

Análisis con el programa FLAC3D de la presión del terreno sobre la chapa en una tuneladora en suelos. Método aproximado de cálculo

MIGUEL FE MARQUÉS (*)

RESUMEN A partir de un gran número de cálculos con el programa FLAC3D, de diferencias finitas en tres dimensiones, se ha obtenido que la presión normal que ejerce el terreno sobre la chapa lateral de una tuneladora en suelos, presenta un valor aproximadamente constante en la mayor parte del escudo y un claro incremento en su parte final. El valor medio es, en general, sensiblemente superior al correspondiente a la solución analítica bidimensional de las curvas convergencia-confinamiento con comportamiento elastoplástico perfecto del terreno y regla de flujo no asociada, según la solución de Panet (1995), debido a la mayor plastificación del terreno por la ausencia de presión interior durante la deformación. Se propone una metodología simplificada de cálculo para obtener, a partir de la solución de Panet, una aproximación de los valores de la tensión media en la parte central y en los últimos 0,5 m del escudo, que se obtendrían en un cálculo tridimensional con el programa FLAC3D. La metodología propuesta consiste en la aplicación de unas ecuaciones aproximadas obtenidas a partir de correlaciones entre los resultados de ambos tipos de cálculo. La aproximación que se obtiene es buena con un error cuadrático medio en torno al 10% (presión media en la parte central) y al 15% (presión media en los 0,5 m finales).

ANALYSIS WITH FLAC3D PROGRAM OF THE GROUND PRESSURE UPON THE SHIELD OF A TBM IN SOILS. APPROXIMATE CALCULATION METHOD

ABSTRACT From a large number of calculations using FLAC3D, three dimensional program with explicit finite difference formulation, it has been obtained that the normal ground pressure on a TBM shield in soils has an approximately constant value in the largest part of the shield, and a sharp increase to the back of the shield. Generally, the average value is significantly higher than that obtained with the two-dimensional analytical solution of the convergence-confinement curves, with perfect elastoplastic behavior of the ground and non associated flow rule, according to the solution of Panet (1995). This is because of the greater plastic zone of the ground due to the absence of internal pressure during deformation. A simplified calculation method using the Panet solution is proposed to obtain an approximation of the average pressure values on the central part and on the 0.5 m long back part of the shield, that would be derived from a three-dimensional calculation with the program FLAC3D. The methodology consists of the application of approximate equations obtained from correlations between the results of both types of calculation. This resulted in a good approximation, with a mean square error of around 10% (average pressure on the central part) and 15% (average pressure on the 0.5 m long rear part).

Palabras clave: Tuneladora, Modelización, Escudo, Gap, Plastificación, Inyección de mortero, Presión del terreno, Curvas convergencia-confinamiento, Error cuadrático medio.

Keywords: Tunnel Boring Machine, Modeling, Shield, Gap, Plasticity, Mortar grout, Ground pressure, Convergence-confinement curves, Mean square error.

1. INTRODUCCIÓN

Se analiza en este artículo el valor de la presión normal que ejerce el terreno sobre la chapa lateral de una tuneladora en suelos. A partir de un gran número de cálculos con el pro-

grama FLAC3D, haciendo variar los parámetros geométricos y geotécnicos, se ha obtenido la variación en un caso general de dicha presión en una sección transversal y longitudinal de la tuneladora. El análisis se ha realizado para una tuneladora tipo escudo, con sostenimiento de anillo de dovelas, cuya modelización se describe en el apartado 3. El cálculo de la presión normal ejercida por el terreno sobre la chapa determina el dimensionamiento del empuje requerido por la tuneladora frente al "atrapamiento" por rozamiento lateral.

(*) Departamento de Geotecnia de Acciona Ingeniería.

Se han comparado los resultados obtenidos con los correspondientes a la solución analítica bidimensional de las curvas características del terreno, o curvas convergencia-confinamiento, según la solución de Panet (1995), con comportamiento elastoplástico perfecto del terreno y regla de flujo no asociada, obteniéndose una relación aproximada entre los resultados con el programa FLAC3D y la solución de Panet, lo que ha permitido proponer un método aproximado y simplificado de cálculo de los resultados con FLAC3D.

El presente artículo se ha redactado a partir de los trabajos realizados por la empresa AEPO, S.A. (a partir de octubre de 2010, ACCIONA INGENIERÍA) para la Subtarea SP-9.1.2. "Modelización y análisis paramétrico de la excavación y sostenimiento de túneles mediante tuneladora", del Proyecto Científico-Tecnológico singular de carácter Estratégico "La Ciudad Multidimensional", con número de expediente PSE-380000-2008-5, llevado a cabo por un consorcio de empresas y organismos públicos, promovido por la Plataforma Tecnológica Española de la Construcción (PTEC) y que ha recibido financiación del Ministerio de Ciencia e Innovación, dentro del Plan Nacional de Investigación Científica, Desarrollo e Innovación Tecnológica, y ha sido cofinanciado con FONDOS FEDER (Fondo Europeo de Desarrollo Regional).

2. PROGRAMA DE ORDENADOR EMPLEADO

La modelización se ha desarrollado mediante el programa de ordenador FLAC3D, versión 3.1, desarrollado por HClItasca. Este programa de ordenador es un código de cálculo explícito en diferencias finitas en tres dimensiones que simula el comportamiento elastoplástico del terreno y de materiales estructurales.

El programa está basado en el esquema de cálculo Lagrangiano que satisface la modelización de fenómenos no lineales que den lugar a grandes deformaciones. Si el material plástico, la malla se deforma y desplaza con el material. Es una formulación explícita, que se resuelve por iteraciones, lo que permite seguir la evolución del problema hasta el equilibrio. Si no se alcanza el equilibrio, los cálculos con Elementos Finitos se abortan sin dar información alguna, mientras que los de las Diferencias Finitas ofrecen toda la historia hasta el colapso.

El programa permite introducir un gran número de modelos de comportamiento del terreno. En los cálculos realizados se ha supuesto para el terreno el modelo elasto-plástico Mohr-Coulomb.

El programa permite simular superficies de contacto ("interfaces") entre dos o más zonas de la malla, en los cuales se pueden producir fenómenos de deslizamiento y/o separación de las superficies, pudiendo simularse la existencia de discontinuidades relevantes en distintas zonas de la malla, como fallas, juntas, huecos o contornos de fricción, y obtenerse las tensiones actuantes sobre estas superficies.

Los cálculos se han realizado en el modo de "grandes deformaciones", en el cual en cada iteración se recalcula la malla, con la nueva posición de los nodos.

3. MODELIZACIÓN DE LA TUNELADORA EPB

3.1. MALLADO Y MODELOS DE COMPORTAMIENTO

Se ha realizado una modelización que representa de la manera más fiel posible tanto la geometría del problema, como el proceso constructivo.

Los contornos de la malla se han situada a la suficiente distancia de los bordes de la excavación, como para que las tensiones producidas por el túnel no les afecten:

- Contornos laterales: > 3 diámetros desde borde de excavación.

- Contorno inferior: > 2,5 diámetros desde borde de excavación.
- Contorno por delante del frente: > 2 diámetros.

Se ha aprovechado la simetría del problema, por lo que el ancho realmente estudiado es el doble.

Los elementos de la malla presentan una dimensión máxima de 0,5 m en la tuneladora y su entorno, con dimensiones mínimas centimétricas para poder representar con exactitud su geometría. Tanto el escudo como las dovelas se han modelizado como un terreno. En todos los cálculos, la dimensión longitudinal de los elementos de malla en el entorno de la tuneladora es de 0,5 m.

Los modelos de comportamiento para cada elemento modelizado han sido:

- Terreno: Modelo elastoplástico Mohr-Coulomb.
- Escudo, cabeza de corte, dovelas y mortero de inyección fraguado: Modelo elástico.
- Gap terreno-escudo y mortero de inyección no fraguado: No es un terreno sino un hueco en la malla.

Se ha supuesto para el escudo y cabeza de corte un módulo de deformación muy alto, de manera que se comportan como elementos prácticamente indeformables. Para las dovelas se ha adoptado el módulo de deformación correspondiente al hormigón a los 28 días.

3.2. ESQUEMA DE LA TUNELADORA Y FASES DE CÁLCULO

El esquema general de la modelización parte del descrito por Fe, M. y Lorenzo, J. (2010) en el artículo "Modelización, análisis retrospectivo y análisis de sensibilidad del Túnel Norte del Bypass Sur de la M-30 (Madrid)", parcialmente simplificado pues sólo se ha buscado obtener la presión actuante sobre la chapa lateral de la tuneladora.

En la Figura 1 puede verse un esquema general de la modelización. El mortero de inyección de trasdós de dovelas se modeliza como un fluido a presión constante. Para ello, el espacio entre terreno y dovela se representa como un hueco, sobre cuyas paredes actúa una presión hidrostática igual a la presión de inyección.

Las fases de cálculo son las siguientes:

- Fase 0: Estado inicial terreno.
- Fase 1: Excavación y avance completo de la tuneladora.
- Fase 2: Excavación y sostenimiento de una longitud de 12 m de túnel con inyección de mortero "no fraguado" (con presión).

