

# Análisis integral de cauces usando trazadores: Un procedimiento óptimo de Calibración y Validación de Modelos de Calidad del agua

ALFREDO JOSÉ CONSTAIN ARAGON (\*) y JORGE LUIS CORREDOR RIVERA (\*\*)

**RESUMEN** Los modernos paquetes de software que sustentan los modelos matemáticos para la simulación y predicción de los eventos asociados a la calidad del agua son cada vez más sofisticados y complejos; son una herramienta invaluable para la gestión eficiente del recurso hídrico en nuestro mundo actual. No obstante lo anterior, su calibración y validación en aplicaciones específicas es una tarea no trivial y es costosa en términos de recurso humano y laboratorio. Las razones para esta dificultad son variadas, pero una de las más importantes es la *heterogeneidad estadística* de las mediciones tomadas de diversa fuente, lo que se refleja en la dificultad de establecer congruencias entre las colecciones de datos para aplicar a los modelos. Se presenta en este artículo un método de medición “integral” que ofrece datos homogéneos en flujo, transporte y geomorfología usando trazadores. Como novedades conceptuales se parte de dos ecuaciones que enlazan el transporte con la hidráulica, y el transporte con la geomorfología. Se enumeran las ventajas de este nuevo método, en especial el cálculo correcto del caudal en diferentes puntos del cauce y la aplicación congruente del Número de Manning en casos de flujos de gran pérdida. Se aplica el método a un cauce de montaña de este tipo en Bogotá, Colombia.

## INTEGRAL ANALYSIS OF STREAMS USING TRACERS: AN OPTIMAL CALIBRATION AND VALIDATION PROCEDURE FOR QUALITY OF WATER MODELS

**ABSTRACT** *The modern software packages that hold the mathematical models for simulation and prediction of water quality events are more and more sophisticated and complex; are a invaluable tool for efficient management of hydric resources in our today's world. Despite those previously mentioned, their calibration and validation in specific applications is a non-trivial task and is expensive in terms of human and laboratory resources. The reasons behind this difficult are varied, but one of most important is the statistical heterogeneity of measurements taken from several sources, reflecting it in the difficult of state congruence among these data collections to apply in models. It is presented in this article an “integral” measurement method that offers homogeneous data for flow, transport and geomorphology using tracers. As conceptual novelties it is starting from two equations that links transport and hydraulics, and the transport and geomorphology. It is enumerated the advantages of this new method, specially the right calculation of discharge in several points of stream and the congruent application of Manning's Number in case of flows of large losses. It is applied this method to a mountain stream of this kind in Bogotá, Colombia.*

**Palabras clave:** Modelos de calidad de agua, Técnicas de trazador.

**Keywords:** Water quality models, Tracer techniques.

## 1. INTRODUCCIÓN

### 1.1. NATURALEZA DE LOS MODELOS DE CALIDAD DE AGUAS

Los Modelos de calidad de aguas, como herramientas fundamentales de la administración del recurso hídrico, son actual-

mente complejos paquetes de software que representan con mayor o menor precisión los múltiples movimientos del agua y los solutos transportados por ella, en tiempo y espacio. Estos paquetes se basan en la codificación digital de las leyes de la hidráulica (flujo), del transporte de masa (distribución de

(\*) Ingeniero, R&D Manager, Amazonas Technologies, Bogotá, Colombia. E-mail: alfredo.constain@amazonastech.com

(\*\*) Profesor, Ingeniería Civil, Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá, Colombia. E-mail: jorge.corredor@unimilitar.edu.co

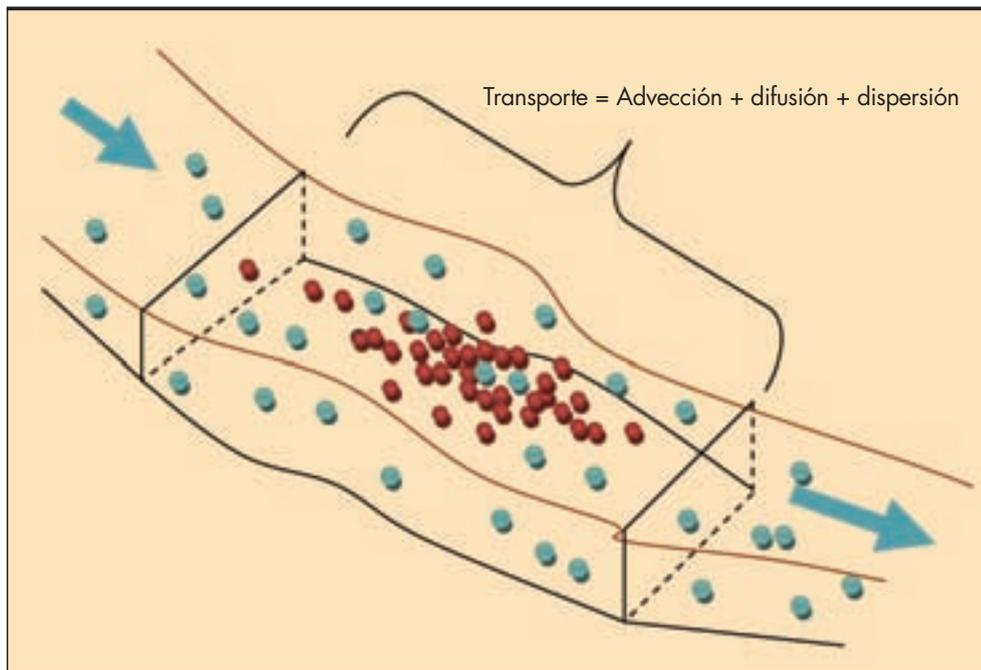


FIGURA 1. Movimiento complejo del agua y solutos en el flujo.

los solutos) y en la geomorfología de los cauces y lechos mediante la representación en grillas discretas del entorno geométrico de los flujos. (Martin & McCutcheon, 1999) (Sierra.2011). Figura 1.

El movimiento del agua (partículas azules) en un flujo natural determina en gran parte la distribución dinámica de las partículas de los solutos (esferas rojas) que se mueven en el líquido, adicional a la capacidad de dispersión (Desperdigamiento) del mismo flujo por su acción cortante en presencia de distribuciones de velocidad. Todo esto está condicionado al lecho del cauce y otros factores de dinámica y forma que inducen resistencia al flujo. La Hidráulica aplicada al cauce se expresa matemáticamente por el principio de conservación del impulso, el desarrollo de la dispersión en combinación con la advección se condiciona al principio de conservación de la masa y las distribuciones de temperatura en el cuerpo móvil considerado se expresa por el principio de conservación de la energía. La Geomorfología es el sustrato geométrico y físico en el que se desarrollan los anteriores procesos y que se influyen mutuamente. Estos modelos también deben dar cuenta de las reacciones químicas que cambian la naturaleza de los compuestos participantes en el flujo, así como las contribuciones (o disminuciones) de masa denominadas genéricamente “fuentes” y “sumideros”.

