

Interpretación de los parámetros de la metodología "ADZ" por un procedimiento de advección-dispersión con el coeficiente de transporte función del tiempo

ALFREDO JOSÉ CONSTAIN ARAGÓN (*)

RESUMEN Los modelos de calidad de aguas son estructuras matemáticas y conceptuales en las que es posible predecir el comportamiento de diferentes aspectos de la dinámica de solutos o contaminaciones, dada una cierta información de entrada y unas ecuaciones básicas del modelo. Un grupo importante de metodologías dentro del estado del arte son las denominadas de Advección-dispersión (ADE), Almacenamiento Transitorio (TS) y de Zona Muerta Agregada (ADZ). La primera es la teoría básica mientras las segundas se caracterizan por un retraso de las partículas de soluto, que se almacenan temporalmente en las zonas periféricas de baja velocidad, llevando a modificar la forma de la curva de concentración. En este artículo se presenta de forma reducida una variación de la teoría clásica ADE en la que el Coeficiente Longitudinal de dispersión se toma como una función del tiempo, con el fin de eliminar una serie de problemas que fueron señalados para la teoría inicial. Estos nuevos desarrollos son aplicados a calcular los parámetros básicos de la teoría ADZ de zonas muertas, mostrando su gran poder de cálculo. Esta solución es aplicada a un caso experimental con resultados satisfactorios.

INTERPRETATION OF "ADZ" METHODOLOGY PARAMETERS BY AN ADVECTION-DISPERSION PROCEDURE WITH TRANSPORT COEFFICIENT AS TIME FUNCTION

ABSTRACT The quality of water models are mathematical and conceptual structures in which is possible to predict the behavior of different issues of solutes or contaminants, given certain input information and a basic model equations. An important group of methodologies in the state of the art are the so-called Advection- Dispersion Equation (ADE), Transient storage (TS) and Aggregated Dead Zone theory (ADZ). First is the basic theory meanwhile seconds are characterized by a delay of solute particles, which are transient stored in peripheral low velocity zones, leading to modify the shape of concentration curves.

In this article it is presented in a reduced form a variation of classic theory ADE in which Longitudinal Dispersion Coefficient is taken as a time function, with the aim of eliminate a series of problems which was stated to original theory. These new developments are applied to calculate the basic parameters of ADZ theory of dead zones, showing its great power. This solution is applied to an experimental case with satisfactory results.

Palabras clave: Metodologías de Transporte de masa, Cinemática, Modelación con trazadores.

Keywords: Mass transport methodologies, Kinematics, Tracer modelation.

1. METODOLOGÍA ADE

La ecuación diferencial básica de la teoría Advección-Dispersión ADE, se presenta enseguida siendo válida para una descripción mono-dimensional con un trazador conservativo (sin fuentes ni sumideros de masa).

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (1)$$

Como su nombre lo indica se considera explícitamente independientes los términos de advección (dependiente del movimiento macroscópico del flujo) y de dispersión (dependiente de las fluctuaciones). Su solución es la bien conocida función de Fick (2) que describe el comportamiento de la concentración promedio en el plano móvil asociado al centro de masa de la pluma, donde A es el área de la sección transversal del flujo y M es la masa de trazador vertida súbitamente.

$$C(x, t) = \frac{M}{A \sqrt{4\pi t E}} e^{-\frac{(x-Ut)^2}{4Et}} \quad (2)$$

Estas dos expresiones básicas del transporte de masa, además de requerir que el trazador llene uniformemente la sec-

(*) Ingeniero especialista. Gerente Hydrocloro Ltda, Bogotá, Colombia. Director I+D Amazonas Technologies, Cali, Colombia. E-mail: alfredo.constain@gmail

ción transversal implican que el coeficiente longitudinal de dispersión, E , sea constante para que el transporte dispersivo por fluctuaciones no dependa sino del gradiente de concentración (si E fuese una variable habría un factor extra de variación –diferente al gradiente mismo–). Esta consideración lleva a imponer la condición adicional de flujo uniforme, para el cual E es constante.

Dos graves problemas aquejan al modelo original de Taylor-Fick:

1. La "altura" (concentración pico) de las curvas experimentales no es replicado correctamente por la ecuación (2) y;
2. La asimetría de las curvas tampoco es descrita apropiadamente por la de Fick (2) especialmente en las etapas iniciales de la evolución de la pluma de trazador. (Jobson H.B. 1996).

2. METODOLOGÍA ZONA MUERTA AGREGADA (ADZ)

Desarrollada en 1983 (Beer y Young, 1983) (Runkel, 1998) a diferencia del Método TS , esta metodología se aparta completamente del esquema ADE , tratando de modelar el efecto real de "altura" y "asimetría" por medio de la retención de partículas en zonas de muy baja velocidad, llamadas genéricamente "Zonas muertas". La modificación conceptual principal de esta aproximación es que la mayor contribución a la mezcla dispersiva la produce el intercambio de partículas en las zonas muertas, medida está por el parámetro "Tiempo de residencia", Tr , que definirá más adelante. Esto también quiere decir que el mecanismo clásico de Dispersión de Taylor es significativamente menos importante, y por lo tanto cambian drásticamente las ecuaciones que guían el proceso. Se utiliza entonces una ecuación diferencial ordinaria de primer orden sin la participación del Coeficiente de transporte E .

Para su representación matemática se parte del hecho de que el balance de masa para un soluto conservativo se describe de la siguiente manera:

$$\frac{d[V_a \bar{S}(t)]}{dt} = Q(S_u(t - \tau) - S_o(t)) \quad (3)$$

Con las siguientes definiciones:

- V_a = Volumen total de agua en el tramo considerado.
 $\bar{S}(t)$ = Concentración promedio de soluto en el tramo.

- $S_o(t)$ = Concentración de soluto aguas abajo en el tramo.
 $S_u(t)$ = Concentración de soluto aguas arriba en el tramo.
 τ = Tiempo de retraso advectivo.
 Q = Caudal de descarga.

Este modelo tiene los supuestos básicos:

Se considera el tramo del cauce como un sistema imperfectamente mezclado en el que se puede identificar por aparte la advección pura y la dispersión longitudinal de la nube de soluto. La advección pura se caracteriza mediante el parámetro "tiempo de retraso advectivo", τ y el parámetro ts o "tiempo total de viaje del soluto". La dispersión longitudinal se caracteriza mediante la diferencia entre los dos desfases anteriores que se denomina "Tiempo de residencia", Tr .

$$Tr = ts - \tau \quad (4)$$

La interpretación intuitiva de esta ecuación básica es que el tiempo entre la aparición de las primeras partículas y la aparición efectiva de la masa (en el Centroide de masa o sea en el pequeño círculo blanco) es mayor en tanto haya más dispersión. Por lo tanto Tr mide esta característica Figura 1.

En realidad para observar la naturaleza dinámica de estos tiempos (Tr va cambiando con el tiempo) se prefiere referirlos a desfases entre los frentes de concentración y entre los centroides de distribución de una misma curva tomada en secuencia. De esta forma se involucra la naturaleza no uniforme de este proceso. Figura 2.