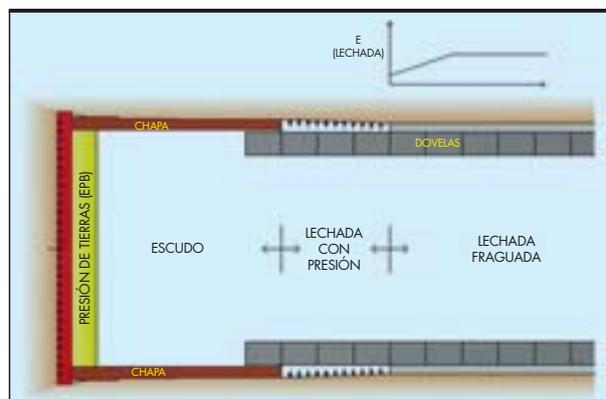


FIGURA 1. Esquema de la tuneladora modelizada (Fe, M. y Lorenzo, J., 2010).



FIGURA 2. Mallado de la zona alrededor de la excavación y de la tuneladora y dovelas (Fe, M. y Lorenzo, J., 2010).

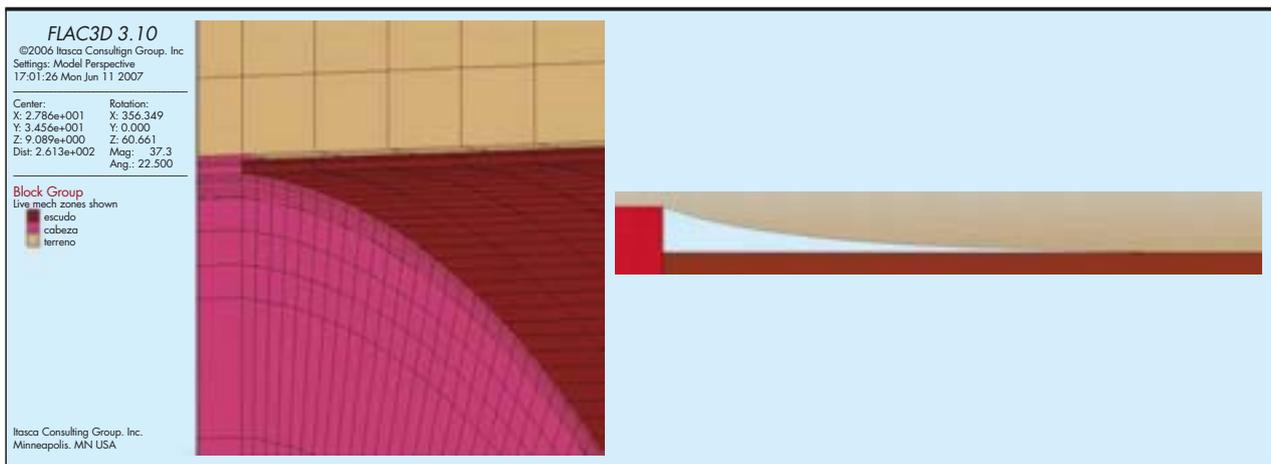


FIGURA 3. Modelización del hueco terreno-chapa, y deformación del terreno (Fe, M. y Lorenzo, J., 2010).

Se ha comprobado que el dividir la fase 2 en subfases, cada una con un avance de 1 m, no produce efecto en las tensiones obtenidas.

3.3. GAP E INYECCIÓN DE TRASDÓS

El hueco o “gap” terreno-escudo y terreno-dovela se ha modelizado como un hueco real en la malla, en lugar de un terreno con un modelo de comportamiento “NULL”, opción disponible en el programa pero que no permite dar continuidad a la malla cuando las paredes del hueco entran en contacto. Para la simulación del hueco, el cálculo debe realizarse en estado de “grandes deformaciones”, con un recálculo de la malla cada pocas iteraciones y se requiere la colocación de un elemento superficial “interface” que simule la continuidad del modelo cuando la deformación del terreno sea igual que el gap. El acoplamiento entre el terreno y el escudo o dovela ha de realizarse de forma que se mantenga la continuidad de la malla. La modelización realizada permite que el terreno se deforme libremente hasta entrar en contacto con el escudo o la dovela.

3.4. REQUERIMIENTOS INFORMÁTICOS

Los cálculos realizados abarcan una amplia gama de diámetros de tuneladoras y profundidades, por lo que los tamaños de las

modelizaciones realizadas son variables. En la Tabla 1 se recogen los rangos de variación de las dimensiones de las mallas consideradas en los cálculos. Se ha aprovechado la simetría del problema, por lo que el ancho estudiado es, en realidad, el doble.

Los cálculos se han realizado con un ordenador Intel (R) Xeon (R) 2.50GHZ y 16 GB de RAM, necesitando cada cálculo unas 70.000 iteraciones, lo que ha tardado entre 1 y 2 días en ejecutarse. En el proceso de cálculo se requieren unos 1,1 GB de memoria RAM y cada archivo de resultados ocupa unos 500 MB

Dimensiones	Mínimo	Máximo
Anchura (m)	22,75	47,25
Longitud (m)	78	85
Altura (m)	79	552
Nº de prismas	275552	
Nº de puntos	288999	

TABLA 1. Dimensiones de las mallas de cálculo.

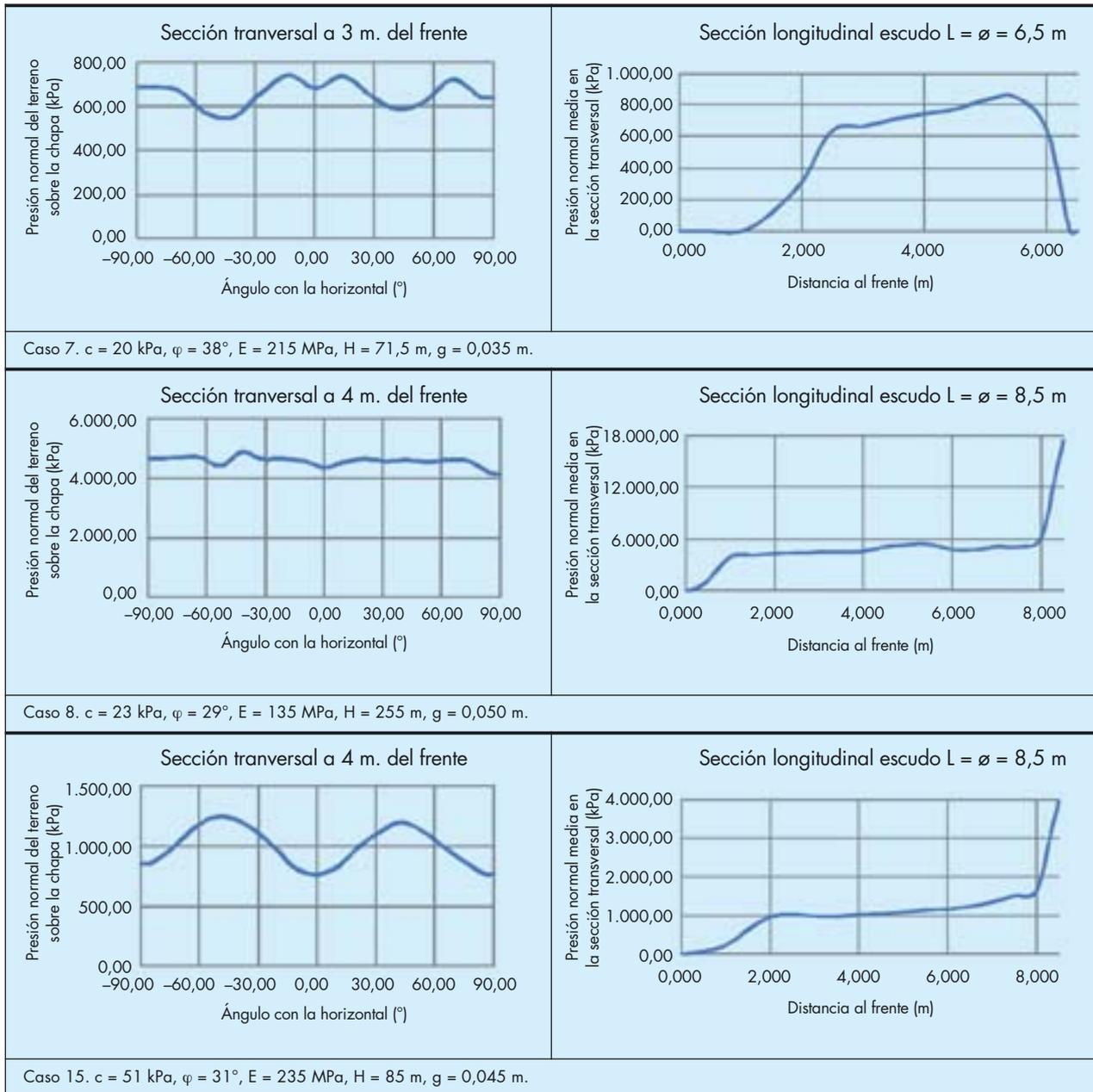


FIGURA 4. Distribución de presiones normales del terreno sobre la chapa en sección transversal y longitudinal para varios casos analizados.

4. DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES SOBRE LA CHAPA EN UN CASO GENERAL

En la figura 4 se representa para diferentes casos analizados, la variación de las presiones normales que ejerce el terreno sobre la chapa. Se incluye la variación de presiones en la sección transversal de la mitad de la tuneladora, y la variación a lo largo de su eje longitudinal, de la presión media en cada sección transversal.

Se ha realizado un gran número de cálculos para diferentes combinaciones de características geométricas y geotécnicas, lo que ha permitido obtener el esquema general de la variación de la presión normal media sobre la chapa, t , en función de la distancia al frente de excavación, l . Se muestra

en la figura 5 en la que se ha aproximado la función a una función poligonal compuesta de tramos rectos. Se ha denominado L a la longitud de la tuneladora, que se ha supuesto igual a su diámetro en los cálculos realizados. El esquema general es como sigue:

La presión es nula hasta que el terreno entra en contacto con la chapa. A partir de dicho contacto crece rápidamente hasta un valor t_1 , a una distancia l_1 del frente de excavación, a partir de la cual el crecimiento se hace mucho más suave hasta un valor t_2 , a una distancia l_2 del frente de excavación. Se ha denominado T , al valor medio entre t_1 y t_2 . En la parte final del escudo se produce generalmente un claro incremento de la presión, hasta un valor t_L (presión final), debido a que el terreno posterior se “cuelga” de la chapa, por la presencia tras

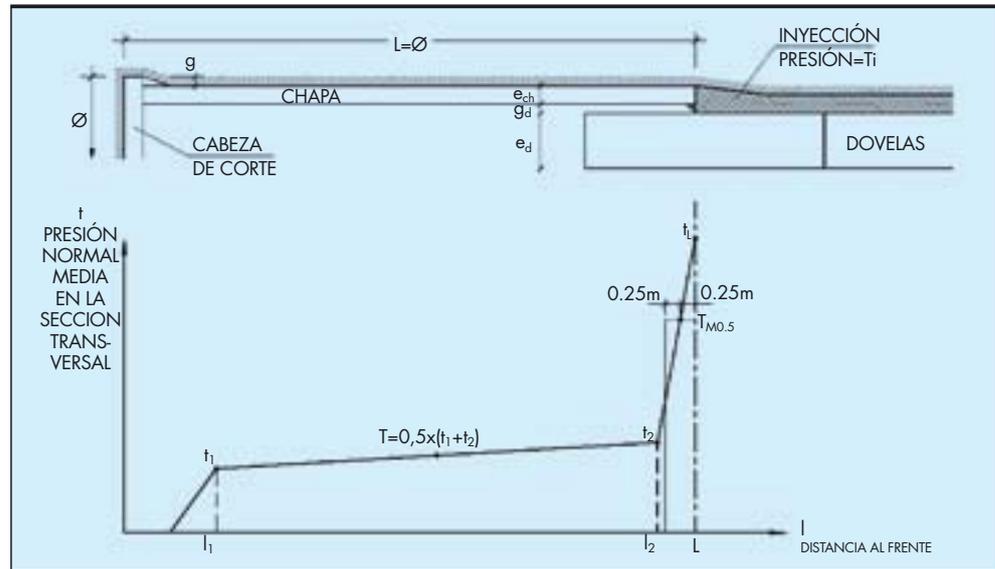


FIGURA 5. Forma general de la distribución de presiones normales medias del terreno sobre la chapa a lo largo del eje longitudinal de la tuneladora.

la misma, del hueco entre chapa y dovela. En dicho hueco se inyecta lechada a una cierta presión, T_i . Por lo tanto, en función del valor de dicha presión frente al valor de t_2 , la presión final puede disminuir, llegando incluso a hacerse nula. La distancia l_1 varía generalmente entre 1 y 2,5 m, mientras que $(L - l_2)$ suele presentar un valor ligeramente superior a 0,5 m.

Se ha comprobado en los cálculos que el valor de T es, en general, muy similar al valor medio de la presión a lo largo de toda la longitud del escudo.

Los cálculos se han realizado para una longitud del escudo igual a su diámetro. Se han realizado cálculos de comprobación que indican que, en general, el valor de T varía muy poco al aumentar la longitud del escudo.

El incremento final de presión se produce en la gran mayoría de los casos estudiados, en los últimos 0,5 m de tuneladora, que es el tamaño de los elementos de la malla en esa zona. Esto hace pensar que es muy probable que el valor de la presión final t_L , que se obtiene en el cálculo, venga condicionado por dicha dimensión. Por ello, el valor de la presión considerado en el análisis realizado no es el de la presión máxima, t_L , sino el de la presión media en la parte final de la tuneladora, en la última “rebanada” de la malla, es decir en los 0,5 m finales de la tuneladora. A esta presión media final se le ha denominado $T_{M0,5}$.

Suponiendo un aumento lineal de la presión, el valor de $T_{M0,5}$ corresponde a la presión a una distancia de 0,25 m del final de la tuneladora ($T_{M0,5} = t_{L-0,25m}$).

5. PARÁMETROS DE CÁLCULO

Se ha realizado un análisis paramétrico, asignado a cada variable de cálculo 3 ó 4 valores posibles, y realizando cálculos para todas las posibles combinaciones entre ellas. Los valores de cálculo se indican en la tabla 2, con la siguiente terminología:

- Φ : diámetro de la cabeza de corte.
- g : espesor de sobreexcavación o gap terreno-escudo. $g = 0,5 \times (\Phi - \Phi_{chapa})$.
- H : profundidad del centro del túnel.
- L : longitud del escudo.
- T_i : presión de inyección de trasdós de dovelas.

- e_{ch} : espesor de la chapa.
- g_d : gap chapa – dovela.
- γ : densidad del terreno.
- E : módulo de deformación del terreno.
- ν : coeficiente de Poisson del terreno.
- i : ángulo de dilatación del terreno.
- k_0 : coeficiente de empuje horizontal.
- u : presión intersticial.

En los cálculos se ha supuesto un modelo elastoplástico Mohr-Coulomb. Se han realizado cálculos para 3 tipos de terreno con la resistencia al corte que se indica en la tabla 3.

Parámetro	Valores de cálculo			
Φ (m)	5	10	15	
g/Φ (‰)	0	2	6	10
H/Φ	2	5	15	50
L	$L = \Phi$			
T_i (kPa)	200			
e_{ch}/Φ	0,006			
g_d/Φ	0,002			
γ (kN/m ³)	21			
Tipo de suelo	C	GC	G	
E (MPa)	100	200	300	
ν	0,3			
i (°)	10			
k_0	1,0			
u	0			

TABLA 2. Valores de cálculo de cada una de las variables.

Tipo de suelo	c (kPa)	φ (°)
C (cohesivo)	50	30
G (granular)	10	40
GC (granular cementado)	50	40

TABLA 3. Resistencia al corte de los suelos considerados.

Son parámetros correspondientes a un suelo arcilloso consolidado, a un suelo granular denso y a un suelo granular con cierta cementación.

Se ha realizado un total de 432 cálculos, que han permitido analizar la variación de los resultados en función de los parámetros de entrada.

Se han realizado además 41 cálculos adicionales con valores diferentes de los parámetros de entrada, dentro de similares rangos de variación (ver apartado 8).

6. COMPARACIÓN DE RESULTADOS CON LAS CURVAS CONVERGENCIA - CONFINAMIENTO

6.1. SOLUCIÓN DE PANET (1995)

Se han comparado los resultados obtenidos con los correspondientes a la solución analítica bidimensional de las curvas características del terreno, o curvas convergencia-confinamiento, según la solución de Panet (1995), con comportamiento elástico perfecto del terreno y regla de flujo no asociada.

Las hipótesis consideradas en esta solución son:

- Excavación cilíndrica de radio R.
- Terreno homogéneo e isotrópico sometido a un estado tensional hidrostático.
- Hipótesis de deformación plana.
- Se trabaja bajo la hipótesis de pequeñas deformaciones.
- La corona de plastificación del terreno abarca un radio R_p, función de la presión en las paredes de la excavación p_i.
- El túnel se encuentra a suficiente profundidad como para despreciar la gravedad.
- El comportamiento del macizo, sano o roto, no depende del tiempo.

El parámetro λ, denominado factor de descarga, puede variar entre 0 y 1. λ=0 representa la situación inicial, previa a la excavación y λ=1 indica que el frente de avance ya ha pasado y está suficientemente lejos como para que se haya producido la relajación total del terreno. Entre los valores λ=0 y λ=1 existe un valor λ_{cr} para el cual se produce la rotura del terreno. Este valor se obtiene según:

$$\lambda_{cr} = \frac{1}{K_p + 1} \left(K_p - 1 + \frac{2}{N} \right) \quad (1)$$

$$K_p = \frac{1 + \text{sen } \varphi}{1 - \text{sen } \varphi} \quad (2)$$

$$N = \frac{2\sigma^0}{\sigma_c} = \frac{\gamma H}{c \sqrt{K_p}} \quad (3)$$

Donde σ⁰ es la presión de campo a la cota del túnel y σ_c la resistencia a compresión simple del terreno.