En su acepción más general un Modelo de Calidad de agua se presenta como una ecuación diferencial de balance en el que un término temporal que informa sobre la “acumulación neta de masa” en un *volumen de control* que es sensible a las variaciones espaciales de transporte (adveectivo y dispersivo/difusivo), a las variaciones temporales de cambio de especie química por reacciones químicas y a las adiciones o resta de masa por contribuciones externas. Muchas de las reacciones químicas presentes serán de naturaleza bioquímica, dadas las múltiples interferencias de la biota y el hombre en los cauces naturales. El volumen de control es una idealización útil para fijar fronteras al análisis de un determinado sistema (cuerpo de agua) la que para efectos prácticos se considera un “continuo” a pesar de que la conceptualización de la

dispersión en el flujo se hace mejor considerando partículas discretas. Figura 2.

Todo modelo de calidad de aguas esta propuesto no solo para describir estos complejos movimientos y reacciones sino también, y principalmente, para poder *simular* y *predecir* eventos extremos de interés para los especialistas que los utilizan. Normalmente se va a utilizar el concepto de “concentración” o sea la masa por unidad de volumen de una determinada especie química o biológica. La simulación y la predicción como propiedades de estos sistemas imponen estrictas condiciones de realismo a las descripciones matemáticas usadas, o sea representar de manera fidedigna los diversos procesos fisico-químicos que ocurren en el interior del volumen de control. Esta imposición vital exige que los diferentes mecanismos de los fenómenos considerados sean correspondientes a sus verdaderas relaciones “causa-efecto”. Los modelos se deben aplicar a tramos concisos que puedan caracterizarse inequívocamente y que por lo tanto se facilite la definición de los diferentes parámetros y variables.

En la práctica los modelos mencionados, que como ya se dijo en realidad son un conjunto de ecuaciones diferenciales para representar tanto la conservación del impulso (flujo), como la conservación de la masa (transporte, reacciones y fuentes/sumideros) así como la conservación de la energía (distribución de temperaturas), deben ser representadas en códigos digitales y aplicados al entorno geométrico específico que se vaya a modelar (geomorfología). Dadas las restricciones de representación analítica para ecuaciones *continuas* de este tipo se prefiere usar aproximaciones discretas mediante métodos numéricos. Estos métodos se aplican entonces al conjunto espacial de celdas o grillas que representaran unidades básicas de proceso para acoplarse entre sí y dar un resultado global, obtenido por potentes procesadores que corren las rutinas de software. El uso de sistemas coordenados impone de entrada la necesidad de acopiar datos batimétricos suficientes sobre los límites físicos reales de un flujo en consideración. Figura 3.

Es necesario por otra parte distinguir y definir diferentes variables “independientes” y “dependientes” para conceptuali-

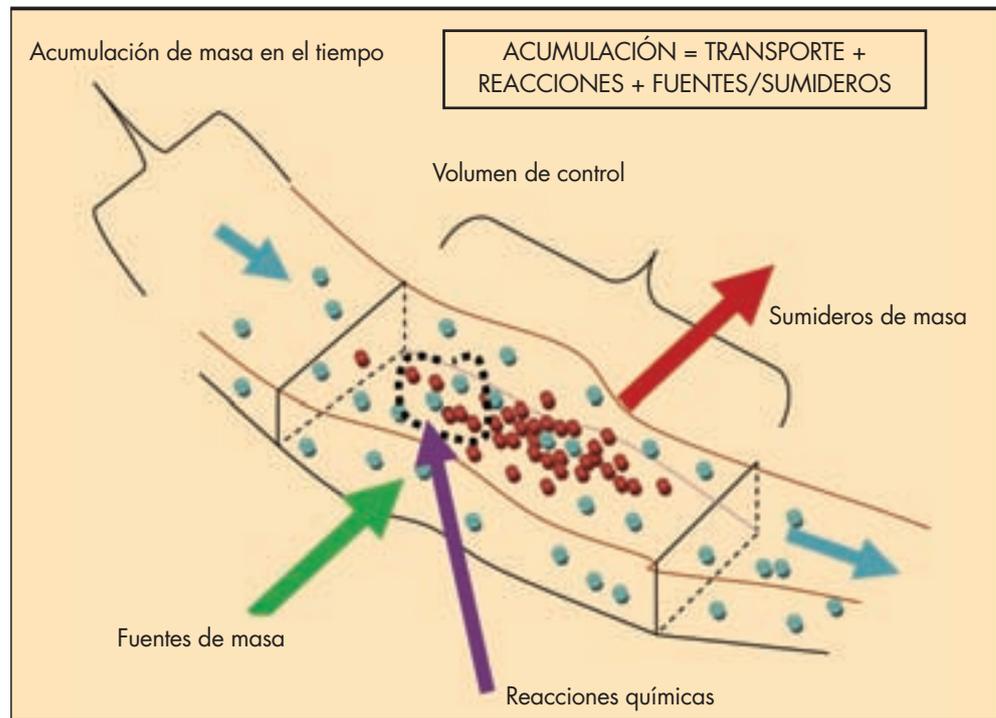


FIGURA 2. Esquema general de un Modelo de calidad de agua.

zar la representación del flujo apropiadamente. Las variables independientes son simplemente aquellas que se definen de entrada y no se “simulan”, las variables dependientes son por el contrario las que si resultan de la simulación (corrida) del programa. Algunas variables son a la vez independientes y dependientes pues a veces son requeridas como datos de entrada y a veces como producto de la simulación, son definiciones *relativas* que se acomodan a la fase en la que se encuentra el especialista del modelo.