2.- El modelo también asume que la concentración de soluto aguas abajo ("de salida") está relacionada linealmente con la concentración promedio en el elemento de volumen considerado.

$$\bar{S}(t) = k_1 S_o(t) \quad (5)$$

Aquí k_1 es un factor de dispersión que define las características de mezcla del soluto en el tramo. Para una condición de "mezcla perfecta" $k_1=1$. También se considera que el volumen completamente mezclado V es una fracción de del volumen total del tramo V_a :

$$V = k_1 V_a \quad (6)$$

También se puede escribir que:

$$\frac{V}{V_a} = \frac{Tr}{ts} = k_1 \quad (7)$$

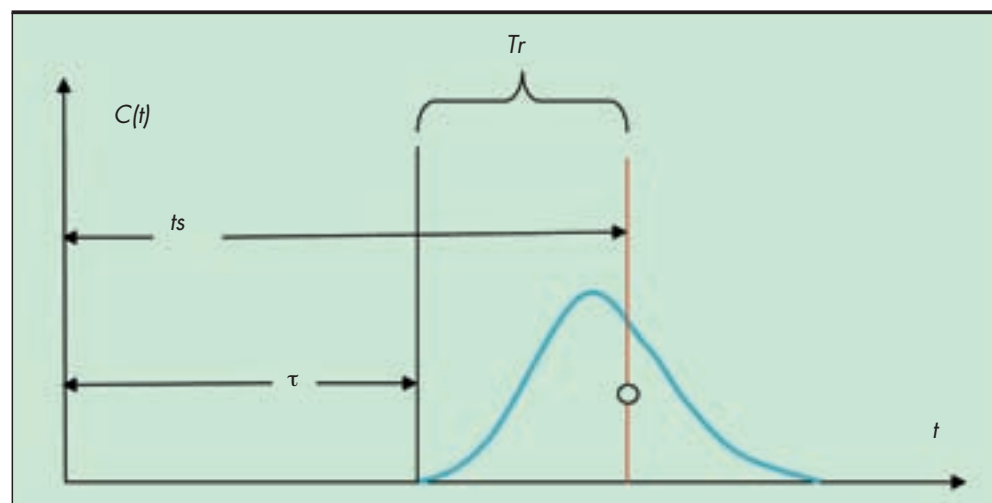


FIGURA 1. Definiciones temporales básicas de ADZ.

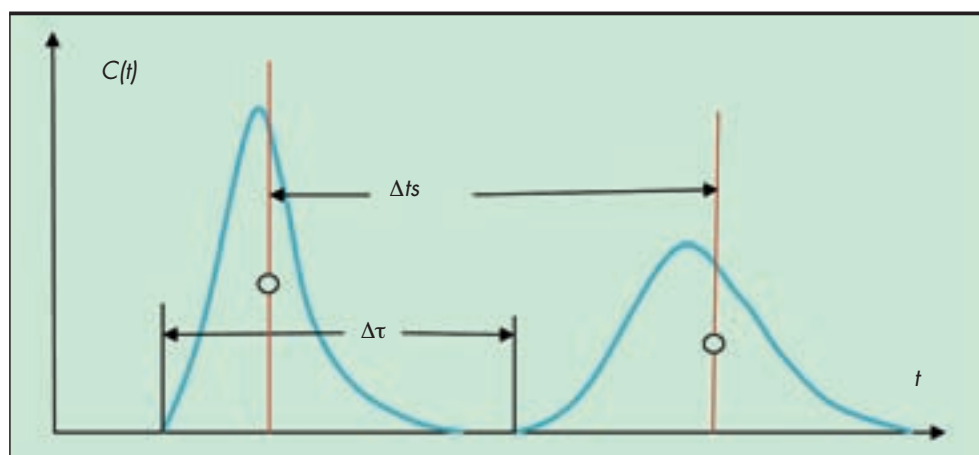


FIGURA 2. Cálculo práctico de estas definiciones.

La velocidad de transporte del soluto es a la misma a la cual se mueve el centroide, si X es la distancia considerada, entonces:

$$U_s = \frac{X}{t_s} \quad (8)$$

Esta velocidad se considera menor que la velocidad del flujo debido al efecto de retención por las Zonas muertas periféricas. Se define entonces el coeficiente de retraso del soluto, β , como:

$$U_s = \frac{U}{(1 + \beta)} \quad (9)$$

Aquí U es la velocidad media del flujo. Ahora si se considera que:

$$Q = \frac{V}{T_r} \quad (10)$$

Entonces queda que:

$$\frac{d[S_o(t)]}{dt} = \frac{1}{T_r} (S_u(t - \tau) - S_o(t)) \quad (11)$$

Esto quiere decir que de acuerdo con los autores del modelo, el cambio diferencial en el tiempo para la concentración

aguas abajo (salida) se puede relacionar directamente con la diferencia finita en el tiempo de la concentración aguas arriba (entrada) y la propia concentración aguas abajo. La concentración aguas arriba está desfasada en τ con respecto a la variable independiente t (que cumple en general el papel de t_s). El tiempo finito en el que se observa este transporte es el tiempo dispersivo (Tiempo de residencia) T_r . Un coeficiente importante en este modelo es la llamada “Fracción dispersiva”, definida de las siguientes formas:

$$DF = \frac{V}{S} = \frac{T_r}{t_s} \quad (12)$$

Estas definiciones implican que se mide la razón entre el volumen activo de mezcla, V , y el volumen total del tramo para el cauce, S . También la razón entre el tiempo de Residencia del trazador y el tiempo asociado al centroide.

3. UNA APROXIMACIÓN A LA ADVECCIÓN-DISPERSIÓN USANDO UN COEFICIENTE LONGITUDINAL DE DISPERSIÓN FUNCIÓN DEL TIEMPO

3.1. FUNDAMENTOS

Una posible explicación al comportamiento “anómalo” de los modelos clásicos con referencia a las curvas experimentales es

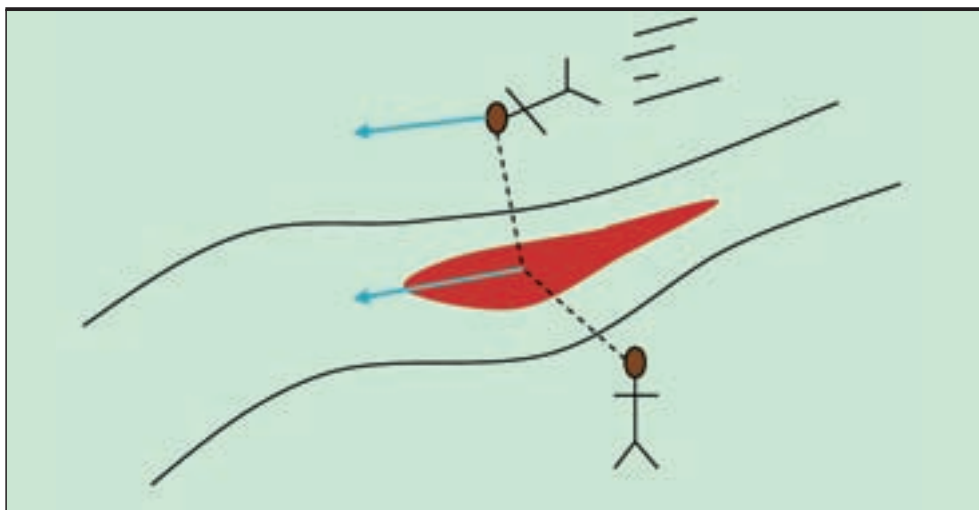


FIGURA 3. Dos versiones diferentes del mismo fenómeno.

que se haya incurrido en un problema de interpretación cinemática, ya que dos diferentes observadores verán dos diferentes curvas para la misma nube de trazador. Uno de ellos fijo en la orilla vera una curva *asimétrica* (por la composición de las velocidades dispersivas y la advectiva) y el otro moviéndose con la velocidad media U sobre la pluma la vera estática en su sistema y *simétrica* (por no tener composición de velocidades). Figura 3.