La zona de plastificación crea un arco de descarga cuya estabilidad hay que garantizar para mantener la seguridad del

túnel. En cada momento de la descarga, el valor del radio de plastificación R_p viene dado por la expresión.

$$R_p = R \left[\frac{2\lambda_{cr}}{(K_p + 1)\lambda_{cr} - (K_p - 1)\lambda} \right]^{\frac{1}{K_p - 1}} \quad (4)$$

En cuanto a los desplazamientos radiales, se obtienen dos expresiones, según estemos en la rama elástica (u^e_r) o en la plástica (u^p_r):

Zona elástica (0 ≤ λ ≤ λ_{cr}):

$$\lambda = \frac{2u_r^e G}{\sigma^0 R} \Rightarrow u_r^e = \frac{\lambda \sigma^0 R}{2G} \quad (5)$$

Donde G es el módulo de cizallamiento elástico:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

Zona plástica (λ_{cr} ≤ λ ≤ 1):

$$\frac{2u_r^p G}{\sigma^0 R} = \lambda_{cr} \left[F_I + F_{II} \left(\frac{R}{R_p} \right)^{K_p - 1} + F_{III} \left(\frac{R_p}{R} \right)^{K_p + 1} \right] \quad (6)$$

$$F_I = -(1 - 2\nu) \frac{K_p + 1}{K_p - 1} \quad (7)$$

$$F_{II} = 2 \frac{1 + K_i K_p - \nu(K_p + 1)(K_i + 1)}{(K_p - 1)(K_i + K_p)} \quad (8)$$

$$F_{III} = 2(1 - \nu) \frac{K_p + 1}{K_p + K_i} \quad (9)$$

$$K_i = \frac{1 + \text{sen } i}{1 - \text{sen } i} \quad (10)$$

Para cada valor de la presión interior p_i = (1-λ)σ⁰ y su correspondiente desplazamiento radial (elástico o plástico), se obtendría un punto de la curva característica del terreno.

6.2. COMPARACIÓN DE RESULTADOS

Se ha comprobado que los resultados obtenidos con el programa FLAC3D difieren sensiblemente de los correspondientes a la solución analítica bidimensional de PANET (1995). El valor de la presión media T, obtenida con FLAC3D, es, en general, superior a la presión T_p, correspondiente a una deformación igual a g (gap terreno-escudo) en las curvas convergencia - confinamiento, pudiendo llegar a ser hasta 3 - 4 veces superior.

Para analizar los motivos de esta diferencia, se han realizado para los 24 cálculos adicionales indicados en el apartado 8., los siguientes cálculos comparativos:

- F3: Cálculo tridimensional con FLAC3D, obteniéndose la presión media T, definida en el apartado 4, y el espesor de plastificación e_{F3}.
- F2: Cálculo bidimensional con FLAC3D (cálculo para una rebanada de tuneladora de 1,2 m de ancho, anulando las deformaciones según su eje), obteniéndose la presión media, T_{F2} y el espesor de plastificación e_{F2}.
- P2: Cálculo bidimensional analítico con la curva convergencia - confinamiento de Panet (1995) obteniéndose para una deformación igual a g (gap terreno - escudo), una presión T_p, y un espesor de plastificación e_p.
- FP2: Cálculo bidimensional con FLAC3D, aplicando en el interior de la excavación, una presión interior igual a T_p, obteniéndose una deformación radial media, u_{FP} y un espesor de plastificación e_{FP}.

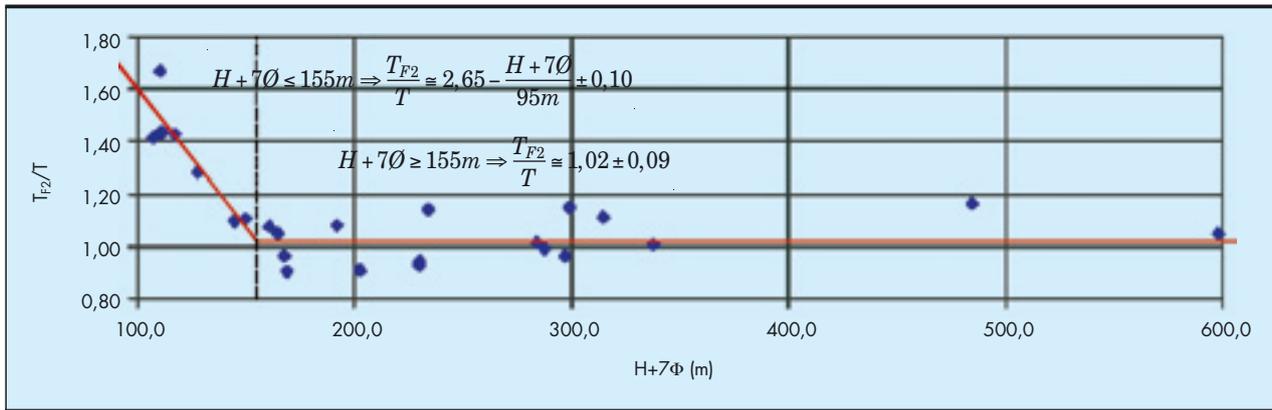


FIGURA 6. Variación de la relación de presiones en cálculos 2D y 3D, con $H+7\Phi$.

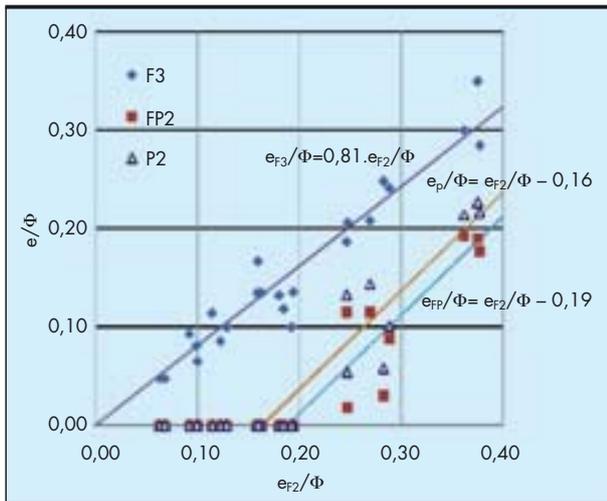


FIGURA 7. Relación entre los espesores de plastificación obtenidos en los diferentes cálculos.

En los cálculos con FLAC3D, los espesores de plastificación alrededor del túnel incluyen tanto el terreno plastificado en el estado final, como el que lo ha estado en alguna fase del cálculo.

Los resultados de los cálculos se presentan en la tabla 4 y las figuras 6 a 8. Las conclusiones que se obtienen son las siguientes:

- T_{F2}/T es aproximadamente igual a la unidad, para valores altos de la profundidad y del diámetro ($H+7\Phi > 140m$). En caso contrario, el efecto tridimensional puede resultar importante y T_{F2}/T puede alcanzar valores de hasta 1,7.
- T_{F2}/T_P varía entre 1 y 7 con un valor medio de 2,1, y T/T_P varía entre 1 y 4, con un valor medio de 1,8, siendo la diferencia debida al efecto tridimensional indicado.
- Los resultados de los cálculos P2 y FP2 son similares. u_{FP} presenta un valor cercano a g y e_{FP} , igualmente, un valor cercano a e_P .
- Los espesores de plastificación e_{F3} y e_{P2} son similares entre sí, y sensiblemente superiores a e_P y e_{FP} .

Por consiguiente la diferencia de presiones obtenida entre los cálculos F3 y P2, una vez excluido el efecto tridimensional, es similar a la obtenida entre los cálculos F2 y FP2, y por el mismo motivo.

En el cálculo F2 (al igual que en F3), después de la excavación, el terreno se deforma libremente hasta “chocar” con el escudo, mientras que en el cálculo FP2, (al igual que en P2) la deformación del terreno se produce mientras se aplica la presión interior T_P . En el primer caso, **la ausencia de presión interior durante la deformación produce una plastificación del terreno muy superior, lo que hace que, para la misma deformación, la variación tensional sea inferior**, lo que da lugar a la diferencia de presiones observada. En la situación final, con la presión del escudo actuando, el terreno circundante vuelve en su mayor parte al régimen elástico, lo que ya no afecta a la presión.

En la figura 7 se muestra, para uno de los casos estudiados, las plastificaciones obtenidas en los distintos cálculos realizados.



FIGURA 8. Plastificaciones obtenidas en el caso 18.