## 1.2. DATOS DEL MODELO

Es necesario disponer de datos diversos para configurar el modelo. Estos son sobre: Condiciones de frontera y Condiciones iniciales

### A. Condiciones de frontera

Son normalmente las variables independientes (no simuladas) asociadas a la geometría y las fuerzas que ocasionan los

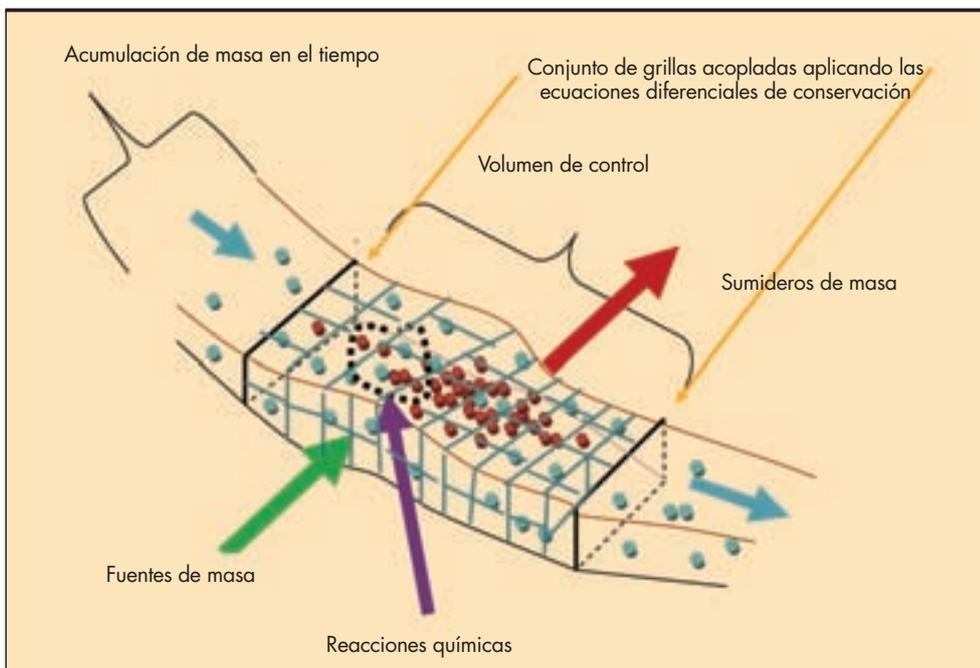


FIGURA 3. Grillas distribuidas para aplicar las ecuaciones en cada celda.

cambios a modelar, por lo tanto es la enumeración de caudales de entradas y salidas, del flujo de calor, de la acción del viento y de la radiación, por ejemplo. La batimetría (o información geomorfológica) es claro está un conjunto de condiciones de frontera validas por sí mismas. Este incluye las alturas de los diferentes puntos de superficie, pendientes, anchos y también condiciones de resistencia asociadas al lecho o al tipo de flujo (Numero de Manning por ejemplo). Por su propia naturaleza este conjunto de informaciones debe ser sobre un tramo homogéneo del cauce como ya se dijo.

### B. Condiciones iniciales

Son valores requeridos en un instante inicial para poder iniciar la corrida dinámica del programa. Por ejemplo son importantes los valores de velocidad en diferentes puntos de la grilla, o la velocidad media, etc. Igualmente los datos distribuidos de temperatura, altura y concentraciones. En este caso al correrse el programa sus valores subsecuentes serán simulados. Algunas veces este conjunto de valores iniciales no es muy importante dependiendo del “tiempo de retención” estimado (tiempo promedio que una partícula de soluto dura en atravesar el tramo).

Los datos que se obtengan deberán ser consistentes con la “dimensionalidad” del modelo utilizado. Esta característica tiene que ver el procedimiento de “promediación” (integración) que hacen los algoritmos numéricos sobre determinada variable de interés, aplicada a las ecuaciones tridimensionales. Según sea general esta integración se tendrán modelos de “0-dimension” (la más general) hasta “3-dimension” la más específica. Debe notarse que esta característica es más bien “matemática” que “física”, en tanto se escoja un determinado trabajo matemático sobre las grillas. Su uso e interpretación será a cargo del especialista.

### 1.3. CALIBRACIÓN Y VALIDACIÓN DE LOS MODELOS

Los referidos modelos matemáticos corridos en software tendrían poca o ninguna utilidad práctica real sino hubiese una forma de particularizar su aplicación a cada cauce real de interés para el especialista. Este proceso se denomina “calibración” y generalmente es un proceso continuo de prueba y error, dispendioso por demás.

En primer lugar debe saberse que existen ciertos “parámetros” del modelo, es decir coeficientes de las ecuaciones que deben ser conocidas para cada caso específico. En general, los modelos tienen los 3 conjuntos de ecuaciones diferenciales de balance: flujo, transporte y transformaciones con pérdidas y ganancias y temperatura, desarrollándose sobre la información geométrica de entrada. Cada conjunto tendrá una serie de coeficientes que deben ser conocidos, con el fin de que las ecuaciones puedan correrse y simular diferentes escenarios. Dependiendo de la propia arquitectura del modelo, el manual de usuario específica que información deberá ser recogida y en que secuencia.

La CALIBRACION como tal es el ajuste del programa con un conjunto de informaciones iniciales que aseguran que el modelo puede correr de manera verificable y confiable. La VALIDACION son ejercicios subsecuentes sobre la efectividad de la CALIBRACION a partir de otros conjuntos de datos en situaciones diferentes. No es difícil ver entonces que el éxito de un determinado modelo de Calidad del agua depende en una gran medida de la fiabilidad y cantidad de información que se use en su aplicación. La CALIBRACION comprenderá entonces básicamente disponer de valores específicos para los diferentes parámetros y variables del modelo (flujo, transporte, cinética química, comportamiento béntico, superficial, etc.)

### 1.4. NATURALEZA DE DATOS INGRESADOS AL MODELO

En función de lo anterior, la selección de los métodos y condiciones de monitoreo y medición en los cauces que van a ser modelados es una labor crítica al inicio del proceso. En primer lugar se debe entender que si las “concentraciones” (de diversas sustancias o cuerpos) son un objetivo primordial de los trabajos de simulación, es apenas natural que se van a requerir mediciones correspondientes a “mezcla completa en la sección transversal” (donde las concentraciones tienen un efecto global en el cauce) y que el experimentador deberá conocer un valor fiable de la llamada “Longitud de mezcla” en el tramo estudiado. En segundo lugar se debe atender a la compatibilidad de las diferentes medidas que se hagan, tanto de flujo, como de transporte y de geomorfología. Desafortunadamente en el estado del arte actual, pese a tener medios tecnológicos muy sofisticados, en esencia las diferentes clases de mediciones hechas actualmente para calibrar los modelos no son “a priori” compatibles. Con esto se quiere decir que el principio de medición es *diferente* en cada una de ellas. Por ejemplo para la medición del caudal se utiliza el molinete o “current meter” que opera sobre una transducción mecánica-eléctrica, mientras que para la velocidad media se utilizan trazadores con un mecanismo mixto físico-químico y para estimar la pendiente se usan otros procedimientos diferentes. En el mejor de los casos se puede esperar una cierta congruencia de estos valores, pero esto no siempre pasa pues no hay una *obligación metodológica* para que eso ocurra (Spiridonov & Lopatkin, 1973). Es el problema de la falta de *homogeneidad estadística* en datos tomados de diferentes poblaciones generales (o sea de diferentes métodos de medición), las cuales pueden conllevar *varianzas y valores medios* no congruentes si son medidos por criterios estadísticos como el de Bartlett o Kokren (Gmurman, 1975). Esto puede conllevar serios problemas de interpretación al experimentador cuando reuna la masa de datos si estos provienen de diversa fuente. (Mandel, 1964). Figura 4.