Es posible mostrar que un coeficiente de transporte función del tiempo implica una forma de hacer que las ecuaciones básicas se acomoden a cada caso. En este tipo de análisis físicos siempre aparece la necesidad de definir la razón de las velocidades que se componen, para el trazador en sí mismo y para el flujo en el que evoluciona.

$$\phi(t) = \frac{V_{disp}}{U} \quad (13)$$

También es posible afirmar que $E(t)$ implica una velocidad media del flujo con la siguiente forma

$$U = \frac{1}{\phi(t)} \sqrt{\frac{2E(t)}{\tau}} \quad (14)$$

Aquí τ es el tiempo característico de dispersión y $\Phi(t)$ es una función que describe el grado de asimetría de la curva de concentración. La función $\Phi(t)$ que aparece en esta ecuación es en realidad una función de estado y por lo tanto da cuenta de la evolución termodinámica de la pluma de soluto.

Para desarrollar una metodología específica a partir de estas ideas nuevas interesa en primer lugar despejar el Coeficiente E . Se puede demostrar que la relación que existe entre τ como tiempo característico y t como tiempo general (variable independiente) está determinada por la distribución de Poisson aplicada al movimiento totalmente aleatorio (estadístico) de las partículas del trazador. (Constain *et al*, 2011) Esta relación numérica es:

$$\frac{\tau}{t} = \beta \approx 0.215 \quad (15)$$

Por lo tanto despejando E en la ecuación (14) queda:

$$E = \frac{\phi^2 U_x^2 \beta t}{2} \quad (16)$$

Esta nueva metodología será denominada INIRIDA DEEP FLOW (IDF) por cuanto así se llama el equipo que materializa su aplicación práctica.

3.2. REDEFINICIÓN DE LA FUNCIÓN DE FICK Y CÁLCULO DEL CAUDAL

Si se parte de la ecuación (16) y se reemplaza en la ecuación clásica de Fick (2) se llega a una nueva relación para la concentración del soluto en función del tiempo. Aquí el sumando C_0 es la concentración salina de fondo del cauce considerado. El caudal Q aparece por cuanto en la expresión final del denominador aparece el producto área por velocidad ($U \cdot A$).

$$C(t) = \frac{M}{Q \times \phi \times t \times \sqrt{2\pi\beta}} e^{-\frac{(X-U)t^2}{2\phi^2 U^2 \tau^2}} + C_0 \quad (17)$$

3.3. FUNCIÓN Φ

La función Φ que aparece en la ecuación (14) es de gran importancia en este modelo alternativo, ya que representa la evolución de la pluma de trazador en sus principales aspectos, y por lo tanto puede ser usada aproximadamente para calcular los parámetros ADZ desde la perspectiva del nuevo método. La función $\Phi(t)$ define la asimetría de la curva de trazador como se ha establecido antes. Su naturaleza es termodinámica y por lo tanto tiene un comportamiento ascendente y luego descendente implicando una dinámica cerrada en la curva C (función de estado). Se utiliza solamente el flanco descendente de la curva. En la Figura 4 se muestran valores probables de sus toques notables en la parte superior e inferior de la función y el punto (línea roja) para el cual la sustancia trazadora llena uniformemente la sección transversal del cauce en condición de Mezcla completa (a la "Longitud de mezcla").

$$\oint_C d\phi = 0 \quad (18)$$

3.4. CÁLCULO PRÁCTICO DE ϕ

En la práctica ϕ se mide en la curva de soluto en examen, conociendo la distancia desde el punto de inyección súbita y el

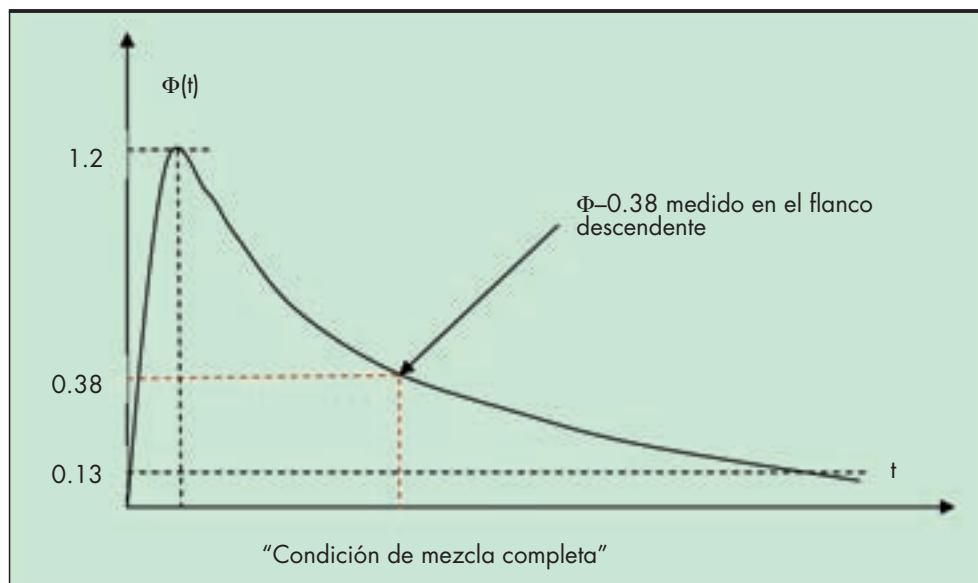
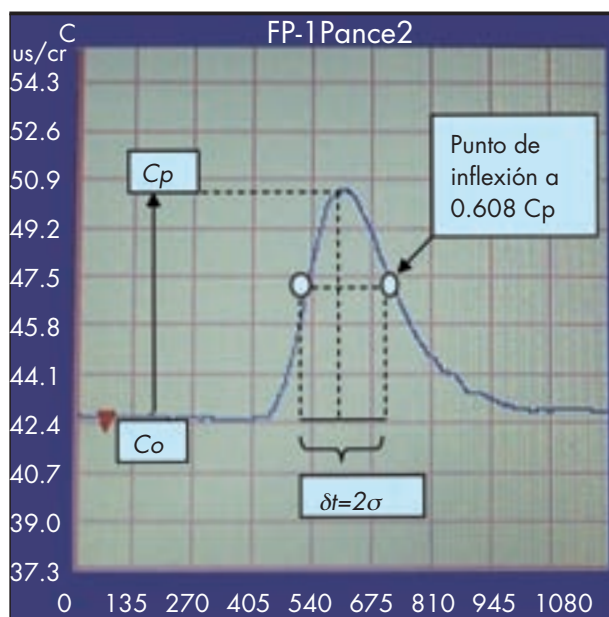


FIGURA 4. Curva típica de la función Φ .


 FIGURA 5. Medición práctica de Φ a partir de los datos de la curva de trazador.

punto de medición fijo en la orilla y estableciendo el tiempo transcurrido entre estos dos eventos. En la Figura 4 se muestra una pantalla de un instrumento de software útil para medición y análisis de cauces con el tiempo como abscisa (t =segundos). En esta pantalla se muestra el instante de inyección súbita de una masa determinada de trazador mediante una pequeña flecha roja. La curva de trazador (sal común en el caso mostrado) se superpone en una concentración de fondo C_0 , correspondiente a la concentración iónica de los aportes diversos del lecho y la escorrentía. Figura 5.