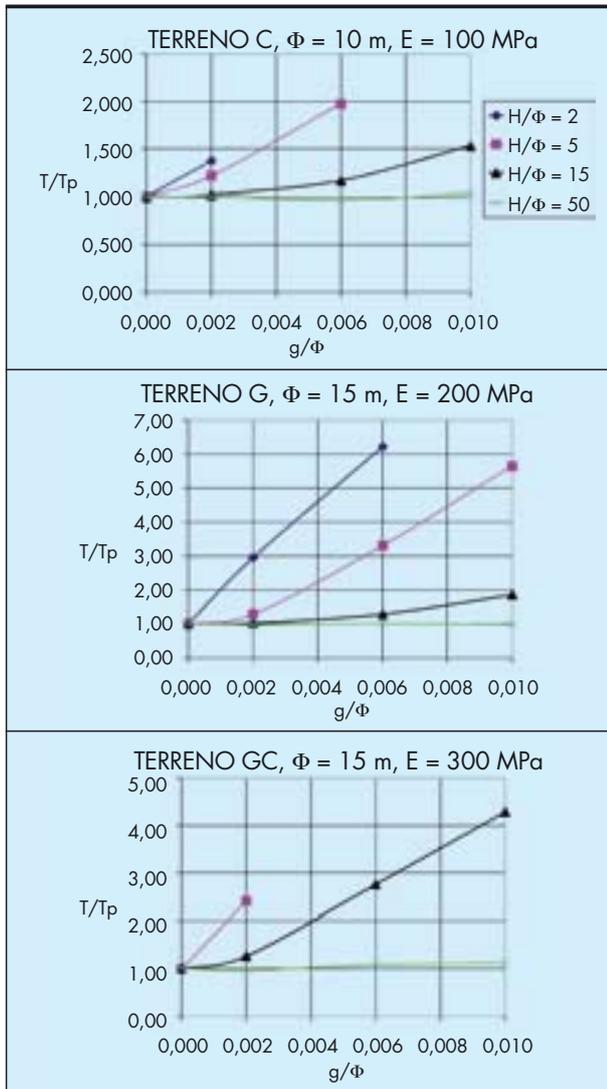


FIGURA 9. Relación entre T/T_p y g/Φ para diferentes casos del análisis paramétrico.

6.3. RELACIÓN T/T_p

Manteniendo constantes el resto de parámetros implicados, la relación entre T/T_p y g/Φ se aproxima bien a una curva creciente con una ordenada en el origen de valor unidad, de la forma siguiente (ver figura 9):

$$\frac{T}{T_p} \cong 1 + K \left(\frac{g}{\Phi} \right)^n \quad (11)$$

Se ha supuesto a n constante, es decir que no depende de las características del terreno ni de la tuneladora.

Para un determinado valor de n , el valor de K se obtiene en cada caso por regresión lineal. Una vez obtenido el valor de K para la totalidad de las curvas $T/T_p - g/\Phi$, se ha comprobado que, independientemente del valor de n , la relación entre K y el parámetro adimensional $E/(\lambda H)$, se ajusta bien a una recta para valores de $E/(\lambda H)$ inferiores a 150 (ver figura 11). Esto es:

$$K \cong A \left(\frac{E}{\gamma H} - B \right) \quad (12)$$

A partir de las parejas de valores A y B correspondiente a cada uno de los 3 tipos de suelo, se han obtenido relaciones lineales con los valores de c y φ :

$$A = a_1\varphi + a_2c + a_3 \quad B = b_1\varphi + b_2c + b_3 \quad (13)$$

Los valores de n y de a_i y b_i se han ajustado con vistas a optimizar la concordancia entre los valores proporcionados por las ecuaciones y los obtenidos en los cálculos. Con objeto de mejorar dicho ajuste, se han realizado cálculos adicionales (ver apartado 8), cuyos resultados se han comparado con los proporcionados por las ecuaciones obtenidas

Se han seleccionado, por tanto, valores de n , a_i y b_i que optimizan las siguientes condiciones:

- Valor medio del coeficiente de correlación r^2 de las curvas $T/T_p - g/\Phi$.
- Valor medio del coeficiente de correlación r^2 de las rectas $K - E/(\gamma H)$.
- Error cuadrático medio (E_{cm}) de la aplicación de las ecuaciones propuestas, en los cálculos del análisis paramétrico en que son aplicables (173).
- Error cuadrático medio de la aplicación de las ecuaciones propuestas en los 24 cálculos adicionales de comprobación (apartado 8.).

Se ha adoptado para n un valor de 1,4 (ver figura 10). Las ecuaciones aproximadas obtenidas han sido las siguientes:

$$B = 1,8\varphi - 41 \quad (\varphi \text{ en } ^\circ) \quad (14)$$

$$\frac{E}{\gamma H} < B \Rightarrow \frac{T}{T_p} \cong 1 \quad (15)$$

$$B \leq \frac{E}{\gamma H} \leq 150 \Rightarrow \frac{T}{T_p} \cong 1 + (1,5\varphi - 29) \left(\frac{E}{\gamma H} - B \right) \left(\frac{g}{\Phi} \right)^{1,4} \quad (16)$$

Si el valor de T obtenido con estas ecuaciones supera la presión geostática (γH), ha de limitarse a dicho valor.

Puede apreciarse que las ecuaciones propuestas son independientes de la cohesión, debido a que se obtuvieron resultados muy similares para los suelos granular y granular cementado, que sólo se diferencian en dicho parámetro.

En la figura 11 se muestran para los tres tipos de suelos estudiados la relación entre K y $E/(\gamma H)$. Puede apreciarse que, para cada tipo de suelo (agrupando G y GC) y para valores de $E/(\gamma H)$ inferiores a 150, la relación $K - E/(\gamma H)$ se ajusta bien a una recta. Las regresiones lineales realizadas presentan unos coeficientes de correlación r^2 comprendidos entre 0,96 y 0,99. Para valores de $E/(\gamma H)$ superiores a 150, se obtienen resultados mucho más dispersos, aunque para valores comprendidos entre 150 y 300, las regresiones obtenidas son una buena aproximación de una cota superior.

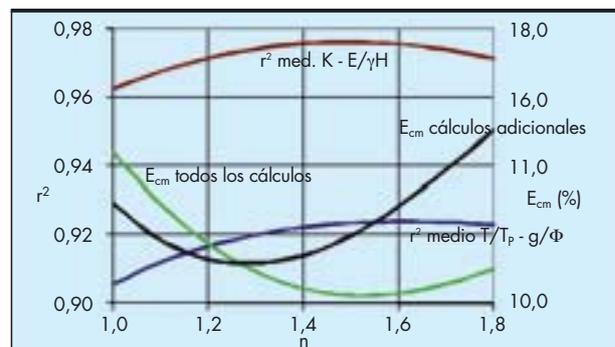


FIGURA 10. Ajuste de las regresiones realizadas en función del exponente n .

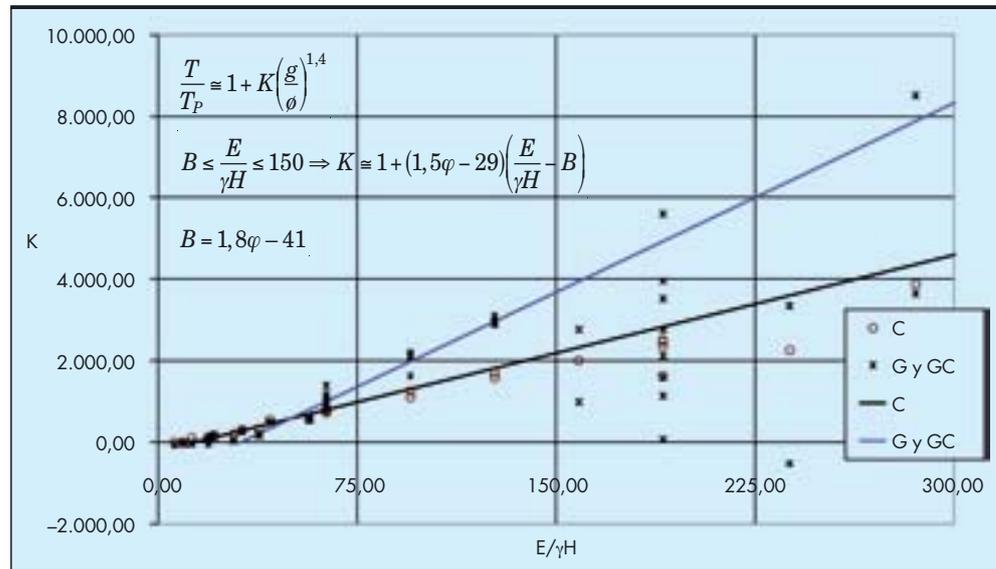


FIGURA 11. Relación entre K y $E/(\gamma H)$.

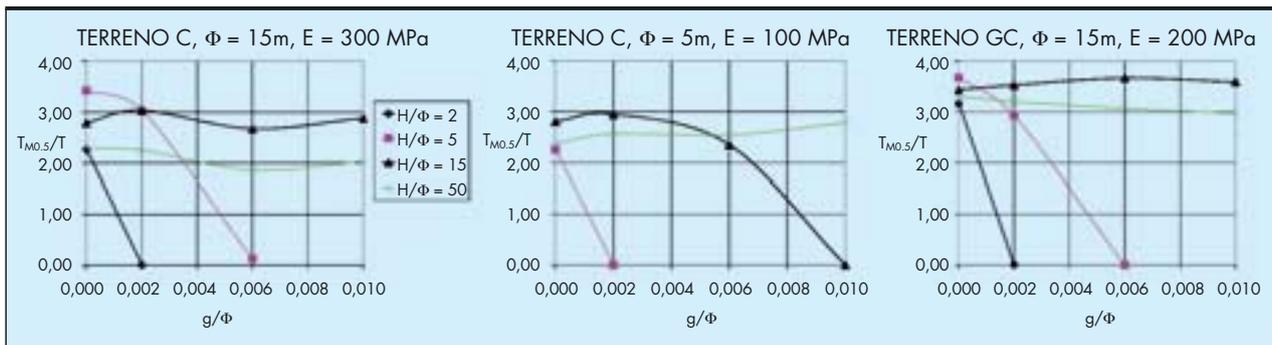


FIGURA 12. Relación entre $T_{M0,5}/T$ y g/ϕ para diferentes casos del análisis paramétrico.