En este artículo se analizara una propuesta para utilizar trazadores a partir de dos innovaciones conceptuales: Una ecuación de la velocidad media que incluye el transporte y la redefinición de la ecuación de Elder de 1959 que une transporte con geomorfología. De esta manera se puede disponer de un solo método *homogéneo* de medición que aporte informaciones compatibles en los tres campos básicos.

## 2. LOS TRAZADORES COMO METODOLOGÍA IDEAL DE CALIBRACIÓN Y VALIDACIÓN DE MODELOS DE CALIDAD DE AGUA

### 2.1. ANTECEDENTES

Pese a que el uso de trazadores para mediciones en los cauces no es reciente, su uso tradicionalmente se ha reducido a chequeos del *tiempo de viaje* o a calcular el *coeficiente de dispersión*, esto no obstante que este método es el que inherentemente aporta mayor densidad de información. Es cierto que existen errores sistemáticos que impiden una medición del caudal de forma fiable y que la ecuación de Elder que enlaza la pendiente de fricción con el transporte ha sido relegada por una presunta imprecisión. Pero no lo es menos que con nuevos métodos estos inconvenientes pueden ser corregidos, aportando una serie de datos *homogéneos* en los diferentes campos de la Calibración y validación de modelos.

### 2.2. UNA ECUACIÓN DE VELOCIDAD QUE SE RELACIONA CON EL TRANSPORTE

Se puede mostrar que existe una relación determinada entre la velocidad media advectiva (hidráulica),  $U$  y el coeficiente



FIGURA 4. Calibración y Verificación por datos desde fuentes diferentes.

ciente longitudinal de dispersión,  $E$  (Constain y Lemos, 2011):

$$U = \frac{1}{\phi(t)} \sqrt{\frac{2E}{\tau}} \quad (1)$$

Esta ecuación representa un enlace inédito entre la hidráulica y el transporte dispersivo. La función  $\phi(t)$  mide la evolución de la pluma de trazador y  $E$  mismo es una función del tiempo;  $\tau$  es un tiempo característico de la dispersión. Es interesante observar como esta ecuación tiene la misma estructura que la definición de Chezy para régimen uniforme, basada en la geomorfología, donde  $C$  es el Coeficiente de Chezy,  $R$  es el Radio hidráulico y  $S$  la pendiente de fricción:

$$U = C\sqrt{RS} \quad (2)$$

### 2.3. UNA ECUACIÓN CLÁSICA QUE RELACIONA TRANSPORTE DISPERSIVO CON LA GEOMORFOLOGÍA

La ecuación de J.W.Elder, propuesta en 1959 (Elder, 1959) que involucra un parámetro de geomorfología (pendiente de fricción),  $S$  en función del transporte dispersivo, fue durante un tiempo una ecuación muy usada por su fundamentación sólida sobre principios de la mecánica de fluidos, no obstante cayó en desuso al verificarse que sus valores eran muy dispersos y muchas veces diferían significativamente de aquellos obtenidos por métodos de "referencia" como el de "Routing" propuesto por H.B. Fischer. (Fischer, 1966)(Fischer, 1967)(Fischer, 1968) (Fischer, 1969).

$$E = 5.93h\sqrt{ghS} \quad (3)$$

Algunos desarrollos recientes indicarían que esta ecuación es correcta y que más bien los procedimientos de referencia

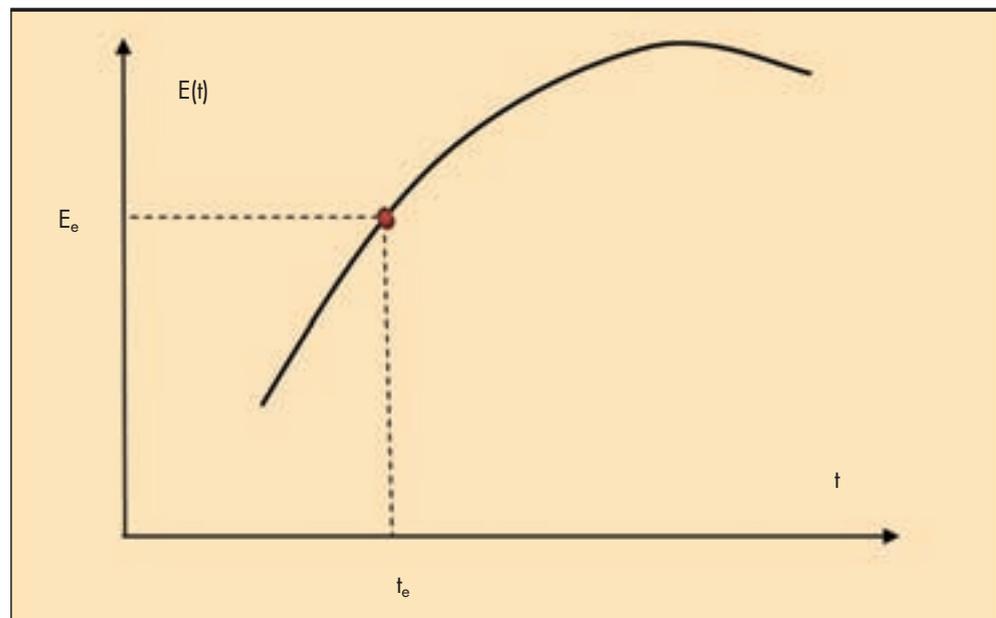


FIGURA 5. Solución de Elder como un punto de un rango.

