [ELU] y los estados límite de servicio [ELS].

Existen distintos conjuntos de los factores A, M y R, cuyo significado se recoge en la tabla 1, cada uno con sus coeficientes asociados, que se pueden combinar de distintas formas, dando lugar a los distintos casos de verificación que describen la forma en que se han de aplicar los factores parciales para la verificación de los estados límite. En general, se aplican factores parciales mayores que uno a dos de estos elementos y no se actúa sobre el tercero. Los casos de verificación contemplados en el borrador del nuevo Eurocódigo 0 se muestran en la tabla 2.

Tabla 1. Procedimientos para la aplicación de factores parciales

Tipo	Actúa sobre	Factor a considerar
A (Acciones)	Las acciones de proyecto (o el efecto que producen las acciones).	Aumentar las cargas desfavorables y minorar las favorables por un factor γ_F o γ_E
M (Materiales)	Las propiedades geomecánicas del terreno.	Reducir los parámetros resistentes por un factor γ_M .
R (Resistencias)	La resistencia del terreno.	Reducir las resistencias calculadas por un factor γ_R .

Tabla 2. Factores parciales a aplicar a las acciones o a los efectos de las acciones según el borrador de la segunda generación del Eurocódigo 0 para las situaciones persistentes o transitorias

Acción o efecto				Factores parciales γ_F y γ_E				
Tipo	Grupo	Sím	Efecto resultante	Resistencia estructural	Equilibrio estático y flotación		Diseño geotécnico	
Situación persistente o transitoria								
Caso de verificación				VC1	VC2(a)	VC2(b)	VC3	VC4
Fórmula				(8.4)	(8.4)	(8.4)	(8.4)	(8.5)
Acciones permanentes $[G_k]$	Todas (excepto presión agua)	γ_G	Desfavorable/desestabilizador	1,35·k _F	1,35·k _F	1	1	G _k no se aplican factores
	Agua (nivel freático)	γ_{Gw}		1,2·k _F	1,2·k _F	1	1	
	Todas (excepto presión agua)	$\gamma_{G,stab}$	Estabilizador	No se emplea	1,15	1	No se emplea	
	Agua (olas, corrientes)	$\gamma_{Gw,stab}$		1	1			
Todas	$\gamma_{G,fav}$	Favorable	1	1	1	1		
Acciones variables $[Q_k]$	Todas	γ_Q	Desfavorable	1,5·k _F	1,5·k _F	1,5·k _F	1,3	$\gamma_Q/\gamma_{G,1}$
	Agua	γ_{Qw}		1,35·k _F	1,35·k _F	1,35·k _F	1,15	1
	Todas	$\gamma_{Q,fav}$	Favorable	0	0	0	0	0
Efectos de las acciones [E]		γ_E	Desfavorable	No se aplican factores				1,35·k _F
		$\gamma_{E,fav}$	Favorable					1

4. VERIFICACIÓN DE LOS ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS POR MÉTODOS ANALÍTICOS SEGÚN EL BORRADOR DE LA SEGUNDA GENERACIÓN DEL EUROCÓDIGO

Para la verificación de los estados límite últimos referidos al terreno, el borrador del nuevo Eurocódigo 7 indica que se debe emplear el enfoque MFA (*Material Factor Approach*), que consiste en aplicar factores a las propiedades de los materiales, o el enfoque RFA (*Resistance Factor Approach*), que consiste en aplicar factores a las resistencias calculadas, según sea el tipo de estructura geotécnica de las contempladas en la parte 3.

Las acciones [A] y los efectos de las acciones [E] se agrupan en cuatro casos de verificación, denominados VC1 a VC4, de los cuales VC3 y VC4 se corresponden con el diseño geotécnico, mientras que VC1 responde al diseño estructural (y también al diseño geotécnico en ciertos casos) y VC2 al equilibrio estático y flotación. Los factores parciales para algunos de estos casos de verificación incluyen un factor de consecuencia de fallo k_F que adopta, para edificios, puentes y estructuras geotécnicas relacionadas, los valores 1,1; 1,0; o 0,9 en función de si la clase de consecuencia es CC3 (alta), CC2 (normal) o CC1 (baja), respectivamente (anexo A EN 1990).

Para el caso de verificación VC4, el factor correspondiente a las acciones variables desfavorables se obtiene a partir de la relación entre el factor de las acciones variables desestabilizadoras correspondientes al caso de

verificación VC1 y el factor de las acciones permanentes desestabilizadoras también del caso de verificación VC1. Por tanto, en el caso general, adoptará el valor $\gamma_{Q,1}/\gamma_{G,1}=1,5/1,35\approx 1,11$.

Los factores a aplicar a las propiedades de los materiales [M] se agrupan en dos casos, denominados M1 y M2, cuyos valores se definen en la tabla [4.8] de la primera parte del futuro Eurocódigo 7, si bien son parámetros de determinación nacional (NDP) y, por tanto, podrán variar. Estos factores parciales se muestran en la tabla 3.

El factor de consecuencia k_M adopta los valores 1,1; 1,0; o 0,9 en función de si la clase de consecuencia es CC3 (alta), CC2 (normal) o CC1 (baja), respectivamente (tabla [4.7] prEN 1997-1:202x).

Para los casos en que se empleen métodos numéricos con modelos constitutivos complejos, la tabla incluye el factor a aplicar a la resistencia al corte en análisis en tensiones efectivas (τ_r). Se distinguen entre valores residuales y de estado crítico, con factores distintos.

En lo que respecta a los factores a aplicar a las resistencias [R], estos dependen del tipo de problema que se esté analizando. En la tabla 4 se muestran, de forma simplificada, las combinaciones de A, M (en el caso MFA, con $\gamma_R=1$) y R (en el caso RFA, con $\gamma_M=1$) a adoptar para la verificación de los estados límite últimos en situaciones persistentes y transitorias en los ocho tipos de estructuras que se incluyen en la parte 3 del futuro Eurocódigo 7. No se han incluido las situaciones accidentales ni los factores parciales para los estados límite de servicio.

Tabla 3. Factores parciales a aplicar a las propiedades del modelo del terreno

Propiedades del terreno	Símbolo	M1	M2	
		Persistente Transitoria Accidental	Persistente Transitoria	Accidental
Parámetros del suelo y relleno				
Resistencia al corte en análisis en tensiones efectivas (τ_r)	$\gamma_{\tau r}$	1,0	1,25· k_M	1,1
Coefficiente de rozamiento pico ($\tan \phi'_p$)	$\gamma_{\tan \phi'_p}$	1,0	1,25· k_M	1,1
Cohesión efectiva pico (c'_p)	$\gamma_{c'_p}$	1,0	1,25· k_M	1,1
Coefficiente de rozamiento en estado crítico ($\tan \phi'_{es}$)	$\gamma_{\tan \phi'_{es}}$	1,0	1,1· k_M	1,0
Coefficiente de rozamiento residual ($\tan \phi'_r$)	$\gamma_{\tan \phi'_r}$	1,0	1,1· k_M	1,0
Cohesión efectiva residual (c'_r)	$\gamma_{c'_r}$	1,0	1,1· k_M	1,0
Resistencia al corte en análisis en tensiones totales (c_u)	γ_{c_u}	1,0	1,4· k_M	1,2
Resistencia a la compresión simple no confinada (q_u)	γ_{q_u}	1,0	1,4· k_M	1,2
Parámetros de la roca				
Resistencia al corte	$\gamma_{\tau r}$	1,0	1,4· k_M	1,2
Coefficiente de rozamiento a lo largo de las discontinuidades	$\gamma_{\tan \phi_{dis}}$	1,0	1,4· k_M	1,2
Resistencia a la compresión simple no confinada	γ_{q_u}	1,0	1,4· k_M	1,2
Parámetros de la interfaz				
Coefficiente de rozamiento de la interfaz terreno/estructura ($\tan \delta$)	$\gamma_{\tan \delta}$	1,0	1,25· k_M	1,1

Tabla 4. Factores parciales para la verificación analítica de los ELU según el borrador de la segunda generación del Eurocódigo 7

Factores parciales para la verificación analítica de los estados límite últimos						
Situaciones persistentes y transitorias						
Estructura		MFA [$\gamma_R=1$]		RFA [$\gamma_M=1$]		
[4] Laderas, desmontes y terraplenes		VC3+M2		[Sólo MFA]		
		(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
[5] Cimentaciones superficiales		VC1+M1	VC3+M2	VC1+M2	VC1 $\gamma_{RN}=1,4$ $\gamma_{RT}=1,1$	VC4 $\gamma_{RN}=1,4$ $\gamma_{RT}=1,1$
[6] Pilotes	Resistencia axial a compresión	Acciones/efectos		[Sólo RFA]	VC1	
		Arrastre			$\gamma_{f,drag}=1,35$	
		Desplazamiento completo			$\gamma_{Rb}=1,2$ $\gamma_{Ra}=1,0$	$\gamma_{Rb}=1,2$ $\gamma_{Ra}=1,05$
		Desplazamiento parcial			$\gamma_{Rb}=1,2$ $\gamma_{Ra}=1,0$	$\gamma_{Rb}=1,3$ $\gamma_{Ra}=1,05$
		Reemplazo			$\gamma_{Rb}=1,2$ $\gamma_{Ra}=1,0$	$\gamma_{Rb}=1,4$ $\gamma_{Ra}=1,15$
		Sin clasificar			$\gamma_{Rb}=1,35$ $\gamma_{Ra}=1,25$	$\gamma_{Rb}=1,5$ $\gamma_{Ra}=1,25$
	Resistencia axial a tracción	Acciones/efectos		[Sólo RFA]	VC1	
		Desplazamiento completo			$\gamma_{Rst}=1,15$	$\gamma_{Rst}=1,2$
		Desplazamiento parcial			$\gamma_{Rst}=1,15$	$\gamma_{Rst}=1,2$
		Reemplazo			$\gamma_{Rst}=1,15$	$\gamma_{Rst}=1,3$
	Sin clasificar		$\gamma_{Rst}=1,4$	$\gamma_{Rst}=1,5$		
	Resistencia transversal		(a)	(b)	[Sólo MFA]	
			VC3+M1 [EFA]	VC3+M2		
	[7] Estructuras de contención		(a)	(b)	VC4 [EFA]	
		VC4+M1	VC3+M2	Pasivo $\gamma_{Re} \cdot \gamma_{Ti} = 1,4 \cdot \gamma_{Ti}$		
[8] Anclajes [ULS]	Resistencia	[Sólo RFA]		Test 1	Test 3	
				$\gamma_{a,ULS}=1,1$	$\gamma_{a,ULS}=1,1$	
[9] Estructuras de suelo reforzado	Arrancamiento	[Sólo RFA]		$\gamma_{R,po}=1,25$		
	Fallo por la interfaz	[Sólo RFA]		$\gamma_{R,di}=1,25$		
	Fallo por tracción del refuerzo	[Sólo RFA]		$\gamma = 1,1 / 1,25$ (según material)		
	Fallo en conexiones entre elementos	[Sólo RFA]		$\gamma_{R,con}=1,25 / 1,35$ (según material)		
	Fallo en conexión con el revestimiento	[Sólo RFA]		$\gamma_{R,con}=1,35$		
[10] Elementos de suelo reforzado	Anclajes	[Sólo RFA]		Estructura EN 1993-1 Arrancamiento $\gamma_{R,po}=1,5$		
	Suelo claveteado	[Sólo RFA]		Estructura EN 1993-1 Arrancamiento $\gamma_{R,po}=1,5$		
	Mallas	[Sólo RFA]		Estructura EN 1993-1 Arrancamiento $\gamma_{R,po}=1,5$		
[11] Mejoras del terreno		(a)	(b)			
	Resistencia a compresión	VC1+M1	VC3+M2	Según corresponda		
	Inclusiones rígidas	VC4+M1	VC3+M3	VC1 γ_R [cla. 5 / 9] $\gamma_{R,ps}=1,4$		
Resistencia transversal		VC4+M1 [EFA]	VC3+M2	[Sólo MFA]		