7. RELACIÓN $T_{M0,5}/T$

Se ha analizado el valor de la relación entre la presión media en los últimos 0,5 m de la tuneladora, ($T_{M0,5}$, apartado 4) y la presión media, T , en función del resto de variables. En la figura 12 puede verse su variación en función de g/ϕ para diferentes casos del análisis paramétrico realizado. A grandes rasgos, la relación entre $T_{M0,5}/T$ y g/ϕ sigue el siguiente esquema: $T_{M0,5}/T$ presenta un valor aproximadamente constante desde $g/\phi = 0$ hasta un determinado valor de g/ϕ , a partir del cual decrece hasta 0.

En la figura 13 se representa para varios casos, la relación entre $T_{M0,5}/T$ y T/T_i , donde T_i es la presión de inyección de trasdós de dovelas, la cual se incluye en el análisis, por su evidente influencia en el valor de $T_{M0,5}$. Puede apreciarse que $T_{M0,5}/T$ presenta inicialmente un valor nulo, hasta un determinado valor de T/T_i , a partir del cual aumenta rápidamente hasta su valor máximo, que se mantiene después aproximadamente constante.

Se ha denominado F al valor de T/T_i , a partir del cual $T_{M0,5}/T$ presenta su valor máximo.

En los cálculos realizados, el valor de F varía dentro de los siguientes rangos:

- Terreno C (cohesivo): $F = 4$ a 6
- Terrenos G (granular) y GC (granular cementado): $F = 6$ a 12 .

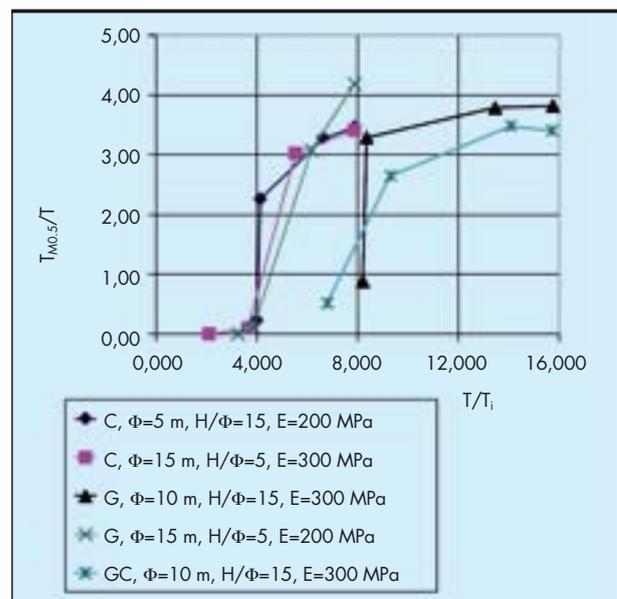


FIGURA 13. Relación entre $T_{M0,5}/T$ y T/T_i para diferentes casos del análisis paramétrico.

n°	c kPa	φ (°)	E MPa	i (°)	g (cm)	Φ (m)	H (m)	T _i kPa	T _p kPa	u _{FP} (cm)	T _{F2} /T	e _{F3} /Φ	e _{F2} /Φ	e _{FP} /Φ	e _P /Φ	T _{F2} /T _p	T/T _p	T _{M0,5} /T	T _{M0,5} MPa	ECUACIONES APROX.			
																				T/T _p	T _{M0,5} /T	T _{M0,5} MPa	¿T/T _p ?
1	6	44	185	10	4,0	6,5	65,0	200	137	3,8	1,67	0,19	0,25	0,12	0,13	6,92	4,15	0,00	0,00	3,89	3,88	2,07	<F1
2	8	39	150	10	4,2	12,5	80,0	150	905	4,0	0,96	0,13	0,18	0,00	0,00	1,59	1,65	2,86	4,27	1,61	3,79	5,52	>F1&<F2
2-1	8	39	150	10	4,2	12,5	80,0	250	905							1,58	1,94	2,78	1,61	3,79	5,52	>F1&<F2	
3	9	39	115	10	5,5	8,5	68,0	200	367	5,3	1,28	0,21	0,25	0,02	0,05	3,30	2,58	0,75	0,71	2,30	3,72	3,14	<F1
3A	9	39	115	0	5,5	8,5	68,0	200	359							2,43	0,84	0,73	2,30	3,72	3,08	<F1	
3B	9	39	115	15	5,5	8,5	68,0	200	371							2,57	0,90	0,86	2,30	3,72	3,18	<F1	
3-1	9	39	115	10	5,5	8,5	68,0	80	367							2,70	3,01	2,98	2,30	3,72	3,14	>F1&<F2	
4	13	42	160	10	2,5	11,5	149,5	200	2604	2,1	0,92	0,05	0,06	0,00	0,00	1,11	1,20	3,59	11,24	1,10	3,64	10,46	>F2
4-1	13	42	160	10	2,5	11,5	149,5	400	2604							1,17	3,36	10,28	1,10	3,64	10,46	>F1&<F2	
5	15	42	260	10	3,3	7	250,0	150	3364	3,2	1,15	0,11	0,11	0,00	0,00	1,35	1,18	3,26	12,89	1,28	2,94	12,66	>F2
6	16	32	140	10	4,0	13,5	74,3	200	921	3,7	0,90	0,12	0,18	0,00	0,00	1,49	1,65	2,68	4,08	1,40	3,47	4,48	>F1&<F2
6-1	16	32	140	10	4,0	13,5	74,3	300	921							1,57	1,94	2,81	1,40	3,47	4,48	=F1	
7	20	38	215	10	3,5	6,5	71,5	200	236	3,4	1,43	0,21	0,27	0,12	0,14	4,47	3,14	0,29	0,21	3,16	3,49	2,60	<F1
7A	20	38	215	0	3,5	6,5	71,5	200	215							3,42	0,17	0,13	3,16	3,49	2,37	<F1	
7B	20	38	215	15	3,5	6,5	71,5	200	248							3,07	0,34	0,26	3,16	3,49	2,73	<F1	
8	23	29	135	10	5,0	8,5	255,0	200	4133	4,5	1,11	0,06	0,10	0,00	0,00	1,21	1,09	2,61	11,79	1,15	2,49	11,87	>F2
9	27	34	190	10	5,0	11,5	517,5	200	9597	4,0	1,05	0,05	0,07	0,00	0,00	1,05	1,00	2,48	23,87	1,00	2,36	22,65	>F2
10	30	40	250	10	3,5	13,5	202,5	200	3255	3,2	0,96	0,09	0,09	0,00	0,00	1,18	1,23	3,74	14,96	1,21	3,41	13,38	>F2
11	34	28	165	10	4,0	6,5	61,8	200	320	3,8	1,41	0,30	0,36	0,19	0,21	2,93	2,08	1,77	1,18	2,23	3,03	2,17	=F1
11-1	34	28	165	10	4,0	6,5	61,8	100	320							2,34	2,95	2,21	2,23	3,03	2,17	>F2	
12	37	37	240	10	2,5	8,5	101,2	200	1038	2,4	1,07	0,14	0,19	0,00	0,00	1,72	1,60	2,76	4,58	1,66	3,33	5,74	>F1&<F2
13	40	33	220	10	3,5	11,5	149,5	200	2109	3,3	0,94	0,13	0,16	0,00	0,00	1,31	1,39	3,27	9,60	1,32	3,10	8,62	>F2
13A	40	33	220	0	3,5	11,5	149,5	200	2109							1,32	3,19	8,89	1,32	3,10	8,62	>F2	
13B	40	33	220	15	3,5	11,5	149,5	200	2103							1,37	3,23	9,29	1,32	3,10	8,59	>F2	
14	40	29	145	10	5,5	8	55,0	150	217	5,1	1,43	0,35	0,38	0,19	0,23	3,20	2,48	0,82	0,44	2,64	3,12	1,79	>F1&<F2
15	44	36	205	10	5,5	13,5	243,0	200	3818	5,1	1,01	0,08	0,10	0,00	0,00	1,22	1,22	3,17	14,71	1,18	3,08	13,94	>F2
15A	44	36	205	0	5,5	13,5	243,0	200	3818							1,18	3,09	13,93	1,18	3,08	13,94	>F2	
15B	44	36	205	15	5,5	13,5	243,0	200	3818							1,19	3,28	14,94	1,18	3,08	13,94	>F2	
16	47	41	260	10	3,0	6,5	188,5	200	2112	2,9	1,14	0,10	0,19	0,00	0,00	1,54	1,35	3,17	9,05	1,57	3,08	10,22	>F2
17	51	31	235	10	3,5	8,5	85,0	200	530	3,4	1,10	0,24	0,29	0,09	0,10	2,58	2,35	2,24	2,78	1,94	3,04	3,11	>F1&<F2
18	54	27	180	10	4,5	11,5	84,0	200	745	4,3	1,05	0,25	0,28	0,03	0,06	2,11	2,01	2,68	4,01	1,46	2,92	3,18	>F2
19	58	30	175	10	2,5	13,5	108,0	200	1769	2,2	0,90	0,09	0,12	0,00	0,00	1,21	1,34	3,07	7,26	1,15	3,00	6,12	>F2
19-1	58	30	175	10	2,5	13,5	108,0	100	1769							1,34	2,42	5,75	1,15	3,00	6,12	>F2	
19-2	58	30	175	10	2,5	13,5	108,0	300	1769							1,32	3,21	7,52	1,15	3,00	6,12	>F2	
20	60	32	255	10	5,5	12	200,0	150	2202	5,3	1,01	0,13	0,16	0,00	0,00	1,51	1,63	2,69	9,64	1,48	2,87	9,32	>F2
21	61	26	210	10	5,0	6,5	104,0	200	614	4,7	1,11	0,28	0,38	0,18	0,22	2,66	2,41	2,54	3,76	1,99	2,62	3,20	>F2
22	65	43	280	10	6,0	8,5	425,0	200	5884	5,6	1,16	0,10	0,13	0,00	0,00	1,32	1,14	3,17	21,23	1,00	2,88	16,96	>F2
23	68	33	180	10	5,5	11,5	207,0	200	3023	5,1	0,99	0,10	0,13	0,00	0,00	1,26	1,27	3,08	11,81	1,27	2,85	10,91	>F2
23A	68	33	180	0	5,5	11,5	207,0	200	3023							1,22	3,04	11,18	1,27	2,85	10,91	>F2	
23B	68	33	180	15	5,5	11,5	207,0	200	3023							1,25	3,29	12,38	1,27	2,85	10,91	>F2	
24	70	35	255	10	3,5	13,5	97,2	200	1024	3,4	1,08	0,17	0,16	0,00	0,00	1,60	1,48	3,11	4,71	1,58	3,15	5,09	>F1&<F2