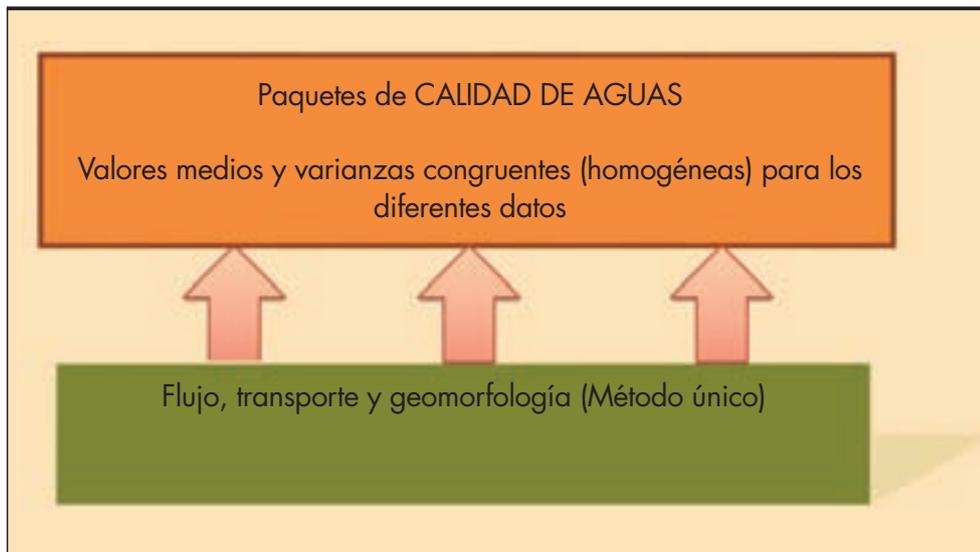


FIGURA 6. Calibración y Verificación óptima con trazadores.

no eran precisos (Constain y Mesa, 2013) (Constain, 2013). Esto es así por cuanto si se acepta que el coeficiente  $E$  es una función del tiempo, entonces deberá buscarse para que circunstancias el valor dado por Elder aparece en un punto específico ( $E_e, t_e$ ) de un rango. Figura 5.

#### 2.4. UNA FUENTE HOMOGÉNEA DE DATOS PARA CALIBRAR Y VALIDAR LOS MODELOS

Si lo anteriormente expuesto es cierto, entonces se puede usando trazadores suministrar datos de Hidráulica, transporte y geomorfología a partir de un *único* procedimiento de medición. Estos datos van a tener entonces una naturaleza estadística común, es decir serán *homogéneos*. Esta característica es invaluable en el momento de Calibrar y validar los paquetes de Calidad de Aguas, ya que se tendrá una compatibilidad significativa entre los distintos datos, con el consiguiente mejoramiento en la calidad y congruencia de los resultados. Figura 6.

#### 3. CÁLCULO DEL VALOR REAL PARA EL CAUDAL EN RELACIÓN CON LA "MEZCLA COMPLETA" DEL TRAZADOR

Corrientemente se calcula el caudal con trazadores por medio del principio de conservación de la masa (integral bajo la curva de trazador) pero una vez que la distribución volumétrica de la masa de trazador sea homogénea, es decir una vez que el trazador se haya mezclado completamente en la sección transversal. Como la función  $\Phi(t)$  es en realidad una "función de estado", va a ser sensible a esta condición termodinámica en la que se pierde un grado de libertad. En tal virtud,  $\Phi(t)$  llevara la información de la "disponibilidad efectiva" de la masa de trazador para calcular  $Q$ . En situaciones *anteriores* a la "Longitud de mezcla", la distribución másica del trazador no será homogénea y habrá una cantidad efectiva *menor*, induciendo a un error en el cálculo del caudal pues el dato de masa no será el que se ha vertido. Los autores han desarrollado una estimación simple para esta situación mediante la gráfica de la Figura 7. (Constain, 2012)

La razón de masas se define como: La masa nominal dividida por la masa efectiva. Se puede ver que hasta un valor asintótico de  $\Phi \approx 0.5$  ellas son iguales, ya que en este rango [ $\Phi=0,$

$\Phi=0.5$ ] el trazador está en "mezcla completa" en la sección transversal. Para valores más altos (o sea distancias más cortas) habrá una diferencia entre ellas (será menor la masa efectiva) y el caudal tendrá un error proporcional a la razón,  $Rq$ .

#### 4. CÁLCULO DE LA PENDIENTE Y LA RUGOSIDAD CON LA ECUACIÓN DE ELDER Y LAS NUEVAS ECUACIONES

Si se acepta que la ecuación de Elder debe ser ajustada en un rango como se explico en 2.3 entonces se puede despejar la pendiente pero utilizando como variable independiente el valor de  $E(t)$  encontrado por trazadores.

$$S = \frac{E(t)^2}{35.2 \times h^3 \times g} \quad (4)$$

Ahora, igualando las dos ecuaciones de velocidad media (1) y (2) se puede redefinir la ecuación de Elder y obtener una "función de ajuste",  $F$ , igual al coeficiente 5.93 en el caso de acople óptimo.

$$F = \left( \phi^2 \tau \frac{C^2 R}{2 h} \sqrt{\frac{S}{g h}} \right) = \frac{0.404}{\kappa^3} = 5.93 \quad (5)$$

Este ajuste se hace por prueba y error hasta que se obtiene la condición ideal en (5).

Para la aplicación concordante de estas ecuaciones en lo correspondiente a la Rugosidad, deberá tenerse en cuenta una visión ampliada de este concepto según Manning, ya que para ciertos cauces (en especial aquellos ríos de montaña con secuencia "piscina-rápido") las pérdidas de energía por el cambio de forma del flujo son significativamente mayores que las correspondientes a la rugosidad clásica de "grano" y se tiene un Numero de Manning total. (Vélez Upegui *et al*, 2004).

$$n_{Total} = n_{grano} + n_{forma} \gg n_{grano} \quad (6)$$

#### 5. APLICACIÓN EXPERIMENTAL DE LA TEORÍA: QUEBRADA "LA VIEJA"

Se presenta ahora un cauce natural típico de montaña, la quebrada "La Vieja" en los cerros orientales de la capital colombiana, Bogotá. Figura 8. Este cauce se caracteriza por te-