5. VERIFICACIÓN DE LOS ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS POR MÉTODOS NUMÉRICOS SEGÚN EL BORRADOR DE LA SEGUNDA GENERACIÓN DEL EUROCÓDIGO 7

5.1. Ideas generales

Los métodos numéricos se definen en el borrador del nuevo Eurocódigo 7 como “aquellos modelos de cálculo que emplean aproximaciones numéricas para obtener así las soluciones al problema analizado”.

La primera generación del Eurocódigo 7 permite el empleo de métodos numéricos para realizar los cálculos, si bien no establece reglas concretas sobre cómo se han de emplear. Son de aplicación los mismos enfoques de proyecto que en el método analítico, según establezca el Anejo Nacional correspondiente, si bien la aplicabilidad de uno u otro enfoque con los métodos numéricos es muy distinta y cuestionable.

En un cálculo empleando formulas analíticas, a partir de los datos conocidos (las acciones y los parámetros resistentes del modelo constitutivo empleado) se pueden obtener los efectos de estas acciones (por ejemplo, los empujes del terreno) incluso antes de proceder a realizar las comprobaciones requeridas. Por ello, para verificar la seguridad, es posible emplear estrategias que apliquen factores que aumenten o minoren, no sólo a las acciones o a las propiedades del terreno conocidas mediante un enfoque de tipo MFA, sino también a las resistencias resultantes mediante enfoques de tipo RFA.

Puede haber problemas en los que se conozca el modo de fallo, pero también casos más complejos sobre los que a priori no se pueda determinar. Con los cálculos analíticos esto no supone ninguna diferencia, puesto que en cualquier caso se ha de comprobar toda una serie de modos de fallo tipificados que, además, en los casos en los que se emplee el enfoque RFA a similitud con el cálculo clásico con

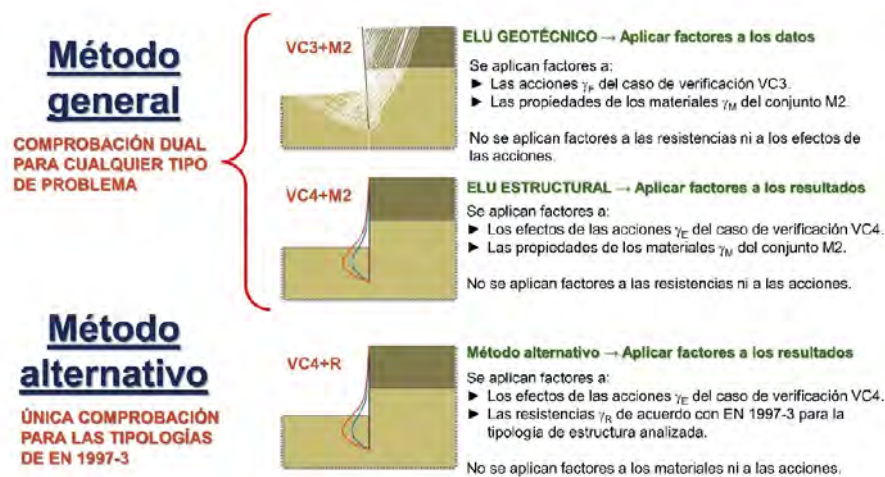


Figura 1. Verificación de ELU por métodos numéricos según el borrador del nuevo EC-7 (adaptado de Smith, 2022).

un coeficiente global, tendrán factores parciales distintos según el ELU analizado.

En general, en un cálculo numérico se introducen al programa de cálculo los datos conocidos (las acciones y las propiedades del terreno) y se obtiene automáticamente el resultado correspondiente al modo de fallo crítico. Se pueden aplicar factores a los valores introducidos (como en un enfoque de tipo MFA), mientras que los efectos de estas acciones son el resultado del cálculo. Es decir, en general, sólo será posible aplicar factores antes del cálculo o al final de este, pero no durante el cálculo. Es más, aunque se pudieran aplicar durante el cálculo, podría resultar que con esos factores sobre los efectos el sistema no estuviera en equilibrio, por lo que el cálculo no podría llevarse a cabo al ser el equilibrio una condición *sine qua non* de los métodos numéricos. Esto quiere decir que el enfoque de tipo RFA no es de aplicación directa a los cálculos numéricos, salvo en casos muy simples (por ejemplo, una zapata con una carga vertical centrada).

El borrador de la segunda generación del Eurocódigo 7 distingue entre los enfoques que hay que adoptar en la verificación de los proyectos geotécnicos cuando se empleen métodos numéricos de los enfoques para la verificación por métodos analíticos o empíricos: con los métodos numéricos se adopta como procedimiento general el aplicar factores a los datos (tipo MFA) para la verificación de la seguridad geotécnica en todos los casos, junto con su comprobación complementaria (de tipo EFA), en la que se aplican factores a los efectos de las acciones, para la verificación de la seguridad estructural, mientras que, para los métodos analíticos, en función del tipo de estructura analizada, se prescriben enfoques MFA o RFA. No obstante, el nuevo Eurocódigo 7 también contempla un método alternativo al método general de cálculo numérico con un enfoque en el que se aplican factores a los efectos de las acciones y a las resistencias resultantes (tipo RFA). En la figura 1, adaptada de Smith (2022), se muestra el método general y el método alternativo.

La aplicación de los factores a los datos (según el enfoque MFA) posibilita el empleo de los métodos numéricos de forma directa, puesto que se actúa sobre los datos conocidos a priori y no los resultados que se obtienen en fases intermedias del cálculo. En la comprobación complementaria

(equivalente a un enfoque de tipo EFA) se actúa sobre los resultados que se obtienen al finalizar el cálculo (los efectos de las acciones, tales como, por ejemplo, los momentos flectores en una pantalla). En ninguno de los dos enfoques se actúa sobre el modelo de cálculo (puesto que no es posible actuar sobre resultados internos del cálculo, además de que con ello puede que se viole el equilibrio). El esquema de la figura 2, basado en Smith (2022), refleja el proceso de verificación general empleando métodos numéricos.



Figura 2. Proceso de verificación con métodos numéricos.

En el nuevo Eurocódigo 7 para los métodos numéricos, en lugar de emplear la denominación MFA, EFA o RFA, se ha optado por la más general de “input factoring” cuando se aplican factores a los datos y “output factoring” cuando se hace a los resultados del cálculo. El motivo de esta diferente denominación es evitar confusiones con los enfoques de tipo MFA y EFA indicados en EN 1997-3 puesto que además del enfoque dual general el nuevo Eurocódigo 7 también permite como alternativa calcular teniendo en cuenta los factores de las resistencias allí indicados (enfoque tipo RFA). En la tabla 5 se recoge la definición de las combinaciones para los cálculos numéricos según el método general y el alternativo.

El enfoque dual que establece el borrador del nuevo Eurocódigo 7 como procedimiento general para la verificación por métodos numéricos requiere realizar dos cálculos independientes para verificar tanto los ELU geotécnicos, en los que se aplican factores a las acciones y a los parámetros resistentes de los materiales en el modelo antes de realizar el cálculo (“input factoring”), como los ELU estructurales, en los que se aplican factores a los efectos resultantes de las acciones (“output factoring”). No obstante, en los casos en los que se tenga la certeza de que una de las dos verificaciones resulte menos limitante que otra se puede omitir su comprobación. También se contempla la posibilidad de que en el Anejo Nacional se especifiquen casos en los que

Tabla 5. Verificación de los estados límite últimos por métodos numéricos por los procedimientos “input factoring” y “output factoring”, de acuerdo con el borrador de la segunda generación del Eurocódigo 7

Verificación de los ELU por métodos numéricos				
PROCEDIMIENTO GENERAL [DUAL]	Aplicar factores a los datos (comprobación geotécnica)		Aplicar factores a los resultados (comprobación estructural)	
	Factores a las acciones	Factores a las propiedades de los materiales	Factores a los efectos de las acciones	Factores a las propiedades de los materiales
	γ_E (VC3) (EN-1990-1 Anexo A)	γ_M (M2) (Tabla 4.8 EC7-1) (o Anejo Nacional)	γ_E (VC4) EN-1990-1 (Anexo A)	γ_M (M1) (coeficientes unitarios) (Tabla 4.8 EC7-1) (o Anejo Nacional)
MÉTODO ALTERNATIVO	Aplicar factores a los resultados			
	Factores a los efectos de las acciones		Factores a las resistencias	
	γ_E (VC4) EN-1990-1 (Anexo A)		γ_R EN-1997-3	

únicamente sea necesaria una de las dos comprobaciones (“input factoring” o “output factoring”).