TABLA 4. Resultados de los cálculos adicionales.

Puede suponerse, por tanto, a F comprendido entre dos valores, F_1 y F_2 , dependientes del tipo de terreno, para los que pueden estimarse los siguientes valores aproximados:

$$F_1 \approx 0,2\varphi - 2 \quad F_2 \approx 0,6\varphi - 12 \quad (\varphi \text{ en } ^\circ) \quad (17)$$

Para valores pequeños de F, $T_{M0,5}/T$ alcanza un valor nulo, lo que indica que la presión de inyección T_i , “separa” el terreno del final de la chapa.

Se ha analizado la relación entre el valor máximo de $T_{M0,5}/T$, y los parámetros de cálculo. No se aprecia una relación clara de dicho valor con el diámetro Φ , ni con el módulo de deformación E. Sí parece existir una relación decreciente con H/Φ , con coeficientes de correlación r^2 comprendidos entre 0,66 y 0,72 para los diferentes tipos de terreno:

$$T \geq F \cdot T_i \Rightarrow \frac{T_{M0,5}}{T} \approx 1 + C \cdot e^{-D \frac{H}{\Phi}} \quad (18)$$

Donde C y D son unos parámetros dependientes del tipo de terreno, para los que se han obtenido las siguientes relaciones lineales con c y φ :

$$C = 1,6 + \frac{4\varphi - c}{100} \quad (\varphi \text{ en } ^\circ, c \text{ en Kpa}) \quad (19)$$

$$D = 0,0004(80 - \varphi - 0,3c) \quad (20)$$

A efectos de diseño parece recomendable emplear para $T_{M0,5}/T$ el valor máximo dado por la ecuación (18), dada la poca precisión que se dispone del valor de F, y la dificultad de garantizar en la práctica un valor mínimo para T_i .

8. CÁLCULOS ADICIONALES DE COMPROBACIÓN Y AJUSTE

8.1. DATOS DE ENTRADA

Se han realizado cálculos adicionales con distintas combinaciones de los parámetros de entrada, con objeto de comprobar y ajustar las ecuaciones propuestas y definir su rango de aplicación. Los valores de cálculo han variado dentro de los rangos siguientes (ver simbología en apartado 5):

- c: 6 a 70 kPa
- φ : 26 a 44°
- g: 0,025 a 0,055 m
- H: 55 a 520 m
- Φ : 6,5 a 13,5 m
- g/Φ : $1,8 \cdot 10^{-3}$ a $7,7 \cdot 10^{-3}$
- H/Φ : 5,5 a 50
- E: 115 a 280 MPa
- $E/(\gamma H)$: 17 a 143
- T_i : 80 a 400 kPa
- γ : 20 a 21 kN/m³
- i = 0 a 15°

Se realizaron inicialmente 24 cálculos con un ángulo de dilatación, i de 10°, y una presión de inyección T_i de 200 kPa. Para 10 de los casos se hicieron nuevos cálculos haciendo variar i entre 0 y 15° y T_i entre 80 y 400 kPa, lo que ha permitido comprobar el efecto de la variación de ambos parámetros. En total se han realizado 41 cálculos adicionales. El resto de parámetros son los mismos empleados en el análisis paramétrico ($\nu = 0,3$, $k_0 = 1$, $u = 0$, $L = \Phi$).

8.2. RESULTADOS OBTENIDOS

Los resultados de los cálculos adicionales pueden verse en la tabla 4. Puede apreciarse que para cada uno de los casos se han comparado los resultados del programa FLAC3D y los ob-

tenidos con las ecuaciones aproximadas propuestas. Según se indica en el apartado 9, el ajuste obtenido es satisfactorio.

8.3. VARIACIÓN DE i Y DE T_i

El análisis paramétrico realizado y las ecuaciones aproximadas obtenidas corresponden a un ángulo de dilatación, i, de 10° y a una presión de inyección de trasdós de dovelas, T_i , de 200 kPa.

Para 5 de los casos estudiados en los cálculos adicionales, se han repetido los cálculos para valores de i de 0 y 15°, obteniéndose un efecto sobre los cálculos muy pequeño, por lo que las ecuaciones aproximadas siguen siendo aplicables. Igualmente, para otros 5 de los casos estudiados, se han repetido los cálculos para valores de T_i comprendidos entre 80 y 400 kPa, obteniéndose que el efecto sobre el valor de $T_{M0,5}$ se ajusta razonablemente a lo indicado en el apartado 7.

9. AJUSTE ENTRE LAS ECUACIONES PROPUESTAS Y LOS CÁLCULOS

En la tabla 5 se indica el error medio (E_m) y el error cuadrático medio (E_{cm}) respecto los resultados de los cálculos con FLAC3D al aplicar las ecuaciones aproximadas dentro de su rango de validez. En la tabla se ha denominado C.A. a los cálculos adicionales, C, al suelo cohesivo, G, al suelo granular y GC al suelo granular cementado (ver apartado 5). Para la obtención de T/T_P se han considerado los cálculos del análisis paramétricos en los que $E/(\gamma H) \leq 150$. En el caso de la obtención de $T_{M0,5}$, se han considerado en la tabla 5, los cálculos adicionales en que $T/T_i > F_2$ (ver apartado 7). La relación entre los valores aproximados y los cálculos con FLAC3D pueden verse de forma gráfica en las figuras 14 y 15.

Los errores obtenidos para la obtención de $T_{M0,5}$ son similares a los correspondientes a la obtención de $T_{M0,5}/T$, a pesar de que han de aplicarse de forma sucesiva dos ecuaciones aproximadas (obtención de T/T_P y de $T_{M0,5}/T$), lo que indica que los errores en la obtención de T/T_P y de $T_{M0,5}/T$ se han compensado parcialmente en la obtención de $T_{M0,5}$.

Parámetro a obtener	Suelo	E_m (%)	E_{cm} (%)
T/T_P (ecuac. 14 a 16)	C	4,7	6,3
	G	7,9	10,9
	GC	7,7	13,0
	C.A.	8,6	10,8
	Global	7,3	10,3
$T_{M0,5}/T$ (ecuac. 18 a 20)	C	12,4	16,1
	G	11,5	15,0
	GC	8,8	12,8
	C.A.	6,3	7,9
	Global	10,5	14,3
$T_{M0,5}$ (ecuac. 14 a 20)	C	12,7	17,0
	G	10,8	14,0
	GC	10,1	14,0
	C.A.	8,5	10,4
	Global	11,0	14,8

TABLA 5. Errores en el valor de T y de $T_{M0,5}$ al aplicar las ecuaciones aproximadas.