En Figura 5 se hacen los cálculos para la función Φ . De la teoría Gaussiana básica y de la definición temporal para E se tiene que:

$$y(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (19)$$

$$\delta t = 2\sigma = 2\sqrt{\beta} \phi t \quad (20)$$

Por lo tanto Φ se calcula a partir de la siguiente fórmula con todos los datos conocidos, ya que δt y t se miden en la curva y $\beta \approx 0.215$ (Constain *et al.*, 2012):

$$\phi = \frac{\delta t}{2t\sqrt{\beta}} \quad (21)$$

3.5. CÁLCULO DEL TIEMPO DE LLEGADA DE LAS PARTÍCULAS DE TRAZADOR, CORRESPONDIENTE A τ (ADZ)

Una definición importante que se obtiene del análisis de la ecuación modificada de Fick es la correspondiente a la desviación estándar que se obtiene de la interpretación Gaussiana de las expresiones correspondientes. Este análisis permite además tener otra forma alterna de calcular a Φ , y por lo tanto comparar con el primer método delineado anteriormente.

La desviación estándar, σ , sirve para determinar los puntos "extremos" de la curva real de trazador, en especial el punto más "avanzado" correspondiente a la llegada de las primeras partículas del soluto. Se sabe de la estadística matemática que un 95% del área de la curva Gaussiana se cu-

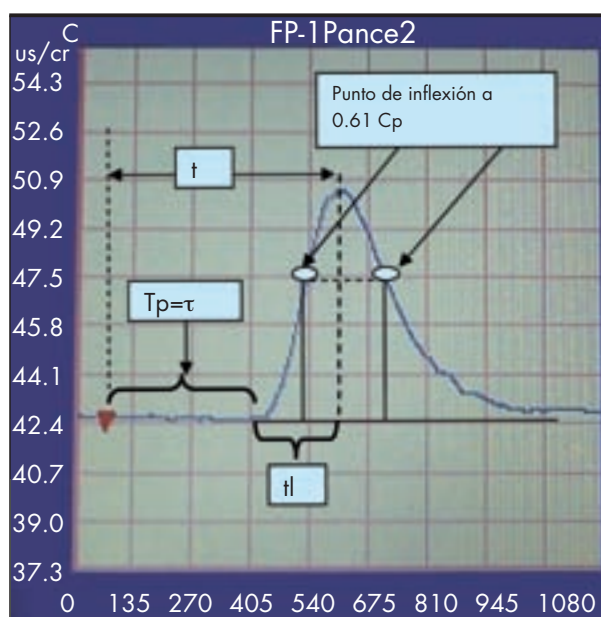


FIGURA 6. Cálculo de los tiempos extremos de una curva de soluto.

bre aproximadamente con dos desviaciones a partir de centro de la curva. Esta indicación sirve para calcular en avance el tiempo en el cual aparecerán las primeras partículas de trazador. Entonces si se llama a " t_1 " como el tiempo contado desde el centro de la curva en que aparecen las primeras partículas de soluto dispersándose, se tendrá como en la Figura 6.

Se tiene entonces:

$$t_1 \approx 2 \times \sqrt{\beta} \phi t \quad (22)$$

$$T_{\text{primeras partículas}} = T_p \approx t - t_1 = t(1 - 2 \times \sqrt{\beta} \phi) \quad (23)$$

Dentro de definiciones de la metodología ADZ se tiene:

$$\tau \approx T_p = t(1 - 2 \times \sqrt{\beta} \phi) \quad (24)$$

Dado que esta fórmula involucra la naturaleza dinámica del movimiento del frente de distribución (involucrada en $\Phi(t)$), no es necesario utilizar dos curvas secuenciales.

3.7. CÁLCULO DEL TIEMPO DEL CENTROIDE, t_s (ADZ)

Tal como se explica en un artículo anterior del autor (Constain, 2012) la función Φ al medir la asimetría de la curva también es sensible a la disponibilidad de la masa del trazador (comparación entre masa ideal y masa efectiva), por lo tanto, en principio, se puede igualar a varias otras razones dentro de la dinámica de la dispersión en flujos turbulentos, entre ellas la razón del tiempo del centroide al tiempo del centro de masa (concentración pico), rq :

$$\phi = f\left(\frac{V_{\text{disp}}}{U}, \frac{M_{\text{ideal}}}{M_{\text{efectiva}}}, \dots, \frac{1}{2\sqrt{\beta}} \frac{\delta t}{t} \frac{t_s}{t_0}\right) \quad (25)$$

Esta curva matemática sería una recta con una pendiente a 45° con inicio en el origen. Figura 7.

Sin embargo el valor límite del tiempo del centroide es el tiempo del centro de masa (concentración pico), por lo tanto el valor límite inferior es $rq=1$. Esta condición se obtiene para valores cercanos a $\Phi \approx 0.38-0.5$, por lo tanto, la grafica anterior toma la siguiente forma esquemática. Figura 8.

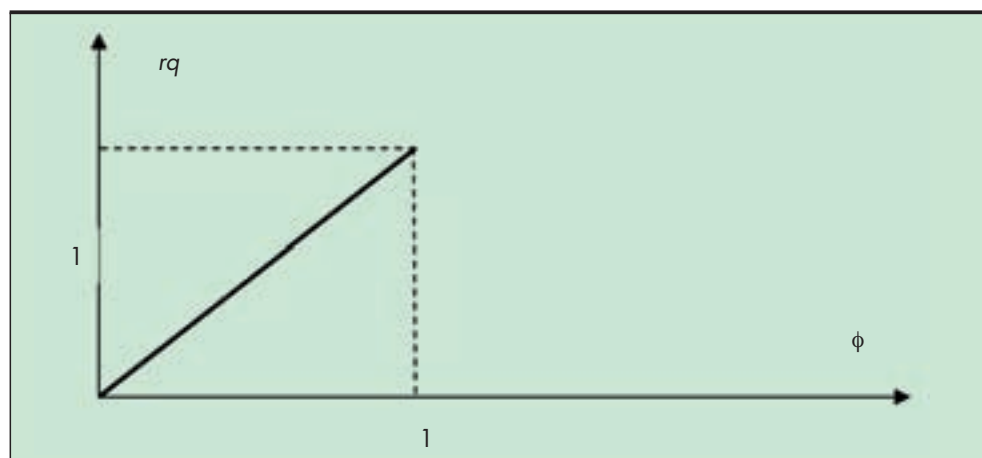


FIGURA 7. Recta básica para r en función de ϕ .

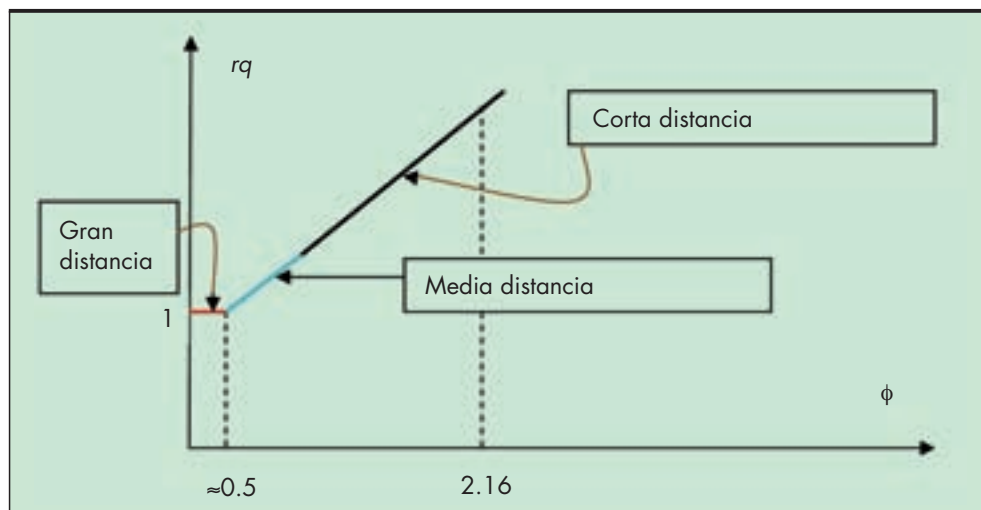


FIGURA 8. Ajuste para la recta que relaciona a r en función de ϕ .