Con el procedimiento alternativo se realiza un único cálculo en el que únicamente se aplican factores a los resultados del cálculo (“output factoring”), tanto a los efectos de las acciones como a las resistencias resultantes. Los factores γ_R a emplear son los indicados en la tabla 4 para las situaciones persistentes y transitorias de los tipos de estructuras que se incluyen en la parte 3 del futuro Eurocódigo 7, a excepción de las laderas, desmontes y terraplenes que no se abordan con enfoques tipo RFA. Este método requiere particularizar para el tipo de problema analizado puesto que en el “output factoring” los factores parciales son específicos del mecanismo de fallo, mientras que el “input factoring” emplea factores parciales que no son específicos de un modo particular de fallo.

La verificación aplicando factores a los datos, con la que se satisfacen los ELU geotécnicos (el crítico que arroja el cálculo), se realiza o bien empleando el procedimiento de reducción de parámetros resistentes (enfoque recomendado), o bien un cálculo elastoplástico para ver si el sistema es estable (enfoque alternativo).

La verificación aplicando factores a los resultados requiere que se realice un cálculo elastoplástico, similar a una verificación de tipo ELS (la única diferencia en el cálculo es que las acciones variables desfavorables se incrementan por un factor parcial de valor habitual 1,5/1,35≈1,11), del que se obtienen unos esfuerzos similares a los de servicio (efectos de las acciones) a los que posteriormente se les aplican los correspondientes factores parciales, siendo estos esfuerzos ampliados el resultado de la verificación de tipo “output factoring”. Como resultado de la verificación por métodos numéricos se adoptan los esfuerzos más desfavorables de ambas verificaciones.

Mientras que para la verificación de los ELU de forma analítica no se requieren los parámetros de rigidez, sí que

son necesarios con los métodos numéricos para la verificación que aplica factores a los resultados, que se asemeja a una comprobación de tipo ELS, y también para la verificación alternativa de aplicar factores a los datos.

Sobre el motivo por el que es necesario realizar dos cálculos independientes, Lees (2017) indica que la comprobación de aplicar factores a los datos no es suficiente por sí sola para obtener los valores de proyecto de los esfuerzos estructurales porque en un suelo no plastificado aplicar un factor parcial a la resistencia del terreno podría no tener efecto en los resultados de los esfuerzos estructurales, mientras que una mayor plastificación puede tener efectos inconsistentes dado que, dependiendo del caso específico, se podrían obtener tanto esfuerzos estructurales máximos como mínimos. Sin embargo, hay casos en los que un terreno menos resistente de lo esperado puede tener efectos significativos en los esfuerzos estructurales y ello no vendría recogido en un cálculo en el que se aplican factores a los resultados. Lees (2017) pone como ejemplo el cálculo de un muro de contención en un talud estable que arrojaría valores de los esfuerzos estructurales bajos o nulos cuando los factores que se aplican a las resistencias del terreno son de valor uno, puesto que el talud es estable. Sin embargo, para asegurar que el muro tiene la resistencia adecuada para el caso en que la resistencia del terreno fuese menor y el muro tuviese que sostener efectivamente el talud, también se requiere obtener las fuerzas de proyecto empleando la combinación de aplicar factores a los datos.

Los valores de los factores a aplicar para la verificación de los estados límite últimos empleando métodos numéricos se resumen en la tabla 6.

El borrador de la segunda generación del Eurocódigo 7 incluye la cláusula 8.2 sobre cómo se ha de proceder con un cálculo numérico, donde se abordan cuestiones como el requisito de verificar únicamente el modo de fallo crítico o cómo se podrían comprobar modos de fallo particulares.

Tabla 6. Factores parciales para la verificación por el procedimiento general de los estados límite últimos por métodos numéricos de acuerdo al borrador de la segunda generación del Eurocódigo 7

Aplicar factores a los datos [VC3+M2]			
Acciones [VC3]	Permanentes	γ_G	1,0
	Variables desfavorables	γ_Q	1,30
Materiales [M2]	Resistencia al corte en análisis en tensiones efectivas (τ_f)	γ_{ef}	1,25·K _M
	Coefficiente de rozamiento pico ($\tan \phi'_{fp}$)	$\gamma_{tan\phi_{fp}}$	1,25·K _M
	Cohesión efectiva pico (c'_p)	γ_{c_p}	1,25·K _M
	Coefficiente de rozamiento en estado crítico ($\tan \phi'_{cs}$)	$\gamma_{tan\phi_{cs}}$	1,1·K _M
	Coefficiente de rozamiento residual ($\tan \phi'_{rs}$)	$\gamma_{tan\phi_{rs}}$	1,1·K _M
	Cohesión efectiva residual (c'_{rs})	$\gamma_{c_{rs}}$	1,4·K _M
	Resistencia al corte en análisis en tensiones totales (c_u)	γ_{cu}	1,4·K _M
	Resistencia a la compresión simple no confinada (q_u)	γ_{qu}	1,25·K _M
	Coefficiente de rozamiento interfaz terreno/estructura	$\tan \delta$	1,25·K _M
	Factor de consecuencia [CC3/CC2/CC1]	K _M	1,1/1,0/0,9
Aplicar factores a los resultados [VC4+M1]			
Acciones [VC4]	Permanentes	γ_G	1,0
	Variables desfavorables	γ_Q	1,11 [$\gamma_{Q,1}/\gamma_{G,1}$]
Efectos de las acciones [VC4]	Desfavorables	γ_E	1,35·K _F
Factor de consecuencia [CC3/CC2/CC1]		K _F	1,1/1,0/0,9
Materiales [M1]	Resistencia al corte en análisis en tensiones efectivas (τ_f)	γ_{ef}	1,0
	Coefficiente de rozamiento pico ($\tan \phi'_{fp}$)	$\gamma_{tan\phi_{fp}}$	1,0
	Cohesión efectiva pico (c'_p)	γ_{c_p}	1,0
	Coefficiente de rozamiento en estado crítico ($\tan \phi'_{cs}$)	$\gamma_{tan\phi_{cs}}$	1,0
	Coefficiente de rozamiento residual ($\tan \phi'_{rs}$)	$\gamma_{tan\phi_{rs}}$	1,0
	Cohesión efectiva residual (c'_{rs})	$\gamma_{c_{rs}}$	1,0
	Resistencia al corte en análisis en tensiones totales (c_u)	γ_{cu}	1,0
	Resistencia a la compresión simple no confinada (q_u)	γ_{qu}	1,0
	Coefficiente de rozamiento interfaz terreno/estructura	$\tan \delta$	1,0

5.2. Procedimiento para el cálculo por métodos numéricos

En la tabla [8.1] del borrador prEN 1997-1:202x se esquematizan los procedimientos a seguir para efectuar la comprobación del estado límite último con un método

numérico, que requiere realizar una verificación en la que se afectan los datos junto con otra en la que se afectan los resultados. Esta tabla se presenta en la tabla 7, si bien el futuro Anejo Nacional podría adoptar otros valores al tratar-se de parámetros de definición nacional (NDP).

Tabla 7. Procedimientos para el cálculo por métodos numéricos (tabla [8.1] del borrador de la segunda generación del Eurocódigo 7-1)

		Enfoque para la aplicación de factores			
		Afectar resultados VC4+M1	Afectar datos VC3+M2		
			Recomendado	Alternativo	
FASE DE CONSTRUCCIÓN 1 (CS1)	PASO 1		Paso 1 (representativo)	Paso 1 (representativo)	Paso 1
	Datos	Nivel freático	Valores representativos		
		Propiedades del terreno	Valores representativos		
		Elementos estructurales	Valores representativos		
		Acciones externas	Valores representativos		
	Resultados	Desplazamientos	(válido para comprobaciones ELS)		
		Esfuerzos en estructuras	(válido para comprobaciones ELS)		
	PASO 2		Paso 2 (verificación ELU)	Paso 2 (verificación ELU)	Paso 2 (verificación ELU)
	Datos	Nivel freático	Nivel de diseño		
		Propiedades del terreno	Valores de proyecto Combinación M1	Factores M2 (normalmente para obtener valores de diseño por el método SRM)	Valores de proyecto Combinación M2
Elementos estructurales		Valores representativos			
Acciones externas		Valores de proyecto Combinación VC4	Valores de proyecto Combinación VC3		
Resultados	Verificación del fallo del terreno	8.2(9)* 8.2(10)*	Se verifica el ELU si se logra el equilibrio del terreno sin fallo estructural		
	Verificación del fallo estructural	Se aplica γ_e a los resultados del cálculo para obtener valores de proyecto [E _d]	Valores de proyecto [E _d] obtenidos directamente de los resultados del cálculo		
CS2	Continúese de la misma forma para las fases sucesivas (CS2, CS3...)				

En la comprobación existen distintos pasos en los que se han de emplear los valores representativos (valores adoptados sin aplicar factores) y otros en los que se emplean los valores de proyecto (valores resultantes de aplicar los factores). Estos dos tipos de valores se definen como:

- **Valores representativos:** valores nominales o característicos de las propiedades del terreno, obtenidos del informe de investigación geotécnica, que se emplean para las comprobaciones de los estados límite por el método de los factores parciales.
- **Valores de proyecto:** valores de las propiedades del terreno que se establecen a partir de los valores representativos y se emplean para la comprobación de los estados límite por el método de los factores parciales.

Para la verificación del enfoque de aplicar factores a los datos existen dos procedimientos distintos, el procedimiento recomendado y otro alternativo, mientras que para la verificación del enfoque de aplicar factores a los resultados existe un único procedimiento. Estos procedimientos se describen a continuación.