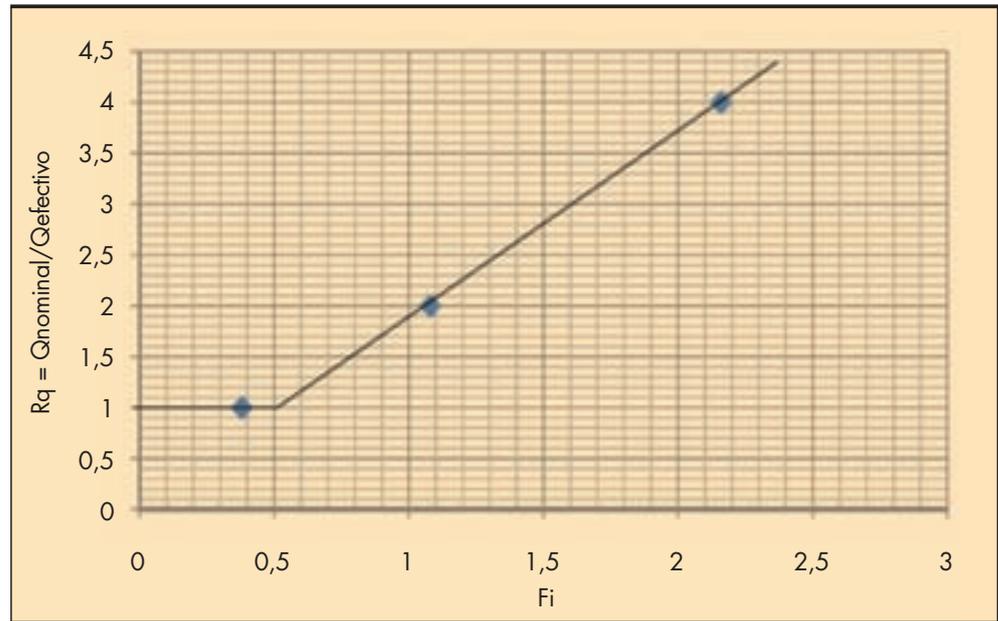


FIGURA 7. Razón de masas en función de  $\Phi$ .



FIGURA 8. Aspectos del cauce y medición en el tramo.

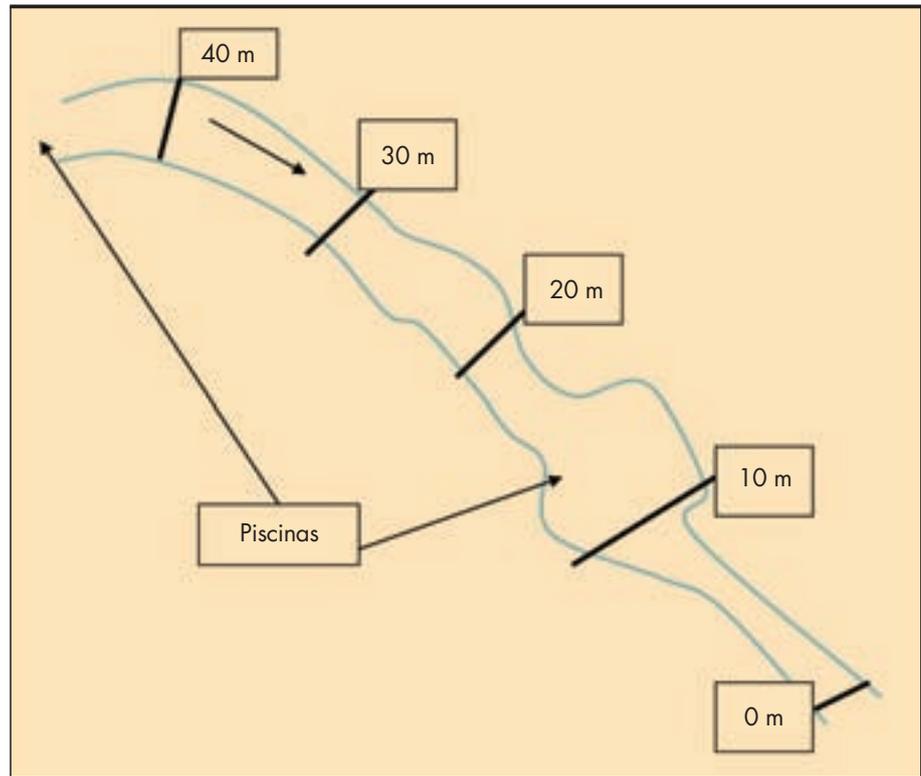


FIGURA 9. Tramo escogido y sitios de inyección y batimetría.

ner secuencia de represamientos y rápidos, por lo que presumiblemente el componente de cambio de forma del flujo sea el mayor responsable de la pérdida de energía, mostrando un Numero de Manning significativamente mayor al asignado a la sola rugosidad superficial. Se utiliza el instrumento “Inírida Deep Flow” (IDF) para tomar las mediciones de trazador salino en tiempo real.

### 5.1. TRAMO ESCOGIDO

Se hace un croquis en planta del tramo escogido. El vertimiento se hace sucesivamente a 10 m, 20 m y 40 m. Se mues-

tra los sitios donde hay piscinas (zonas de baja velocidad). Figura 9.

### 5.2. PERFILES DEL FONDO EN 4 PUNTOS NOTABLES

Se hacen mediciones representativas de batimetría simple a  $X=0$  m,  $X=10$  m,  $X=20$  m y  $X=30$  m. La línea punteada indica la profundidad promedio calculada con Excel. Figura 10.

Se puede estimar la profundidad media total (para el tramo) como  $H=0,096$  m y el ancho promedio total (para el tramo) como  $W=1,80$  m.