Se puede demostrar que para $r_q=4$ ϕ vale 2.16 mientras que para $r_q=2$ ϕ vale 1.08. Para $\phi < 0.38$ r_q tiende a 1. Por lo tanto se puede plantear:

$$r_q(\phi) = \frac{t_s}{t_0} \approx 1.0 \quad \text{Si } \phi < 0.38 \quad (26)$$

$$r_q(\phi) = \frac{t_s}{t_0} \approx \phi + 1.0 \quad \text{Si } \phi > 1.1 \quad (26 \text{ bis})$$

Una aproximación aceptable para esta función en todo el dominio de ϕ es:

$$r_q(\phi) = \frac{t_s}{t_0} \approx 0,9 \phi^{1,55} + 1.0 \quad (27)$$

En la Figura 9 se muestra esta relación aproximada entre r_q y ϕ teniendo en cuenta los criterios de ajuste anteriores.

A partir de estas apreciaciones se puede definir tres regiones notables en la curva:

1. Región cercana (línea roja) para valores bajos de ϕ (hasta $\phi \approx 0.38$) en los que el centroide y el centro de masa estarán muy cercanos, $r_q=1$. Esta situación es para sitios de medición de la curva de trazador alejados del vertimiento en los que las curvas tienen ya una marcada simetría Fickiana.

2. Región mediana (línea azul) en la que ϕ tiene valores medio (desde $\phi \approx 0.38$ hasta $\phi \approx 0.50$). En esta región la asimetría No-Fickiana es mayor y corresponde a sitios de medición intermedios.
3. Región lejana (línea negra) en la que ϕ tiene valores altos ($\phi > 1.1$) y los sitios de medición son muy cercanos al punto de vertimiento y las curvas de trazador son muy asimétricas. En estos tres casos r_q disminuye con la distancia.

Por lo tanto, se puede entonces calcular aproximadamente el tiempo del centroide en función del tiempo de la concentración pico:

$$t_s \approx r_q(\phi) t_0 \quad (28)$$

Este es el segundo parámetro de interés en la metodología ADZ. El tiempo de residencia del trazador es, en función de ϕ , como sigue, calculado para las dos curvas sucesionales:

$$Tr = \Delta t_s(\phi) - \Delta \tau(\phi) \quad (29)$$

El valor entre el paréntesis es pequeño pero crece al pasar el tiempo, lo que implica que el tiempo de residencia ADZ crece paulatinamente en tanto avanza la pluma.

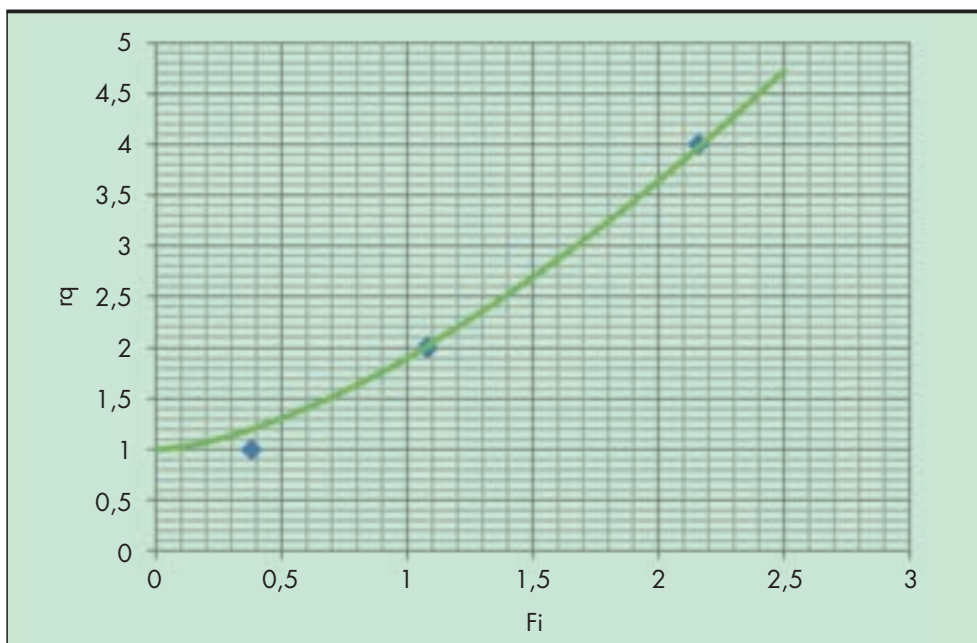


FIGURA 9. Curva aproximada para la relación entre r_q y Φ .

La fracción dispersiva (otro parámetro de interés en la teoría ADZ) calculado para las dos curvas secuenciales es entonces:

$$DF = \frac{T_r(\phi)}{\Delta t_s(\phi)} \quad (30)$$

La ventaja de estas definiciones sobre las versiones originales de la teoría ADZ es que al disponerse de una función cuya definición en función del tiempo puede conocerse, permite predecir en avance las características de estos parámetros y no solo medirlos para un caso específico.

4. APLICACIONES PRÁCTICAS DE LAS FÓRMULAS PARA PARÁMETROS ADZ EN FUNCIÓN DE Φ

En seguida se presentan aplicaciones de los cálculos de los parámetros ADZ en función de los parámetros IDF, en especial la función de asimetría, Φ . Se comienza con una aplicación de bajos valores de Φ en el que $r_q \approx 1$ (Canal Caltech, USA). Luego se pasa a un caso en el que Φ tiene valores intermedios (río Guavio, Colombia) y un $r_q > 1$. Por último se estudia un caso en el que Φ tiene valores más altos y r_q crece más aún.

4.1. CANAL CALTECH

Este experimento permite verificar las fórmulas para el “Rango cercano” para la fórmula $r(\Phi)$. Este experimento fue realizado por H.B. Fischer en el canal calibrado de 40 metros con pendiente ajustable y recirculación, del W.M Keck Laboratory de Caltech en 1966 (Fischer, 1966), con el fin de verificar la fórmula de Elder para la dispersión en canales. Este es un canal rectangular de paredes de plástico y lecho de acero inoxidable. Tiene un recorrido uniforme desde 0.0 m hasta los 38.6 m. Para el experimento en cuestión se utilizó una pendiente de 0.0002 ajustada mediante los aparejos mecánicos de precisión del laboratorio. El experimento denominado por su autor como “Series” 2700 consistió en ocho vertimientos (“Run”) con sal común. Cuatro (2700 a 2704) hechos a $X1 = 14.06$ m y otros cuatro (2705-2708) hechos a $X2 = 25.06$ m. Figura 10.

La Tabla 1 muestra los datos básicos del trazador salino aplicado al experimento (Método IDF). Mientras que las dos



FIGURA 10. Aspecto del montaje medición de trazadores en el canal Caltech, USA.

Sitio	Φ	C_p (Mg/l)	t_0 (s)	U (m/s)
$X1 = 14.06$ m	0.137	135.0	37.8	0.372
$X2 = 25.06$ m	0.130	78.8	67.4	0.372

TABLA 1. Datos del trazador salino en el canal Caltech (metodología IDF).