Procedimiento recomendado para la verificación aplicando factores a los datos

Para realizar la verificación “geotécnica” en la que se aplican factores a los datos se recomienda emplear el procedimiento de reducción de parámetros resistentes con los valores representativos, es decir, sólo se aplican los factores parciales a las acciones (con la combinación VC3), pero las propiedades del terreno permanecen con sus valores representativos. De este cálculo se obtiene un valor que representa el margen de seguridad con el que cuenta el sistema, con el que se obtienen valores reducidos que han de ser superiores a los valores de proyecto con la combinación M2 para que se verifique el ELU.

Los esfuerzos obtenidos como resultado del cálculo se emplean directamente para la verificación de las estructuras, cálculo que se complementa con los esfuerzos obtenidos del cálculo complementario aplicando factores a los resultados.

El párrafo 8.2(8) indica que este cálculo de reducción de la resistencia de los parámetros del terreno se puede combinar con un cálculo de reducción de la resistencia de las estructuras para identificar mecanismos de colapso críticos de fallos combinados de estructura y terreno.

Procedimiento alternativo para la verificación aplicando factores a los datos

Con este procedimiento alternativo, para realizar la verificación “geotécnica” el cálculo se acomete con los valores de proyecto, es decir, se aplican los factores M2 al inicio del cálculo. Para que se verifique el ELU el sistema ha de permanecer en equilibrio sin que se produzca el fallo de la estructura. El empleo de este procedimiento requiere que se considere el efecto de emplear valores de proyecto durante el cálculo al evaluar la exactitud de las simulaciones (cláusula 8.2[7]).

En cuanto al procedimiento concreto de cálculo, en principio sería posible emplear tanto el método de

reducción de parámetros resistentes, cuyo resultado tendría que ser igual o superior a uno para que el problema resultase estable, como un cálculo elastoplástico (enfoque directo).

Procedimiento para la verificación aplicando factores a los resultados

Al igual que con el procedimiento recomendado para la verificación aplicando factores a los datos, esta verificación se realiza con los valores representativos de las propiedades de los materiales y se aplican los factores parciales a las acciones, en este caso con la combinación VC4.

Pero, a diferencia con esa comprobación, esta verificación “estructural” es similar a la comprobación de un estado límite de servicio, proporcionando esfuerzos “realistas” a los que a posteriori se les aplican los factores parciales correspondientes a los efectos de las acciones (γ_e), obteniendo de esta forma los valores de proyecto para la comprobación de las estructuras.

Por ello, el procedimiento concreto de cálculo sería un cálculo elastoplástico como corresponde a un análisis de tipo ELS. Con otro tipo de análisis, como el de reducción de parámetros resistentes, no se obtendrían los esfuerzos realistas buscados.

Fases constructivas

En el contexto de un cálculo elastoplástico por fases, la tabla [8.1] del nuevo Eurocódigo 7 recoge que para cada fase de construcción se han de realizar las verificaciones descritas para los casos de aplicar factores a los datos o a los resultados.

5.3. Verificación del modo de fallo crítico

Una diferencia notable con respecto a los métodos analíticos o empíricos es que con el procedimiento general de cálculo con métodos numéricos del nuevo Eurocódigo 7 únicamente será necesario verificar el estado límite crítico que resulte del cálculo con el enfoque dual adoptado para los métodos numéricos, frente a la tradicional verificación de los diversos estados límite teóricos.

En este sentido, el párrafo 4 de la cláusula 8.2 del borrador de la futura segunda generación del Eurocódigo 7 establece que “cuando se emplee un modelo numérico que implícitamente determine el mecanismo de fallo crítico, se podrá omitir la verificación explícita de mecanismos de fallo específicos”.

5.4. Verificación de modos de fallo particulares

El borrador del Eurocódigo 7 indica que con el método de aplicar factores a los datos se verifica el estado límite último geotécnico, pero no se proporciona necesariamente el mismo grado de seguridad frente a la ocurrencia de mecanismos de fallo particulares. En los casos en los que se requiera verificar un modo de fallo particular, se pueden comparar los valores de proyecto de los resultados del cálculo con las resistencias geotécnicas. Para ello se propone que se obtengan las resistencias geotécnicas forzando a las estructuras geotécnicas a que fallen por el mecanismo

particular buscado, si bien esto sólo se puede realizar en algunos casos. En los casos en que sí sea posible, la diferencia entre el estado actual y el estado límite último se considera una medida del factor de seguridad.

Si bien el concepto es claro, la forma en que se ha de realizar no siempre resulta evidente o posible. Lees (2013) diferencia entre aquellas estructuras sobre las que se aplican cargas exteriores, como pueden ser las zapatas en las que se puede forzar el fallo de una forma relativamente directa, de aquellas estructuras sobre las que mayoritariamente actúan cargas geotécnicas (por ejemplo, sería el caso de los empujes de tierra en muros enterrados), en las que no queda claro dónde aplicar esa fuerza o desplazamiento virtual que ocasione el modo de fallo buscado.

6. ASPECTOS QUE HAY QUE DESTACAR EN LA VERIFICACIÓN DE LOS ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS POR MÉTODOS NUMÉRICOS

Salgado (2020) analiza algunas de las decisiones tomadas en la fundación de la ingeniería geotécnica como disciplina, cuyas implicaciones resultan relevantes para la práctica geotécnica. Estas medidas son el uso de los criterios de rotura de Mohr-Coulomb y de Tresca para modelizar la resistencia a corte, el empleo de una ley de fluencia asociada en estos modelos y no considerar el fenómeno de localización de las deformaciones.

Estos aspectos tienen en común que son los que se consideran recurrentemente en los cálculos realizados por métodos clásicos, pese a que suponen fuertes restricciones que tienen una influencia directa en el resultado. Esto plantea la siguiente cuestión respecto a los cálculos numéricos: si los estados límite últimos, como situaciones ficticias que son, contemplan estos aspectos como incertidumbres recogidas en los factores parciales, entonces es válido realizar su verificación con esas simplificaciones o, por el contrario, si para la verificación de los estados límite últimos es preferible emplear modelos más avanzados sin esas limitaciones aunque, de resultas de mantener los mismos factores parciales, los diseños queden más del lado de la seguridad que lo exigido normativamente.

Bajo este epígrafe se analiza cómo estas y otras cuestiones influyen en la verificación de los estados límite últimos.

6.1. Modelo constitutivo

El empleo de métodos numéricos permite utilizar modelos constitutivos más avanzados, no obstante, en el borrador del futuro Eurocódigo 7-1 se indica que los modelos simples pueden proporcionar resultados más fiables que los modelos complejos (nota a la cláusula 7.1.4[2]), puesto que en ellos también influye la calidad de los valores representativos adoptados como parámetros de entrada.

En cualquier caso, no es posible modelizar el comportamiento real de un suelo empleando un modelo elástico lineal-plástico perfecto con criterio de rotura de tipo Mohr-Coulomb (o Tresca) con una ley de fluencia asociada. Sin embargo, en general, estas son las hipótesis que se contemplan en las formulaciones analíticas clásicas. Por otro lado, la consideración de una ley no asociada llevaría consigo una serie de escollos no menores, como son la no unicidad de la solución y la proclividad a la localización de las deformaciones.

6.2. Ley de fluencia no asociada

Algunos autores plantean que la ley de fluencia afecta principalmente a problemas con un alto “grado de confinamiento cinemático”, si bien no establecen cómo se ha de cuantificar este confinamiento. Así, Houlsby (1991) indica que, cuanto más cinemáticamente confinado esté el suelo, más importante será la dilatación. Y, de forma similar, Vermeer y Borst (1984) señalan que, en los problemas cinemáticamente confinados, un material más dilatante implica una mayor carga de hundimiento, puesto que si el material puede fluir libremente a una superficie adyacente se observará un comportamiento más rígido para el material más dilatante, pero virtualmente no afectará a la carga última.

En realidad, de acuerdo con Krabbenhøft *et al.* (2012), la ley de fluencia siempre tiene un efecto significativo en la carga última y la consideración de plasticidad asociada o no asociada afecta consecuentemente al resultado que se obtenga.

La reducción de la resistencia última que se produce al introducir la no asociatividad se puede asimilar a considerar un factor parcial adicional al requerido por la normativa. Puesto que la normativa formula, en general, las comprobaciones analíticas para la verificación de los estados límite últimos geotécnicos sobre la base de un criterio de rotura de Mohr-Coulomb (o Tresca), con plasticidad asociada, es razonable considerar que esta circunstancia esté recogida y los valores de los factores parciales ya lo contemplen, sin necesidad de aumentar su valor, pues de otro modo se obtendría una solución excesivamente conservadora con respecto al requisito normativo y, por tanto, daría lugar a diseños antieconómicos.

Así, mientras que para la verificación de los ELS se debe recurrir a un modelo constitutivo que produzca resultados realistas, para la verificación de los ELU geotécnicos empleando los factores parciales indicados por la normativa es razonable emplear un modelo más sencillo coherente con los métodos analíticos o semiempíricos de resolución que proponen las normas geotécnicas, pues es basándose en los principios con los que se definen estos métodos que se establecen los factores parciales. En concreto, la consideración de plasticidad asociada en todos esos métodos refuerza la idea, por coherencia con los valores de los factores parciales, de que también se realice la verificación de los ELU con esta consideración.

Sin embargo, la combinación complementaria en la verificación de los estados límite últimos, en la que se aplican factores a los resultados, es equivalente a un análisis de tipo ELS, siendo entonces posible adoptar dos modelos distintos para la verificación de los estados límite últimos por métodos numéricos, uno con plasticidad asociada para la verificación en la que se afectan los datos y otro con plasticidad no asociada para la verificación en la que se afectan los resultados, a similitud con el cálculo en servicio. El mismo modelo constitutivo que se emplee para la verificación del estado límite de servicio para obtener resultados realistas se emplearía para la verificación del enfoque de afectar los resultados, mientras que para la verificación del enfoque en el que se afectan los datos se puede emplear un modelo en rotura más sencillo, como podría ser el de Mohr-Coulomb.

Por tanto, y a diferencia con la verificación de los estados límite últimos empleando métodos analíticos, para

realizar esta verificación con métodos numéricos es necesario conocer también los parámetros de rigidez, puesto que así lo requiere el enfoque de afectar los resultados.