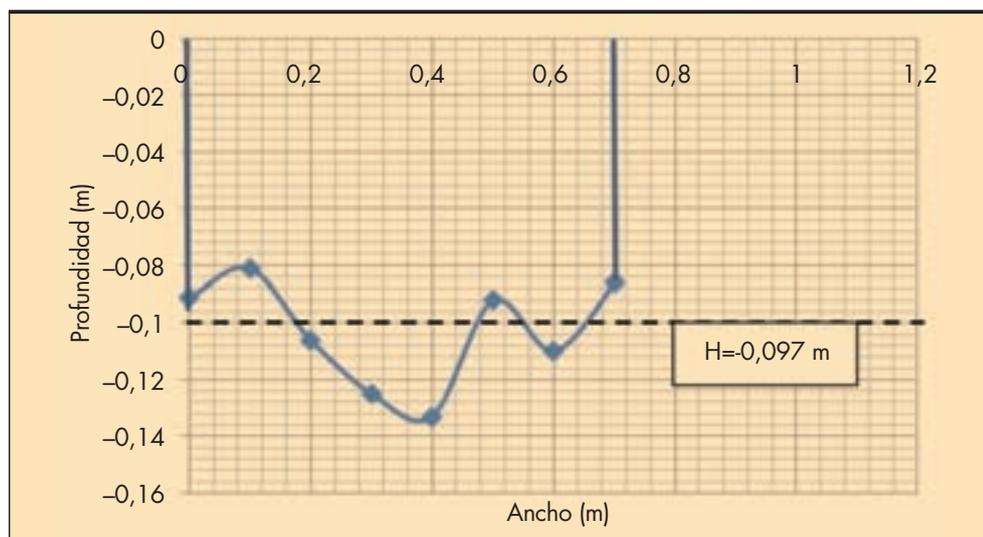
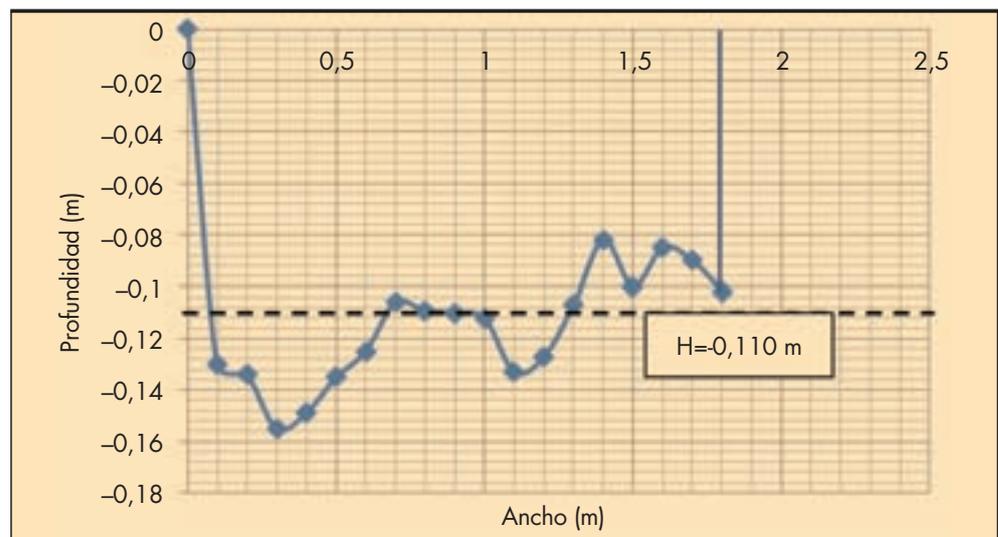
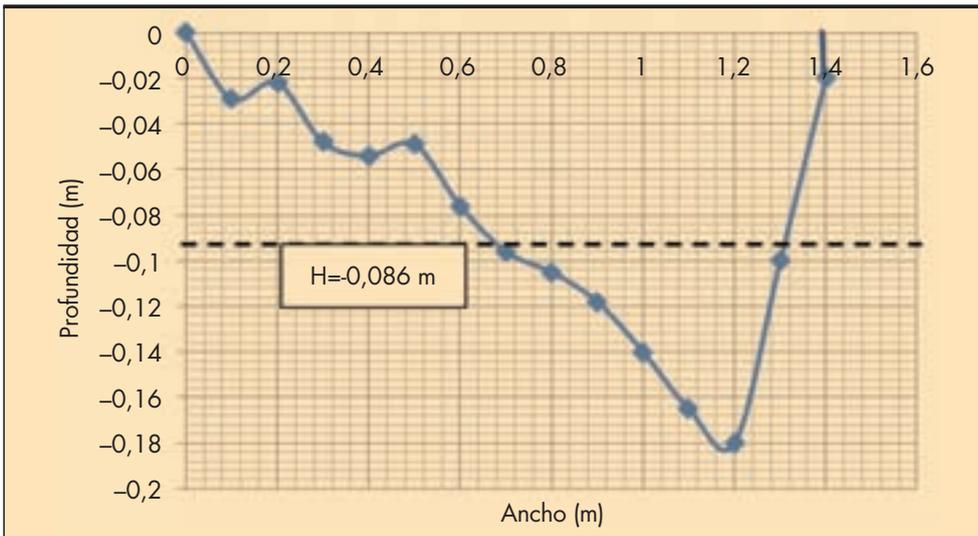
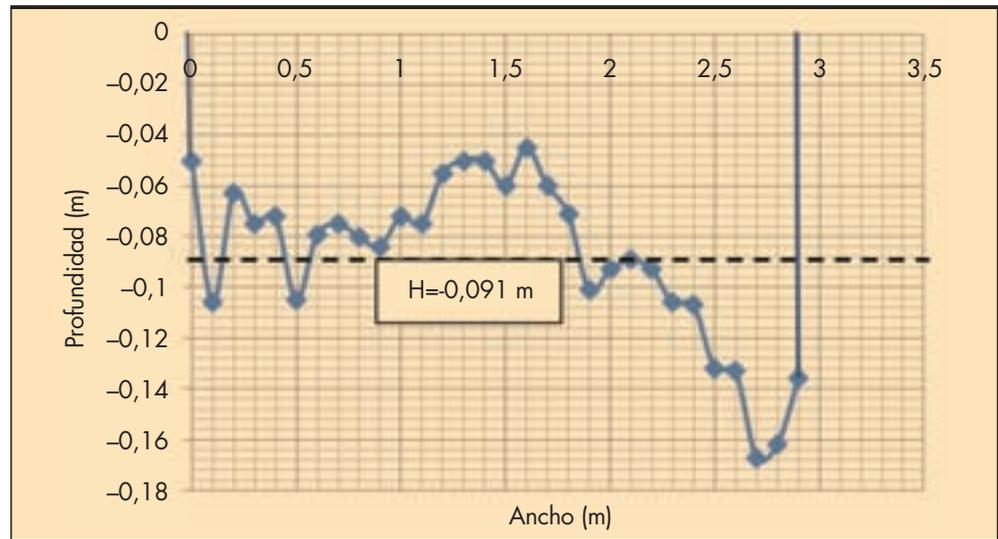


FIGURA 10A. A  $X=0$  m. Perfiles del lecho para puntos notables.



Distancia (m)	Ancho total (m)	Profundidad media (m)	Área de la sección transversal Promedio (m <sup>2</sup> )
X=0 m	1,0	0,097	0,097
X=10 m	2,90	0,091	0,264
X=20 m	1,40	0,086	0,120
X=40 m	1,80	0,110	0,198
<b>Promedio</b>	<b>1,80</b>		
	<b>Promedio</b>	<b>0,096</b>	<b>0,170</b>

TABLA 1. Promedio General de Profundidades.