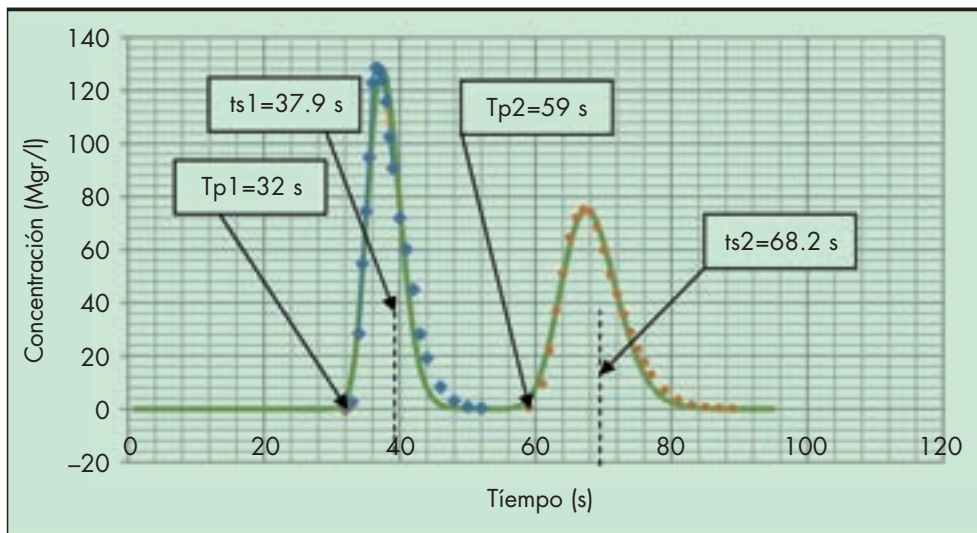


FIGURA 11. Curvas secuenciales en el canal Caltech para análisis ADZ.

curvas secuenciales se muestran en la Figura 11 con los valores experimentales notables que luego se comparan con los valores calculados.

Para la estimación experimental del tiempo del centroide, t_s se utiliza la fórmula estadística usual (calculado mediante EXCEL):

$$t_s \approx \frac{\sum_i A_i \times t_i}{\sum_i A_i} = \frac{\sum_i (c_i \Delta t_i) \times t_i}{\sum_i (c_i \Delta t_i)} \quad (31)$$

La Tabla 2 muestra los datos experimentales individuales y en secuencia que se obtienen para el análisis de los parámetros ADZ de estas curvas.

Verificación de estos valores experimentales mediante el cálculo con fórmulas IDF (ecuaciones 24, 27 y 28):

4.1.1. Cálculo de los datos individuales

Se aplican las ecuaciones (24) y (28):

$$X1 = 14.06 \text{ m}$$

$$\tau_1 = T_{P-1} \approx t_{01}(1 - 2\sqrt{\beta} \phi_1) = 37.6(1 - 2 \times 0.464 \times 0.137) = 32.8 \text{ s}$$

$$t_{s1} \approx 1.04 t_{01} = 1.04 \times 37.6 = 39.1 \text{ s} \quad r_q = 1.04 \text{ para } \Phi = 0.137$$

$$X2 = 25.06 \text{ m}$$

$$\tau_2 = T_{P-2} \approx t_{02}(1 - 2\sqrt{\beta} \phi_2) = 67.7(1 - 2 \times 0.464 \times 0.130) = 59.5 \text{ s}$$

$$t_{s2} \approx 1.03 t_{02} = 1.03 \times 67.7 = 69.7 \text{ s} \quad r_q = 1.03 \text{ para } \Phi = 0.130$$

4.1.2. Datos de las 2 curvas secuenciales

A.- Tiempo de residencia, T_r :

De acuerdo con la Tabla 3 y aplicando las ecuaciones (29) y (30) se tiene:

$$\Delta t_s = 67.7 \text{ s} - 37.6 \text{ s} = 30.1 \text{ s}$$

$$\Delta \tau = 59.5 \text{ s} - 32.8 \text{ s} = 26.7 \text{ s}$$

Por lo tanto:

$$T_r = 30.1 - 26.7 = 3.4 \text{ s}$$

B.- Fracción dispersiva, DF :

$$DF = \frac{T_r}{\Delta t_s} = \frac{3.4}{30.1} = 0.113$$

Los datos experimentales y los calculados teóricamente para esta jornada de campo se muestran en la Tabla 3.

4.2. RÍO SEVERN

Este experimento permite verificar las fórmulas para el "Rango mediano" para la fórmula $rq(\Phi)$ ya que $0.26 < \Phi < 0.41$. Este estudio de la dispersión usando trazadores conservativos fue realizado en el río Severn (Gales) por T.C. Atkinson, P.M. Davies y T.M. L. Wingley del Reino Unido (Davis *et al*, 2000). Para lograr esto las mediciones de trazador se hacen en un largo tramo de 14 kilómetros (entre Llanidloes y Caersws) utilizando seis puntos de aforo (estaciones de la A a la G) puestos uno detrás de otro en esta distancia. El trazador utilizado es Rodamina WT al 20%. Figura 12.

TABLA 2. Datos experimentales individuales y en secuencia ADZ del canal Caltech.

Sitio	τ (s)	$\Sigma A_i = \Sigma (c_i \Delta t_i)$	$\Sigma A_i t_i = \Sigma (c_i \Delta t_i) t_i$	$t_s = \Sigma A_i t_i / \Sigma A_i$ (s)	$T_r = \Delta t_s - \Delta \tau$ (s)	$DF = T_r / \Delta t_s$
X1=14.06 m	32.0	767.0	12803383	37.9	3.3	0.11
X2=25.06 m	59.0	767.0	5230.8	68.2		
$\Delta t_s = t_{s2} - t_{s1}$ (s)	—	—	—	30.3		
$\Delta \tau = \tau_2 - \tau_1$ (s)	27	—	—	—		

Sitio	Tp Medido (s)	Tp=τ Calculado (s)	ts Medido (s)	ts Calculado (s)	Tr Medido (s)	Tr Calculado (s)	DF Medido	DF Calculado
X1=14.06 m	32.0	32.8	37.9	37.6	3.3	3.4	0.109	0.113
Error porcentual	2.5%		3%					
X2=25.06 m	59.0	59.5	68.2	69.7				
Error porcentual	1.0%		2%		3%		3.7%	

TABLA 3. Comparación de datos individuales con las dos metodologías, ADZ e IDF.



FIGURA 12. Aspectos del río Severn (Gales) cerca de Caersws.

Para lograr un recorrido más largo (Y por lo tanto más discriminación) se utilizan las curvas de las estaciones A y C. Figura 13. Se muestran los datos correspondientes a estas curvas para los parámetros ADZ. Tabla 6.

La Tabla 4 muestra los datos básicos IDF del trazador fluorescente (RWT) aplicado al experimento.

Repitiendo el proceso que se hizo para el canal Caltech, se aplica ahora al río Severn. El Cuadro 5 muestra los datos experimentales individuales y en secuencia que se obtienen para el análisis de los parámetros experimentales ADZ para estas curvas.

Sitio	Φ	Cp (Ppb)	to (s)	U (m/s)
XA=210 m	0.41	1075	300	0.70
XC=2875 m	0.26	114.2	4129	0.70

TABLA 4. Datos del trazador salino para el río Severn (metodología IDF).

Verificación de estos valores experimentales mediante el cálculo con fórmulas IDF, repitiendo las consideraciones hechas en el cauce anterior.