6.3. Localización y no unicidad de la solución

La localización es el fenómeno por el cual, al someter a una muestra a un estado tensional creciente, se produce una concentración de deformaciones en unas bandas (similares a superficies de deslizamiento), denominadas bandas de corte o de deformación tangencial, en lugar de obtenerse un campo homogéneo de tensiones. Se trata de un fenómeno conocido que se empezó a estudiar a mediados de los años setenta del pasado siglo en artículos como los de Rice (1976) o Vardoulakis *et al.* (1978).

Desde el punto de vista matemático, considerar una ley de fluencia no asociada provoca que, en un estado tensional característico, las ecuaciones de gobierno viren de un problema elíptico a uno hiperbólico. De acuerdo con Vardoulakis (2006), antes de que se produzca la localización, las ecuaciones son elípticas y excluyen las soluciones discontinuas, mientras que al comienzo de la localización las ecuaciones cambian a ser de tipo hiperbólico. Desde el punto de vista físico, esta pérdida de elipticidad refleja una inestabilidad por la evolución de un modo de deformación homogéneo a uno localizado definido por una o más bandas de corte (Krabbenhøft *et al.*, 2012).

Estas bandas de deformación intensa no son planos, puesto que tienen un espesor finito, es decir, contienen un cierto número de partículas de suelo (macroescala) que interactúan entre sí de acuerdo al comportamiento constitutivo del suelo. Aunque es un tema ampliamente investigado a partir de los años 70, como orden de magnitud, se puede indicar de acuerdo con Salgado (2020) que este espesor, para el caso de arenas, es del orden de 5 veces el tamaño medio de las partículas en el caso de estructuras con interfaces rugosas y del orden de 10 veces en el caso de bandas de corte contenidas íntegramente en el terreno.

La localización es un fenómeno que se observa en la naturaleza y se ha reproducido en laboratorio en ensayos

biaxiales. Por ejemplo, Alshibli y Sture (2000) analizan en distintas muestras de arena cómo el comportamiento tenso-deformacional depende fuertemente de la densidad, la presión de confinamiento, la textura del grano y también del modo último de fallo resultante, y se manifiesta en los diferentes grados de reblandecimiento que se obtienen como respuesta en varios niveles de deformación axial. En la figura 3 se muestran algunos resultados de estos ensayos con diferentes niveles de deformación.

Cuando se emplea una ley de fluencia no asociada no se puede garantizar la unicidad de la solución (Pietruszczak, 2010), por lo que existirán múltiples soluciones, y si bien todas ellas satisfacen las ecuaciones de gobierno, cada una implica una carga límite diferente asociada a una banda de corte (Krabbenhøft, 2019). En consecuencia, en las curvas tensión-deformación obtenidas por métodos numéricos basados en mecánica del continuo clásica considerando una ley de fluencia no asociada se observa en un cierto momento un reblandecimiento aparente que es consecuencia directa de emplear una ley no asociada y no un reblandecimiento del material ni un problema numérico.

Para que un modelo numérico diera lugar a anchos de banda de cortante y curvas tensión-deformación (o fuerza-desplazamiento) físicamente realistas sería necesario introducir en dichos modelos los conceptos asociados a la llamada mecánica del continuo de alto orden. La mecánica del continuo de alto orden incluye una escala de longitud del material relacionada con la estructura granular del material. Ejemplos de este tipo de mecánica del continuo son los modelos de Cosserat y de gradiente o los modelos no locales. En Vardoulakis (2006) aparecen múltiples referencias a trabajos que han utilizado mecánica del continuo de alto orden.

En la figura 4 se esquematiza la curva tensión-deformación correspondiente a la modelización de un ensayo biaxial con un modelo constitutivo que emplea una ley de fluencia no asociada, donde se han representado diferentes posibilidades de localización de deformaciones en bandas. El fenómeno de la localización se manifiesta conforme progresan las tensiones de corte con una bifurcación

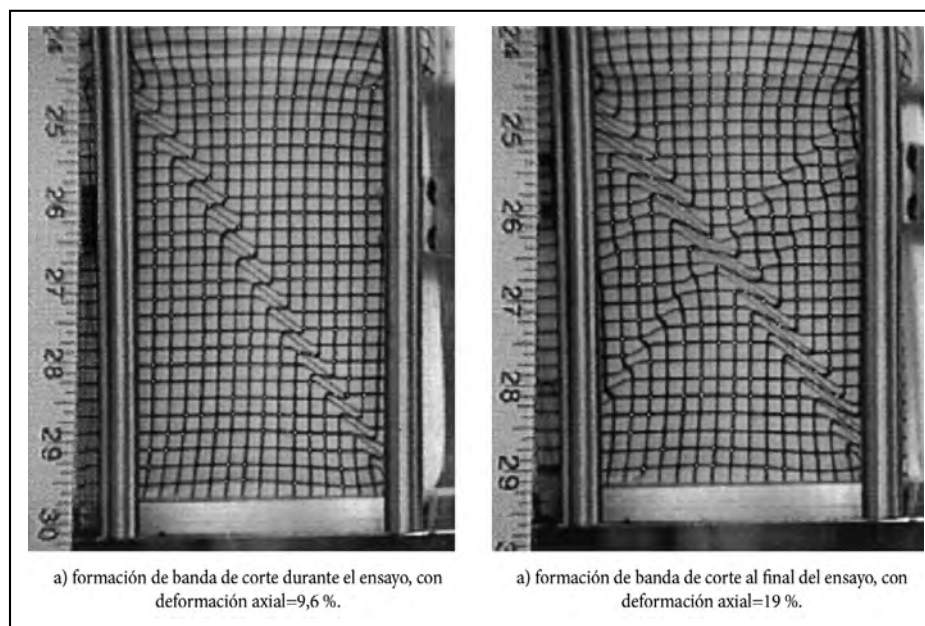


Figura 3. Formación de bandas de corte en ensayos biaxiales (Alshibli y Sture, 2000).

en la rama plástica que provoca una caída súbita de la resistencia, a modo de un reblandecimiento aparente, asociada con un modo de deformación que es no-homogéneo en una macroescala por el que se originan las mencionadas bandas de corte (Pietruszczak, 2010). Conforme siguen evolucionando las tensiones de corte, el suelo tenderá a debilitarse en la localización donde se ha iniciado el proceso (Salgado, 2020).

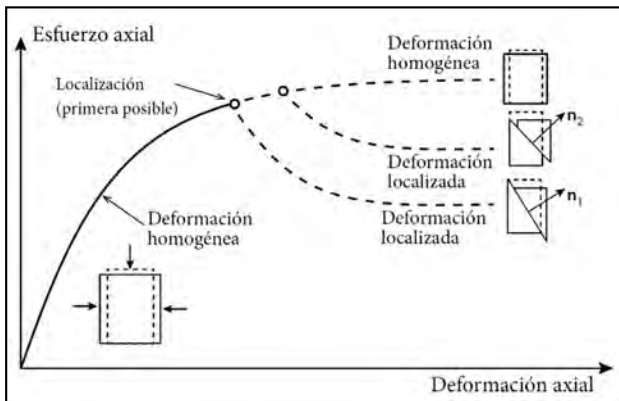


Figura 4. Formación de bandas de corte (adaptado de Krabbenhøft, 2019).

Por ejemplo, Nordal (2008) analiza el caso del empuje de tierras con un modelo Mohr-Coulomb con plasticidad asociada y no asociada y encuentra que en este último caso el mecanismo de fallo no es único, sino que va variando

conforme se avanza en el proceso de carga, como se muestra en la figura 5.

Lamentablemente, no existe una relación entre el fenómeno natural de localización y el numérico en medios continuos, pues su generación responde a distintos motivos, como pueden ser las imperfecciones a macroescala en el caso de una muestra real o la estructuración o alineación de la malla en el caso numérico. Por tanto, aunque matemáticamente se produzca localización, cuantitativamente no es comparable con lo observado en los experimentos, por lo que se puede decir que esta localización “numérica” obtenida por métodos numéricos no simula la localización que se produce en la naturaleza.

Existen otros métodos numéricos, como los modelos con partículas, que, a diferencia de las formulaciones clásicas del método de los elementos finitos basadas en la hipótesis de continuidad del medio, permiten modelar de forma realista los medios discretos como son los materiales granulares. El objetivo de estos métodos es disminuir el grado de abstracción que suponen los medios continuos, pasando de la macroescala (continuo) a la mesoescala o incluso a la microescala (grano). Esto se consigue recurriendo a la representación matemática de la superficie de partículas de contorno arbitrario, como es el caso de los granos de arena. Con el empleo del método DEM (*Discrete Element Method*) es posible simular las bandas de corte, véase por ejemplo en Chen *et al.* (2011) la comparación entre los resultados experimentales y numéricos, como se muestra en la figura 6.

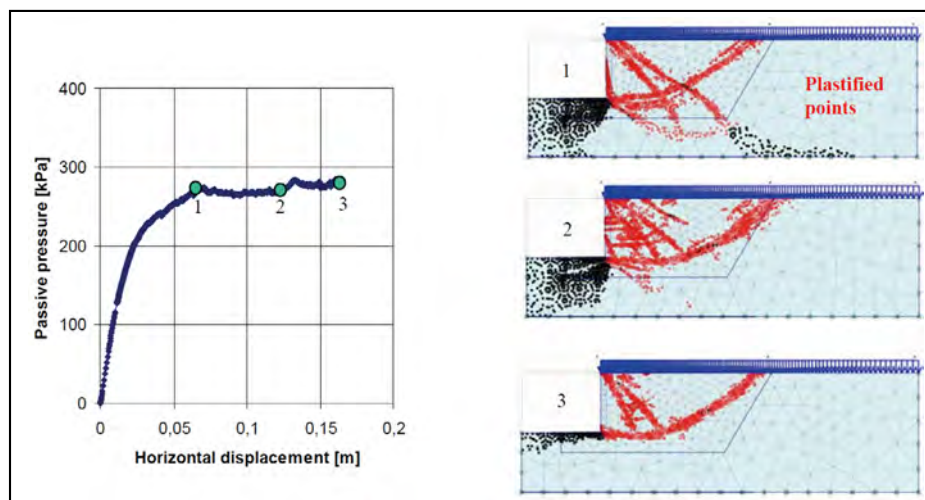


Figura 5. Variación del mecanismo de fallo en un modelo con plasticidad no asociada (Nordal, 2008).