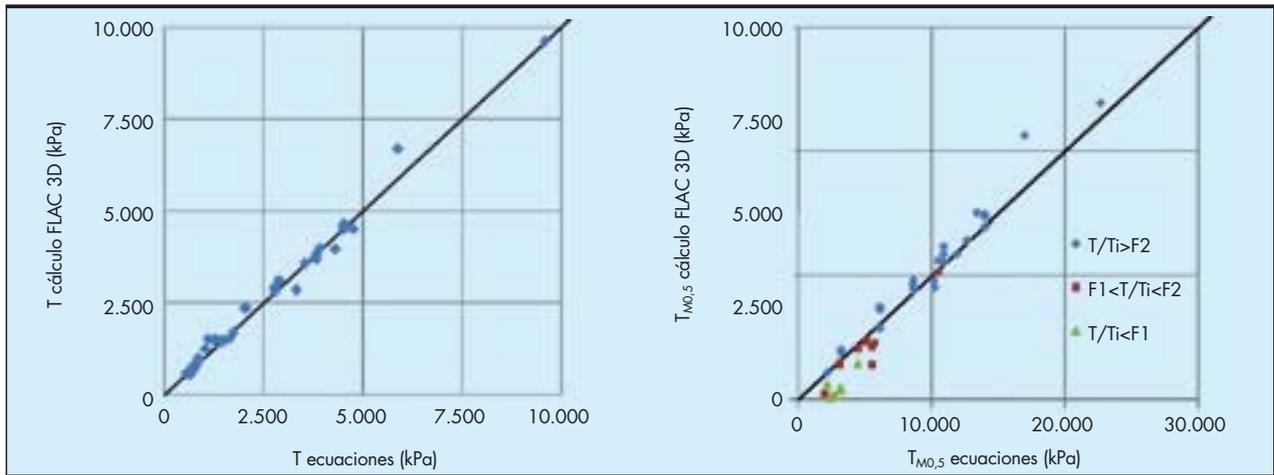


FIGURA 14. Relación entre los valores aproximados y obtenidos con FLAC3D de las presiones T y T_{M0,5}, en los cálculos adicionales.

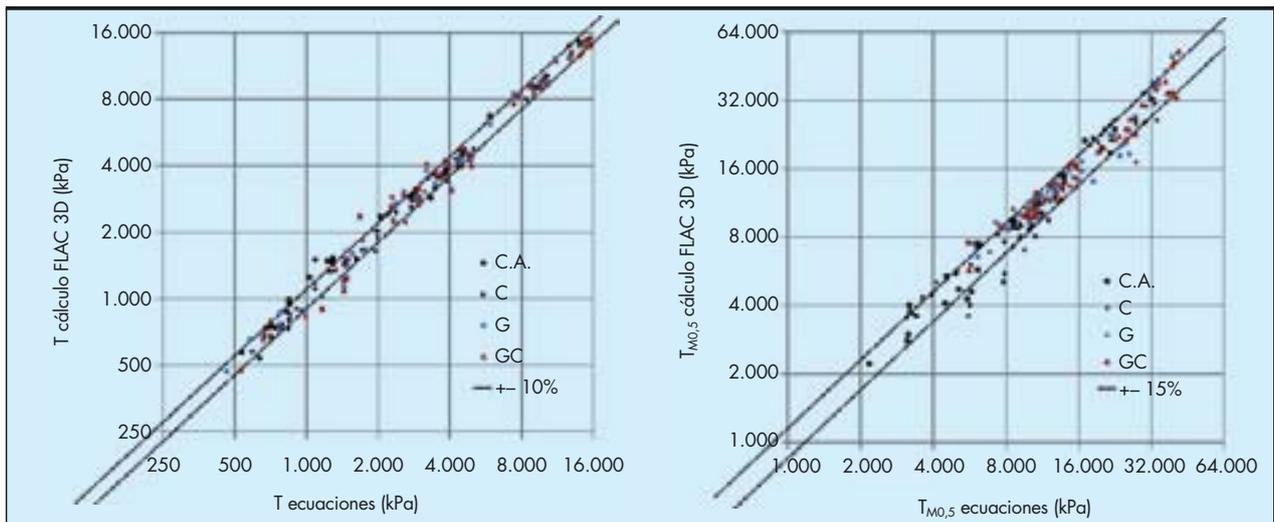


FIGURA 15. Relación entre los valores aproximados y obtenidos con FLAC3D de las presiones T y T_{M0,5}, en el análisis paramétrico y los cálculos adicionales (C.A.).

10. CONCLUSIONES

Se ha analizado la variación a lo largo de su eje longitudinal, de la presión normal media que ejerce el terreno sobre la chapa de una tuneladora en suelos, obtenida en el programa FLAC3D de diferencias finitas en 3 dimensiones. Presenta la forma general que se recoge en la figura 5: un amplio tramo central con una presión que puede suponerse aproximadamente constante, con un valor medio al que se ha denominado T, y, en la mayor parte de los casos, un acusado incremento en la parte final de la tuneladora, denominándose T_{M0,5} al valor medio en los 0,5 m finales de la tuneladora. Se ha comprobado que el valor de T es, en general, muy similar al valor medio de la presión a lo largo de toda la longitud del escudo.

Se ha comparado el valor de T con la presión T_p correspondiente a una deformación igual a g (espesor de sobreexcavación o gap terreno-escudo) según la solución analítica bidimensional de las curvas convergencia-confinamiento de PANET (1995). Se ha comprobado que T presenta en general un valor sensiblemente superior, debido a la mayor plastificación del terreno por la ausencia de presión interior durante la

deformación, lo que hace que, para la misma deformación, la variación tensional sea inferior.

Se propone en este artículo, una metodología simplificada de cálculo para obtener, a partir de T_p, una aproximación de los valores de T y T_{M0,5} que se obtendrían en un cálculo tridimensional de diferencias finitas con el programa FLAC3D. Las ecuaciones propuestas son las siguientes (ver simbología en apartado 5):

$$\frac{E}{\gamma H} < 1,8\varphi - 41 \Rightarrow \frac{T}{T_p} \cong 1 \quad (\varphi \text{ en } ^\circ, c \text{ en Kpa}) \quad (21)$$

$$1,8\varphi - 41 \leq \frac{E}{\gamma H} \leq 150 \Rightarrow \frac{T}{T_p} \cong 1 + (1,5\varphi - 29) \left(\frac{E}{\gamma H} - 1,8\varphi + 41 \right) \left(\frac{g}{\sigma} \right)^{1,4} \quad (22)$$

$$\frac{T_{M0,5}}{T} \cong 1 + \left(1,6 + \frac{4\varphi - c}{100} \right) e^{-0,0004(80-\varphi-0,3c)\frac{H}{\sigma}} \quad (23)$$

Para valores bajos de T/T_i, siendo T_i la presión de inyección de trasdós de dovelas, T_{M0,5}/T presenta valores inferiores al indicado, incluso nulos (ver apartado 7). Se recomienda, a efectos de diseño, utilizar el valor máximo que se proporciona en la ecuación (23).

La metodología descrita se considera aplicable a los siguientes rangos de datos (ver simbología en apartado 5):

- c : 5 a 70 kPa
- φ : 25 a 45°
- g/Φ : $\leq 0,012$
- H/Φ : 2 a 60
- Φ : 4 a 17 m
- E : 80 a 350 MPa
- $i \leq 15^\circ$
- $k_0 = 1$.
- $u = 0$

Los valores límite considerados para E , Φ , g/Φ y H/Φ sobrepasan en un 15 – 20% a los valores máximos y mínimos introducidos en el análisis paramétrico. La ecuación (22) es aplicable para $E/(\gamma H) \leq 150$. Para valores comprendidos entre 150 y 300, puede emplearse dicha ecuación como una aproximación de un límite superior.

Los cálculos se han realizado para $L/\Phi = 1$. Para valores menores, T podría ser algo menor, por el mayor efecto tridimensional. Si L/Φ es claramente superior a la unidad (comportamiento bidimensional), es previsible un valor de T superior, excepto para valores grandes de H y/o Φ (ver Figura 6).

El error cuadrático medio en la obtención de T y de $T_{M0,5}$, respecto a los valores correspondientes a un cálculo tridimensional de diferencias finitas con el programa FLAC3D, está en torno al 10 % en el caso de T , y al 15 % en el caso de $T_{M0,5}$.

11. AGRADECIMIENTOS

Se agradece la importante contribución, de Javier Lorenzo Romero, Alberto Jaén Toribio, Juan Ramón Barajas Íñigo y Santiago Carrillo Alonso, del Departamento de Geotecnia de Acciona Ingeniería, tanto en la realización de los cálculos, como en su interpretación.

12. REFERENCIAS

- AFTES (2001). "Recommendations on the convergence – confinement method". Paris, Francia.
- Alejano, L. y Alonso Prieto, E. (2006): "Metodología de las curvas convergencia-confinamiento aplicadas al diseño de túneles". Ingeotúneles, Libro 11, Capítulo 6. Ingeniería de túneles.
- Fe M. y Lorenzo, J. (2010) "Modelización, análisis retrospectivo y análisis de sensibilidad del Túnel Norte del Bypass Sur de la M-30 (Madrid)". Ingeniería Civil, N° 159. CEDEX. Madrid.
- ITASCA (2006). "FLAC3D, Fast Lagrangian Analysis of Continua in 3 Dimensions. User's Guide". Itasca Consulting Group, Inc. Minneapolis, USA.
- Medina, L. y Melis, M. (2000). "El modelo numérico de predicción de asientos para la ampliación del Metro de Madrid". Revista de Obras Públicas / Extraordinario-Diciembre 2000/N° 3.405.
- Medina, L. (2008). "Modelización de la excavación de túneles mediante EPB: diferencias finitas y elementos discretos". Aula Paymacotas. Ingeniería de Túneles. Jornada técnica: Túneles con EPB, simulación y control de la tuneladora. Barcelona.
- Panet, M. (1995): "Le calcul des tunnels par le méthode des curves convergence-confinement". Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées. Paris, Francia.