4.2.1. Cálculo de los datos individuales:

$$XA = 210 \text{ m}$$

$$\tau_1 = T_{P-1} \approx t_{01}(1 - 2\sqrt{\beta}\phi_1) = 300(1 - 2 \times 0.464 \times 0.41) = 185.9 \text{ s}$$

$$t_{s1} \approx 1.20 t_{01} = 1.20 \times 300 = 360 \text{ s} \quad r_q = 1.2 \text{ para } \Phi = 0.41$$

$$XC = 2875 \text{ m}$$

$$\tau_2 = T_{P-2} \approx t_{02}(1 - 2\sqrt{\beta}\phi_2) = 4129(1 - 2 \times 0.464 \times 0.26) = 3132.8 \text{ s}$$

$$t_{s2} \approx 1.1 t_{02} = 1.1 \times 4129 = 4542 \text{ s} \quad r_q = 1.1 \text{ para } \Phi = 0.26$$

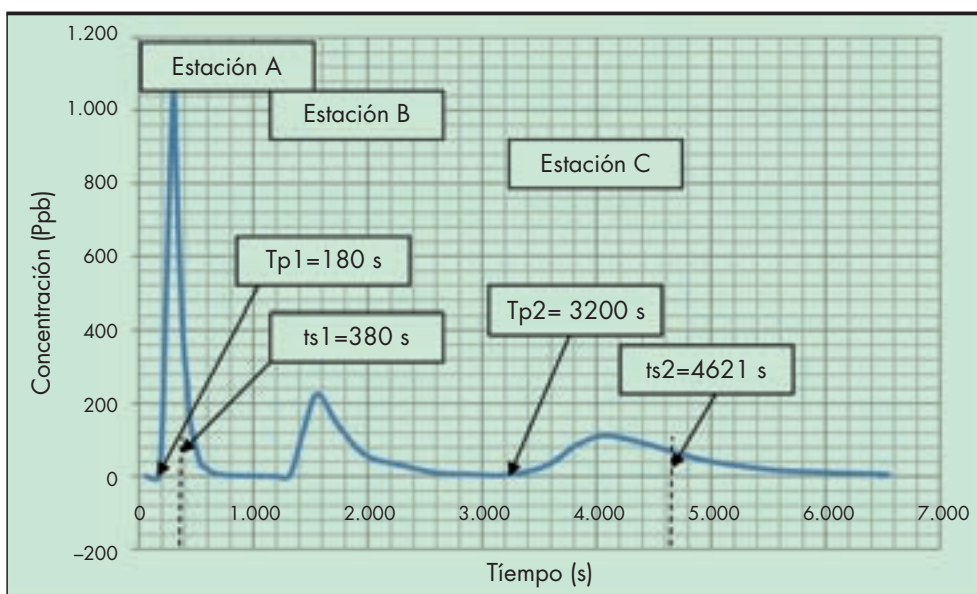


FIGURA 13. Curvas de tres estaciones a lo largo del trecho en el río Severn.

TABLA 5. Datos experimentales individuales y en secuencia ADZ del río Severn.

Sitio	$\tau=Tp$ (s)	$\Sigma Ai = \Sigma (ci \Delta ti)$	$\Sigma Aiti = \Sigma (ci \Delta ti) ti$	$ts = \Sigma Aiti / \Sigma Ai$ (s)	$Tr = \Delta ts - \Delta \tau$ (s)	$DF = Tr / \Delta ts$
X1=210 m	180.0	165331	62854456	380.2	1220.3	0.29
XC=2875 m	3200.0	132138	610544160	4620.5		
$\Delta ts = ts2 - ts1$ (s)	—	—	—	4240.3		
$\Delta \tau = \tau2 - \tau1$ (s)	3020	—	—	—		

Sitio	τ Medido (s)	$\tau=Tp$ Calculado (s)	t_s Medido	t_s Calculado (s)	T_r Medido (s)	T_r Calculado (s)	DF Medido	DF Calculado
X1=210 m	180.0	185.9	380.2	360	1220.3	1238.2	0.29	0.30
Error porcentual	3.3%		5%					
X2=2875 m	3200.0	3132.8	4620.5	4542				
Error porcentual	2.2%		2%		2%		3.4 %	

TABLA 6. Comparación de datos individuales con las dos metodologías, ADZ e IDF.

4.2.2. Datos calculados de las 2 curvas individuales

A.- Tiempo de residencia, Tr :

De acuerdo con los cálculos anteriores se tiene:

$$\Delta t_s = 4542s - 360s = 4182s$$

$$\Delta \tau = 3132.8s - 189s = 2943.8s$$

Por lo tanto:

$$Tr = 4182 - 2943.8 = 1238.2s$$

B.- Fracción dispersiva, DF :

$$DF = \frac{Tr}{\Delta t_s} = \frac{1238.2}{4182} = 0.30$$

Los datos experimentales y los calculados teóricamente para esta jornada de campo se muestran en la Tabla 6.



FIGURA 14. Aspecto del río Guavio en Colombia.

4.3. RÍO GUAVIO

La siguiente experimentación fue realizada en el año 2000 en el río Guavio cercano a Bogotá, Colombia por el grupo de investigación de la Universidad de los Andes. Figura 14. Los datos de las jornadas están compilados en sendos informes de trabajos de postgrado. Este experimento permite verificar las fórmulas para el "Rango lejano" para la fórmula $r(\Phi)$ teniendo en cuenta que la curva de trazador se toma muy cercana al vertimiento. (Holguín, 2002).

Las dos curvas secuenciales se muestran en las Figuras 15 y 16 mientras que la Tabla 7 muestra los datos básicos IDF del trazador salino aplicado al experimento.

Los datos experimentales (medidos) ADZ para río Guavio son obtenidos de un examen detallado de las dos curvas y mediante la aplicación de las fórmulas pertinentes en EXCEL. Tabla 8.

4.3.1. Datos individuales (calculados)

$$XA = 57 \text{ m}$$

$$\tau_1 = T_{P-1} \approx t_{01}(1 - 2\sqrt{\beta} \phi_1) = 420(1 - 2 \times 0.464 \times 0.60) \approx 186.1 \text{ s}$$

$$t_{s1} \approx 1.40 t_{01} = 1.40 \times 420 = 588 \text{ s} \quad r_q = 1.4 \text{ para } \Phi = 0.60$$

$$XC = 240 \text{ m}$$

$$\tau_2 = T_{P-2} \approx t_{02}(1 - 2\sqrt{\beta} \phi_2) = 1740(1 - 2 \times 0.464 \times 0.47) \approx 981 \text{ s}$$

$$t_{s2} \approx 1.25 t_{02} = 1.25 \times 1740 \approx 2175 \text{ s} \quad r_q = 1.25 \text{ para } \Phi = 0.47$$

Sitio	Φ	Cp (Ppb)	t_0 (s)	U (m/s)
X1=57 m	0.60	74.2	420	0.136
X2=240 m	0.47	37.4	1740	0.140

TABLA 7. Datos del trazador salino para el río Guavio (metodología IDF).