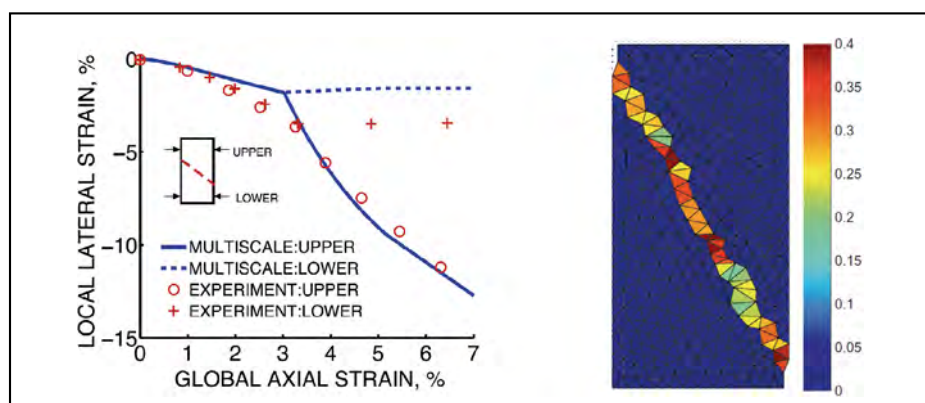


Figura 6. Simulación de un ensayo con el método de elementos discretos (Chen *et al.*, 2011).

6.4. Reducción en la carga de hundimiento al considerar plasticidad no asociada

La ley de fluencia tiene una influencia muy relevante en la determinación de la carga última, cuya reducción es debida, según Krabbenhøft (2019), a dos motivos, como son:

- La tendencia de las leyes de fluencia no asociadas a inducir localización, que implica, en general, que los estados límite últimos vendrán gobernados por estados de tensión y deformación altamente localizados.
- La ley de fluencia impone ciertas restricciones en la cinemática de las bandas de corte que en los casos no asociados da lugar a una reducción en la capacidad de soporte.

En el caso del criterio de rotura de Mohr-Coulomb, la reducción en la carga última depende de la diferencia entre el ángulo de rozamiento y el ángulo de dilatancia (denominada grado de no-asociatividad, $\Lambda = \phi' - \psi$), al igual que de la magnitud de ambos ángulos. De esta forma, la reducción se hace mayor conforme el grado de no asociatividad aumenta y, para una diferencia dada, la reducción normalmente aumenta con valores mayores de estos ángulos. Por ejemplo, el par de valores $\{\phi', \psi\} = \{40^\circ, 10^\circ\}$ da lugar a una mayor reducción en la capacidad de soporte que el conjunto $\{\phi', \psi\} = \{30^\circ, 0^\circ\}$ (Krabbenhøft, 2019).

Para ver cómo el efecto de la no asociatividad induce que la localización de las bandas de corte se desplace durante el proceso de carga, lo que tiene su reflejo en una cuña de rotura oscilante en el cálculo de la capacidad

de soporte, se muestra en la figura 7 el problema de una cimentación corrida en la configuración denominada “problema N_c ” (terreno sin peso específico y sin sobrecarga lateral), donde se observa (Krabbenhøft *et al.*, 2012):

- Que la solución asociada es más rígida, exceptuando el primer tramo inicial donde la respuesta es puramente elástica.
- Que la no asociatividad conduce a una disminución significativa en la carga última.
- Que la respuesta carga-desplazamiento en el caso no asociado presenta un comportamiento oscilatorio más allá de un cierto valor del desplazamiento. Estas oscilaciones son una consecuencia de la no-unicidad de la solución del problema y se manifiestan como variaciones en el modo de fallo a partir del momento en que se agota por primera vez la capacidad de carga de la estructura (en la figura se corresponde aproximadamente con $u=0,05$).

Loukidis y Salgado (2009) analizan el “problema N_γ ” (material con peso específico, sin cohesión y sin sobrecarga lateral) y el “problema N_q ” (material sin peso específico, sin cohesión y con sobrecarga lateral) para establecer los efectos que en la carga de hundimiento supone la no asociatividad y concluyen que las soluciones tradicionales de la carga de hundimiento para arenas sin cohesión que consideran $\psi = \phi'$ producen resultados inseguros (figuras 8 y 9), con diferencias que alcanzan incluso el 45 % con ángulos de rozamiento elevados.

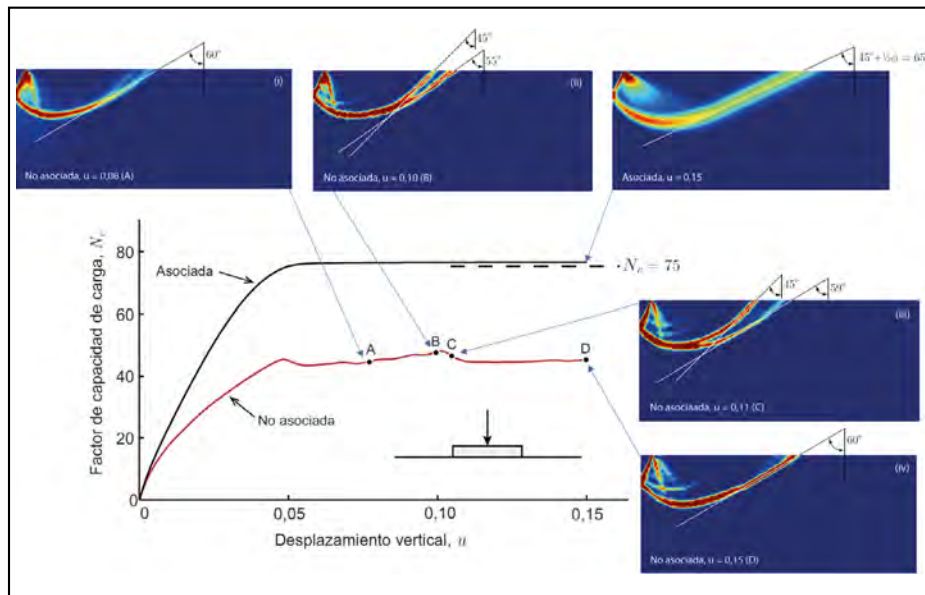


Figura 7. Formación de bandas de corte en el proceso de obtención de la carga última de un problema tipo N_c ($\gamma=0$; $\phi'=40^\circ$; $\psi=10^\circ$) (adaptado de Krabbenhøft *et al.*, 2012).

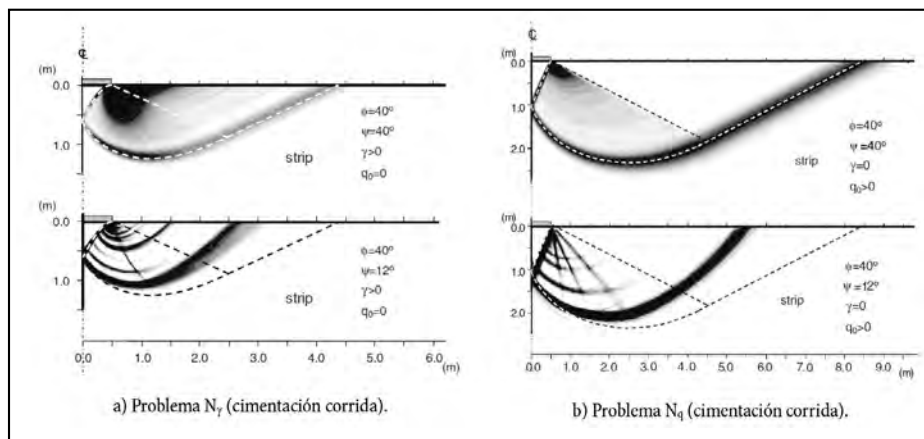


Figura 8. Efecto de la no asociatividad en la obtención de la carga última en problemas tipo N_γ y N_q . La línea de puntos discontinuos muestra la solución con plasticidad no asociada obtenida por el método de las características (Loukidis y Salgado, 2009).

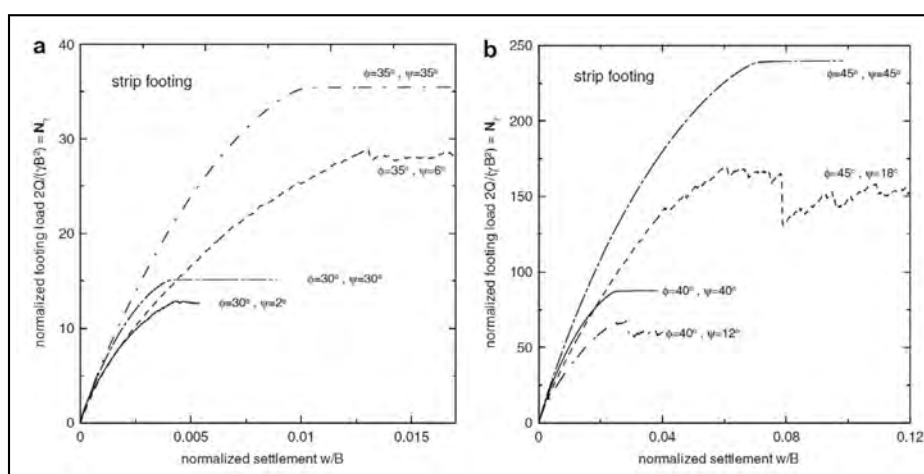


Figura 9. Efecto de la no asociatividad en la obtención de la carga última de un problema tipo N_γ para diferentes valores de ϕ' y ψ , cimentación corrida (Loukidis y Salgado, 2009).

Parámetros reducidos: corrección de Davis

Una forma de evitar la localización y la consecuente falta de unicidad en la solución consiste en emplear unos parámetros resistentes reducidos tales que al introducirlos en un cálculo considerando una ley de fluencia asociada el resultado que se obtenga sea teóricamente comparable al de un cálculo con los parámetros originales y plasticidad no asociada.