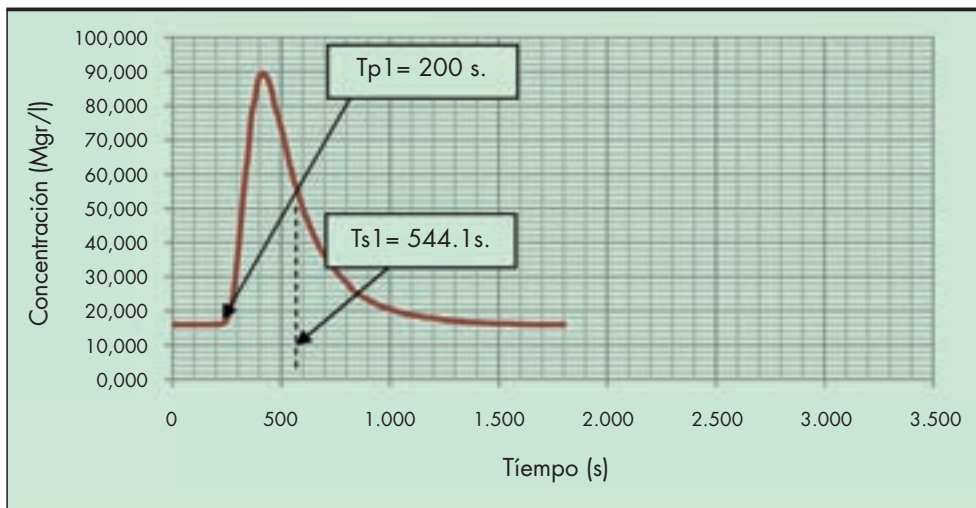


FIGURA 15. Primera curva sobre el mismo vertimiento en el río Guavio.

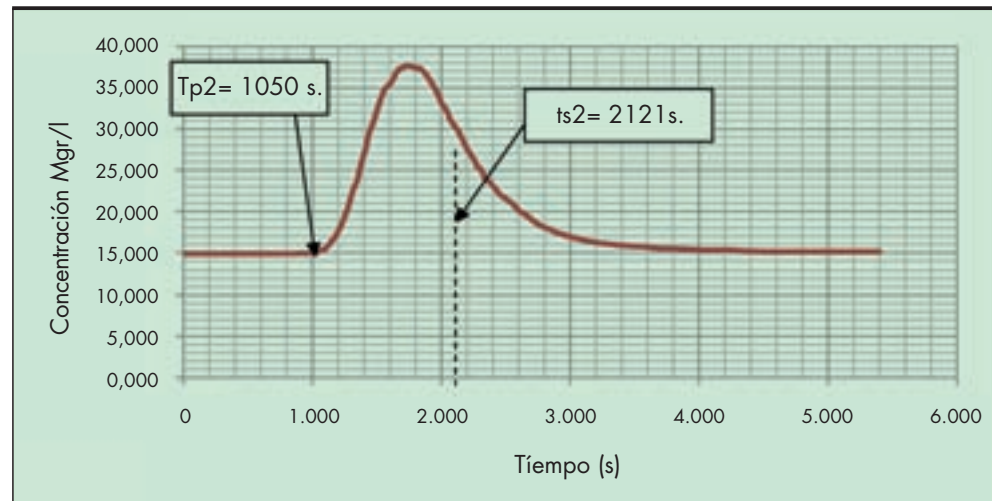


FIGURA 16. Segunda a curva sobre el mismo vertimiento en el río Guavio.

4.3.2. Datos en conjunto calculados de las 2 curvas individuales

A.- Tiempo de residencia, T_r :

De acuerdo con los cálculos anteriores se tiene:

$$\Delta t_s = 2175s - 588s = 1587s$$

$$\Delta \tau = 981s - 186.1s = 794.9s$$

Por lo tanto:

$$T_r = 1587 - 794.9 = 792.1s$$

B.- Fracción dispersiva, DF :

$$DF = \frac{T_r}{\Delta t_s} = \frac{792.1}{1587} = 0.50$$

Los datos experimentales y los calculados teóricamente para esta jornada de campo se muestran en la Tabla 9.

Sitio	$\tau = T_p$ (s)	$\Sigma A_i = \Sigma (c_i \Delta t_i)$	$\Sigma A_i t_i = \Sigma (c_i \Delta t_i) t_i$	$t_s = \Sigma A_i t_i / \Sigma A_i$ (s)	$T_r = \Delta t_s - \Delta \tau$ (s)	$DF = T_r / \Delta t_s$
X1=57	200	23532.0	12803383	541	730	0.46
X2=240	1050	22906.4	46315099	2121		
$\Delta t_s = t_{s2} - t_{s1}$ (s)	—	—	—	1580		
$\Delta \tau = \tau_2 - \tau_1$ (s)	850	—	—	—		

TABLA 8. Datos experimentales ADZ para río Guavio.

Sitio	τ Medido (s)	τ -Tp Calculado	t_s Medido (s)	t_s Calculado (s)	T_r Medido (s)	T_r Calculado (s)	DF Medido	DF Calculado
X1=57 m	200	186.1	541	588	730	792.1	0.46	0.50
Error porcentual	7%		9%					
X2=240 m	1050	981	2121	2175				
Error porcentual	7%		3%		9%		9%	

TABLA 9. Datos experimentales y teóricos para río Guavio.

5. CONCLUSIONES

1. Se desarrollan fórmulas que basadas en la metodología *IDF* se aplican a traducir los parámetros *ADZ* en función de aquellos. Los resultados teóricos se acercan a los experimentales dentro de un rango de precisión entre 2%-9% en promedio, suficiente para el trabajo de campo en el tema de hidráulica ambiental.
2. La nueva metodología se basa fundamentalmente en la definición e interpretación de una función temporal $\Phi(t)$ que guía los diferentes fenómenos en la evolución de las plumas de trazador en los cauces naturales.
3. Estas nuevas fórmulas cubren tres diferentes casos: Medición lejana de la pluma de trazador cuando la función $\Phi(t)$ tiene valores bajos (<0.38); Medición intermedia cuando dicha función tiene valores medios ($0.38 < \Phi < 1.1$) y Medición cercana cuando $\Phi > 1.1$.
4. Esta traducción es muy interesante pues permite tender un puente entre las metodologías de "zonas muertas" y las que no parten de este concepto. Aunque el concepto de "centroide" de distribución que se usa como información clave en el Método *ADZ* es una descripción "local" (válida solo para un observador fijo en la orilla del flujo) no puede ignorarse que es una metodología ampliamente utilizada hoy día.
5. La facilidad de aplicación del nuevo método permite agilizar y ampliar los estudios de Calidad de aguas, basados en trazadores para su calibración y validación.

6. AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Edgard Holguín, investigador de la Universidad de los Andes por el suministro de información detallada sobre mediciones de trazador en el río Guavio.

7. BIBLIOGRAFÍA

- Beer T., & Young P.C. (1983). *Longitudinal dispersion in natural streams*. *Journal of environmental Engineering*. 109, Pp 1049-1067.
- Davis P.M., Atkinson T.C. & Wigley T.M. L.(2000). *Longitudinal dispersion in natural channels: 2. The role of shear flow dispersion and dead zones in the River Severn, UK*. *Hydrology and Earth systems Sciences*, 4(3), 355-371.
- Constain A.J y Lemos R. (2011). *Una ecuación de la velocidad media del flujo en régimen no uniforme, su relación con el fenómeno de dispersión como función del tiempo y su aplicación a los estudios de calidad de aguas*. *Revista Ingeniería Civil* No. 164, Madrid, CEDEX, Pp114- 135.
- Constain A.J. (2012) *Definición y análisis de una función de evolución de solutos dispersivos en flujos naturales*. *Revista DYNA*. No. 79. Medellín, Pp 173-181.
- Fischer H.B. (1966). *Longitudinal dispersion in laboratory and natural channels*. Caltech PhD thesis.
- Holguín J. *Tesis de postgrado sobre trazadores*, Universidad de los Andes, Bogotá, 2002.
- Jobson H.E. (1996) *Prediction of travel time and longitudinal dispersion in rivers and streams*. USGS Report in internet.
- Runkel R.L (1998) *Transporte Unidimensional con flujo lateral y almacenamiento: un modelo de transporte de solutos para arroyos y ríos*. Report 98-4018. USGS.