La expresión que obtiene Davis (1968) del factor de corrección β con el que hay reducir el ángulo de rozamiento interno y la cohesión en el caso de un modelo de rotura Mohr-Coulomb es función del ángulo de dilatación ψ y del ángulo de rozamiento interno ϕ' y se expresa como:

$$\beta = \frac{\cos \psi \cdot \cos \phi'}{1 - \sin \psi \cdot \sin \phi'} \quad [1]$$

A partir de esta expresión, los valores corregidos c^* y ϕ^* de los parámetros resistentes efectivos c' y ϕ' se obtienen como:

$$c^* = \beta \cdot c' \quad [2]$$

$$\tan \phi^* = \beta \cdot \tan \phi'$$

El valor de β se reduce conforme disminuye el valor de ψ , tiene un valor uno en el caso de plasticidad asociada ($\psi = \phi'$) y menor de uno en el resto de casos. De este modo, la corrección de Davis, que aplica por igual a ϕ' y a c' , se podría asimilar a introducir en el cálculo un factor parcial de seguridad adicional al del material indicado por la normativa.

La variación del valor del factor de corrección β en función del ángulo de rozamiento interno y del grado de no-asociatividad se muestra en la figura 10.

Si se considera un material granular y se adopta el criterio habitual en el cálculo numérico para definir el ángulo de dilatación cuando no se tienen datos, esto es, considerándolo treinta grados menor que el ángulo de rozamiento interno, con un valor mínimo de cero:

$$\psi = \max\{(\phi' - 30); 0\} \quad [3]$$

se observa que la relación entre el ángulo de rozamiento interno y el ángulo de rozamiento con la corrección de Davis es aproximadamente constante con un valor 1,128 para valores iguales o superiores a 30°, como se muestra en la tabla 8.

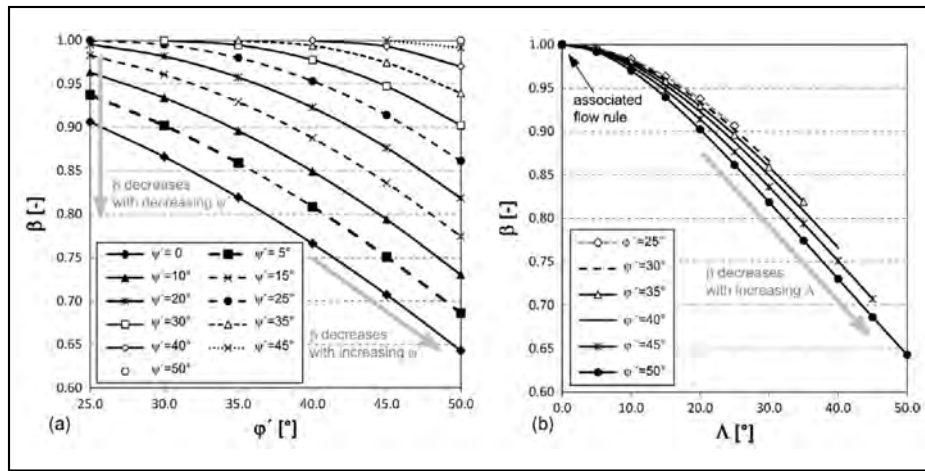


Figura 10. Variación del factor de corrección de Davis (Tschuchnigg *et al.*, 2015b).

Tabla 8. Relación entre el ángulo de rozamiento interno y el corregido de acuerdo con Davis

SIN CORRECCIÓN DAVIS			CON CORRECCIÓN DAVIS				ϕ'/ϕ^* [-]
ϕ^* [°]	$\tan \phi^*$ [-]	$\psi = \phi' - 30$ [-]	β [-]	$\tan \phi^*$ [-]	ϕ^* [°]	ψ^* [°]	
45	1,0000	15	0,8360	0,8360	39,90	39,90	1,128
40	0,8391	10	0,8492	0,7126	35,47	35,47	1,128
35	0,7002	5	0,8590	0,6015	31,03	31,03	1,128
30	0,5774	0	0,8660	0,5000	26,57	26,57	1,129
25	0,4663	0	0,9063	0,4226	22,91	22,91	1,091
20	0,3640	0	0,9397	0,3420	18,88	18,88	1,059
15	0,2679	0	0,9659	0,2588	14,51	14,51	1,034

6.5. Empleo de plasticidad no asociada en el método de reducción de parámetros resistentes

Sobre el problema de la estabilidad de taludes empleando el método de reducción de parámetros resistentes, Tschuchnigg *et al.* (2015a, b y c) realizan una serie de artículos relacionados con su cálculo considerando plasticidad asociada o no, y el empleo de la corrección de Davis como una forma de tener en cuenta la no asociatividad en cálculos con plasticidad asociada. De los resultados que obtienen concluyen que, cuando se emplea una ley de fluencia no asociada, la superficie de rotura tiende a propagarse a lo largo de los límites de los elementos y se producen fuertes oscilaciones del factor de seguridad durante el proceso de reducción de parámetros, lo que es consecuencia de la no unicidad del mecanismo de fallo, haciendo difícil o sencillamente imposible definir un factor de seguridad único. En la figura 11 se muestra la variación que obtienen del

factor de seguridad conforme aumenta el grado de no-asociatividad, $\Lambda = \phi' - \psi$.

Parámetros reducidos: corrección de Davis

Al igual que se analizó para el caso de la carga de hundimiento, la consideración de una ley de fluencia no asociada se puede simular en un cálculo con plasticidad asociada empleando los parámetros reducidos derivados de la corrección de Davis (1968).

Si se considera por simplicidad la expresión de Fellenius original, según la cual el factor de seguridad de la estabilidad de un talud se define como:

$$FS_k = \frac{\sum_i [c'_{k,i} \cdot l_i + W_i \cdot \cos \alpha_i \cdot \tan \phi'_{k,i}]}{\sum_i W_i \cdot \sin \alpha_i} \quad [4]$$

Al introducir la corrección de Davis la expresión quedaría:

$$FS^* = \frac{\sum_i [c_i^* \cdot l_i + W_i \cdot \cos \alpha_i \cdot \tan \phi_i^*]}{\sum_i W_i \cdot \sin \alpha_i} \quad [5]$$

siendo c^* y ϕ^* los valores corregidos de los parámetros resistentes originales c' y ϕ' .

Suponiendo la simplificación habitual que en cada paso del cálculo ϕ' , c' y ψ son constantes en todo el dominio, resulta:

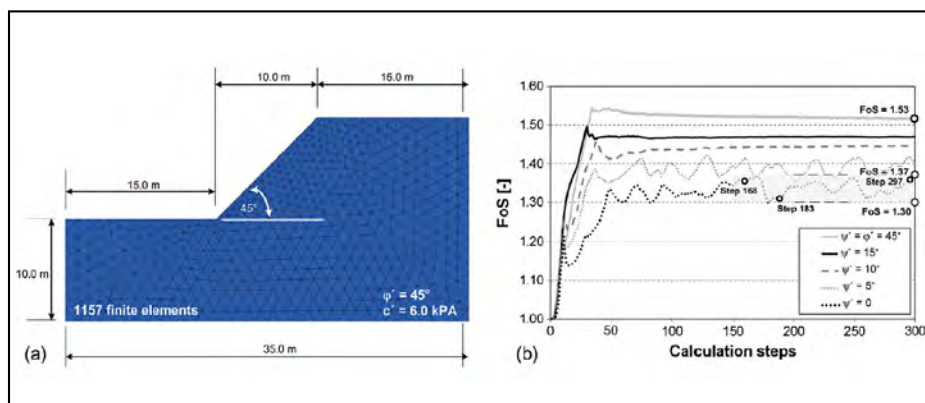


Figura 11. Factor de seguridad obtenido variando el grado de no-asociatividad (Tschuchnigg *et al.*, 2015b).

$$FS_k = \frac{FS^*}{\beta} = \frac{\sum_i [c'_{k,i} \cdot l_i + W_i \cdot \cos \alpha_i \cdot \tan \phi'_{k,i}]}{\sum_i W_i \cdot \sin \alpha_i} \quad [6]$$

De esta expresión se desprende que al introducir la no asociatividad el factor de seguridad siempre se reduce, salvo en el caso $\beta=1$, es decir, cuando $\phi'=\psi$, de acuerdo con los valores de β obtenidos en la figura 10.

Por tanto, aunque algunos autores indican que el cálculo de la estabilidad de taludes se corresponde con un problema con un bajo “grado de confinamiento cinemático”, en el que supuestamente la no asociatividad tendría una influencia menor, o lo asocian con una pendiente más o menos pronunciada, en realidad, el introducir una ley de flujo no asociada reduce siempre el factor de seguridad. Además, una ley tal previene la unicidad de la solución por la localización de la deformación, por lo que resulta difícil establecer con certeza el factor de seguridad del problema.

6.6. Elección del ángulo de rozamiento interno

Las características resistentes y de rigidez de los materiales granulares cargados en deformación plana pueden ser considerablemente diferentes de los que se observan en ensayos triaxiales convencionales (axisimétricos), siendo estos ensayos una simplificación del estado *in situ* del terreno (Alshibli y Sture, 2000).

En general, si se emplean parámetros resistentes obtenidos de ensayos triaxiales axisimétricos en cálculos en deformación plana, se tendrán resultados del lado de la seguridad. Existen diferentes propuestas para corregir el ángulo de rozamiento triaxial cuando se emplea en cálculos de tensión plana, como la de Kulhawy y Mayne (1990) que consideran que en los materiales granulares el ángulo de rozamiento en deformación plana es un 12 % mayor que un triaxial en compresión.

Cuando se analizó la corrección de Davis para tener en cuenta la no-asociatividad en cálculos con plasticidad asociada, se vio que para valores del ángulo de rozamiento interno iguales o superiores a 30° manteniendo el ángulo de dilatación 30° menor era equivalente a reducir el ángulo de rozamiento por un valor de 1,128. Este valor es similar al que supone, según Kulhawy y Mayne (1990), la corrección del ángulo de rozamiento para los cálculos en deformación plana cuando se emplea el valor obtenido en un ensayo triaxial en compresión, que cuantifican en un 12 % superior, por lo que si se introducen ambos efectos en un cálculo se anularían entre sí. En cualquier caso, es una indicación de que el orden de magnitud que supone no considerar una ley de fluencia no asociada puede ser equivalente al que resulta de emplear un ángulo procedente de un ensayo triaxial en un cálculo de deformación plana.

Por tanto, es importante que en los cálculos (numéricos y analíticos) se adopte el valor del ángulo de rozamiento interno correcto, en función del tipo de ensayo que se emplee para su estimación, ya que no hacerlo puede suponer una diferencia similar a la de adoptar una ley de fluencia asociada.

7. CONCLUSIONES

El procedimiento general que recoge el borrador de la segunda generación del Eurocódigo 7 para verificar los

estados límite últimos por métodos numéricos contempla que únicamente sea necesario comprobar el modo de fallo crítico que se obtiene automáticamente del cálculo. Se requiere realizar dos verificaciones independientes, una que, en general, gobernará el diseño geotécnico, en la que introducen factores a las acciones y a los parámetros resistentes de los materiales presentes en el modelo previamente a realizar el cálculo mediante el procedimiento recomendado de reducción de parámetros resistentes o el alternativo en el que el sistema tiene que seguir estando en equilibrio cuando se realice el cálculo de tipo elastoplástico con los factores aplicados *a priori*, y otra complementaria, que en general gobernará el diseño estructural, en la que se introducen *a posteriori* factores a los efectos de las acciones resultantes del cálculo realizado como si se tratase de un estado límite de servicio.

Si bien el procedimiento general que hay que seguir queda perfectamente definido, no obstante, existe una serie de circunstancias derivadas de tener que llevar al sistema a un estado de colapso plástico inminente que han de tenerse en cuenta. Una de ellas es la elección del modelo constitutivo y su ley de fluencia, puesto que adoptar una ley no asociada lleva aparejada la no unicidad de la solución por la localización de la deformación en distintas bandas de corte variando el modo de fallo conforme el proceso evoluciona de uno elíptico a otro hiperbólico con bifurcaciones en la rama plástica. Por otro lado, el adoptar una ley de fluencia asociada no responde al comportamiento real de los suelos y se obtienen valores del lado de la inseguridad respecto a los equivalentes resultantes de un cálculo considerando una ley de fluencia no asociada, si bien es la hipótesis que subyace en las verificaciones analíticas de los estados límite últimos, en las que se adoptan otra serie de simplificaciones que condicionan el resultado, como son el adoptar un criterio de rotura tipo Mohr-Coulomb o ignorar la localización por formación de bandas de corte.

Los coeficientes de seguridad son un reflejo de nuestras incertidumbres. Sus valores normativos se han establecido teniendo en mente la aplicación de soluciones analíticas (o semianalíticas) clásicas (es el caso de las cimentaciones o las estructuras de contención), o métodos simples de equilibrio límite (en el caso de taludes), puesto que son los métodos tradicionalmente empleados y que consideran como criterio de rotura el de Mohr-Coulomb (o Tresca) con plasticidad asociada. Puesto que los diseños han de satisfacer lo estipulado en las normas, en la comprobación de los estados límites últimos geotécnicos empleando métodos numéricos parece lícito considerar una ley de fluencia asociada, pues de otro modo, en general, se obtendría una solución que quedaría muy del lado de la seguridad con respecto al requisito normativo, lo que daría lugar a un diseño excesivamente conservador y antieconómico.

Consecuentemente, con el procedimiento general propuesto en el borrador del Eurocódigo 7 para la comprobación de los estados límite últimos por métodos numéricos, para la verificación geotécnica en la que se afectan los datos resulta razonable realizar el cálculo adoptando un modelo constitutivo con un criterio de rotura de Mohr-Coulomb y una ley de fluencia asociada, con la que se obtendrán resultados comparables a los analíticos (para el mismo caso de verificación), mientras que para la verificación estructural complementaria en la que se afectan los resultados se

ha de emplear un modelo constitutivo que prediga desplazamientos más realistas, con una ley de fluencia no asociada, puesto que se busca aumentar los esfuerzos obtenidos en un cálculo similar a una verificación de un estado límite de servicio.

8. AGRADECIMIENTOS

El autor quiere agradecer a Kristian Krabbenhøft sus comentarios sobre algunos aspectos clave de este trabajo, a José Estaire sus sugerencias referentes al Eurocódigo 7 y a Diego Manzanal y a José Manuel Gesto su implicación en la elaboración del artículo.

9. REFERENCIAS

Alshibli, K.A., y Sture, S. (2000). Shear Band Formation in Plane Strain Experiments of Sand. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 126(6): pp. 495-503. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(2000\)126:6\(495\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(2000)126:6(495))

Chen, Q., Andrade, J.E., y Samaniego, E. (2011). AES for multiscale localization modeling in granular media. *Computers Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 200(33-36): pp. 2473-2482. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2011.04.022>

Davis, E.H. (1968). Theories of plasticity and the failure of soil masses. En: I.K. Lee (Ed.) *Soil Mechanics: Selected Topics* (pp. 341-380). Oxford: Butterworths.

Houlsby, G.T. (1991). *How the dilatancy of soils affects their behaviour*. Report Number OUEL 1888/91, Soil Mechanics Report Number 121/91. Oxford: University of Oxford, Department of Engineering Science.

Krabbenhøft, K. (ed.) (2019). OptumG2: Theory, Optum Computational Engineering. *Optum Computational Engineering*, Copenhagen.

Krabbenhøft, K., Karim, M.R., Lyamin, A.V., y Sloan, S.W. (2012). Associated computational plasticity schemes for non-associated frictional materials. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 90(9): pp. 1089-1117.

Kulhawy, F.H., y Mayne, P.W. (1990). *Manual on Estimating Soil Properties for Foundation Design*. Report EPRI EL-6800s (p. 308). Electric Power Research Institute. Ithaca: Cornell University.

Lees, A.S. (2013). Using numerical analysis with geotechnical design codes. En P. Arnold, G.A. Fenton, M.A. Hicks, T. Schweczekendiek y B. Simpson (eds.), *Modern Geotechnical Design Codes of Practice. Implementation, Application and Development* (pp. 157-170). Amsterdam: IOS Press.

Lees, A.S. (2017). Use of geotechnical numerical methods with Eurocode 7. *Engineering and Computational Mechanics*, 170(4): pp. 146-153. <https://doi.org/10.1680/jencm.17.00004>

Lees, A.S. (2019, September 1-6). Tomorrow's geotechnical toolbox: EN 1997-1:202x Numerical methods. *Proceedings of the XVII European Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering. Geotechnical Engineering, foundation of the future, Reykjavík, Iceland*.

Loukidis, D., y Salgado, R. (2009). Bearing capacity of strip and circular footings in sand using finite elements. *Computers and Geotechnics*, 36(5): pp. 871-879. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2009.01.012>

Nordal, S. (2008, October 1-6). Can we trust numerical collapse load simulations using non-associated flow rules? *The 12th International Conference of International Association for Compu-*

ter Methods and Advances in Geomechanics (IACMAG), Goa, India, pp. 755-762.

Pietruszczak, S. (2010). *Fundamentals of Plasticity in Geomechanics*, Vol. 1. Boca Raton: CRC Press.

Rice, J.R. (1976). The Localization of plastic deformation. *Proceedings of the 14th International Congress on Theoretical and Applied Mechanics, Delft, 1976*, W.T. Koiter (ed.), Vol. 1, pp. 207-220.

Salgado, R. (2020). Forks in the Road: Rethinking Modeling Decisions that Defined the Teaching and Practice of Geotechnical Engineering. *International Conference on Geotechnical Engineering Education 2020 (ISSMGE 2020), Athens, Greece, 23-25 June 2020*.

Simpson, B., y Junaideen, S.M. (2013, May 29-31). Use of Numerical Analysis with Eurocode 7. *Proceedings of the 18th Southeast Asian Geotechnical Conference (18SEAGC) & Inaugural AGSSEA Conference (1AGSSEA), Singapore*.

Smith, C. (2022, July 7). Guidance on use of numerical methods in next generation of Eurocode 7. *The 2nd ISSMGE ERCTC10 Webinar on Numerical Methods in the next generation of Eurocode 7*.

Tschuchnigg, F., Schweiger, H.F., y Sloan, S.W. (2015b). Slope stability analysis by means of finite element limit analysis and finite element strength reduction techniques. Part I: Numerical studies considering non-associated plasticity. *Computers and Geotechnics*, Vol. 70, pp. 169-177. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2015.06.018>

Tschuchnigg, F., Schweiger, H.F., y Sloan, S.W. (2015c). Slope stability analysis by means of finite element limit analysis and finite element strength reduction techniques. Part II: Back analyses of a case history. *Computers and Geotechnics*, Vol. 70, pp. 178-189.

Tschuchnigg, F., Schweiger, H.F., Sloan, S.W., Lyamin, A.V., y Raissakis, I. (2015a). Comparison of finite-element limit analysis and strength reduction techniques. *Géotechnique*, 65(4): pp. 249-257. <https://doi.org/10.1680/geot.14.P022>

Vardoulakis, I. (2006). Localization in geomechanics. *Proceedings of the 16th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering* (pp. 3663-3668). Rotterdam: IOS Press.

Vardoulakis, I., Goldscheider, M., y Gudehus, G. (1978). Formation of shear bands in sand bodies as a bifurcation problem. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2(2): pp. 99-128. <https://doi.org/10.1002/nag.1610020203>

Vermeer, P.A., y de Borst, R. (1984). Non-associated plasticity for soils, concrete and rock. *Heron*, 29(3): pp. 1-64.

Normativa Técnica

prEN1990-2:202x (2020) prEN 1990-Sept-2020-Draft.
 prEN1997-1:202x (2019) CEN-TC250-SC7_N1330_
 prEN_1997-1_Geotechnical_design-General.
 prEN1997-2:202x (2020) CEN-TC250-SC7_N1376_
 prEN_1997-2_Geotechnical_design-Ground.
 prEN1997-3:202x (2019) CEN-TC250-SC7_N1373_
 prEN_1997-3_Geotechnical_design-Geotec.