Se puede estimar la profundidad media total (para el tramo) como  $H=0,096$  m y el ancho promedio total (para el tramo) como  $W=1,80$  m.

### 5.3. CURVAS DE TRAZADOR

Se hicieron 3 vertimientos súbitos (slug) a X=10 m, X=20 m y X=40 m. las dos primeras con 136 gramos de sal y la ultima con 116 gramos. Los instantes de vertimiento se muestran con flechas rojas. Figura 11.

### 5.4. DATOS EXPERIMENTALES

Los datos crudos del IDF se depuran mediante modelación de las curvas experimentales por las ecuaciones corregidas de Fick que tiene programado el método utilizado. En la Figura 12 se muestran las tres modelaciones, siendo

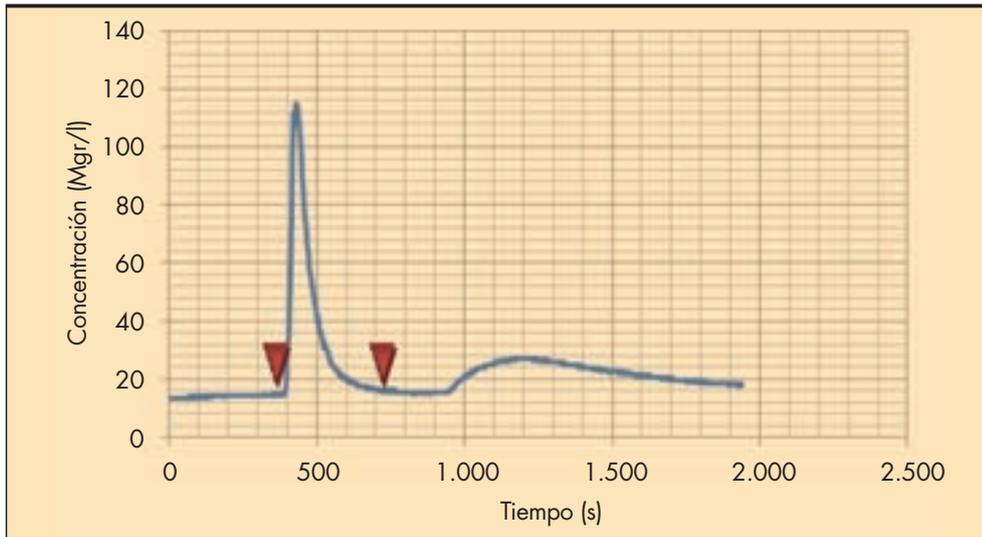


FIGURA 11A. A XA. X=10 m y X=20 m. Curvas experimentales bajadas del IDF.

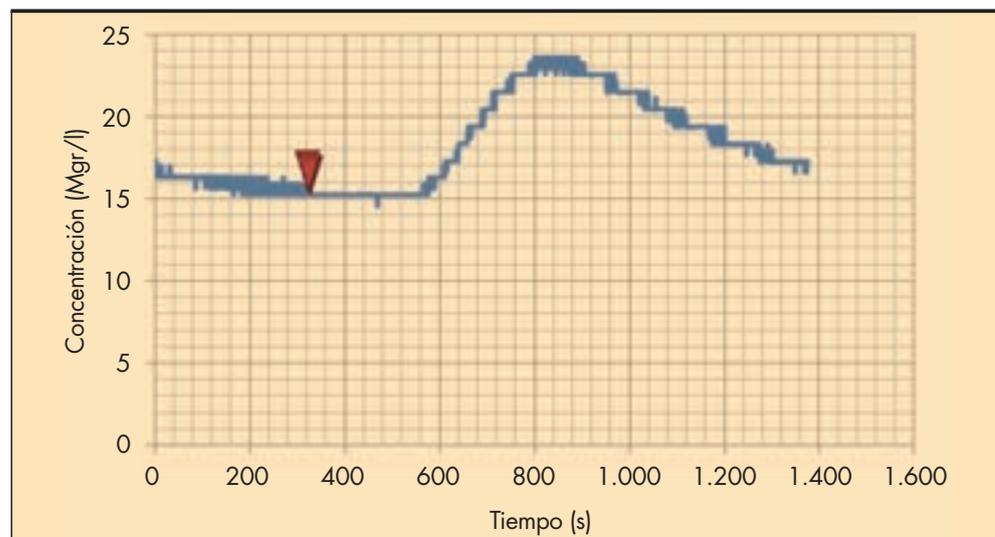


FIGURA 11B. B, X=40 m. Curvas experimentales bajadas del IDF.

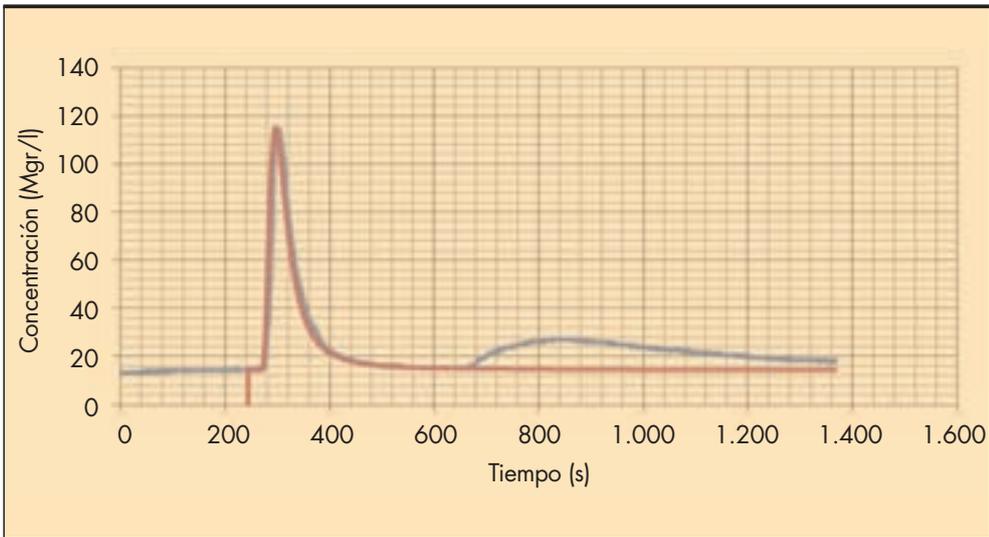


FIGURA 12A. Curva 1 a X=10 m. Modelaciones de las tres curvas.

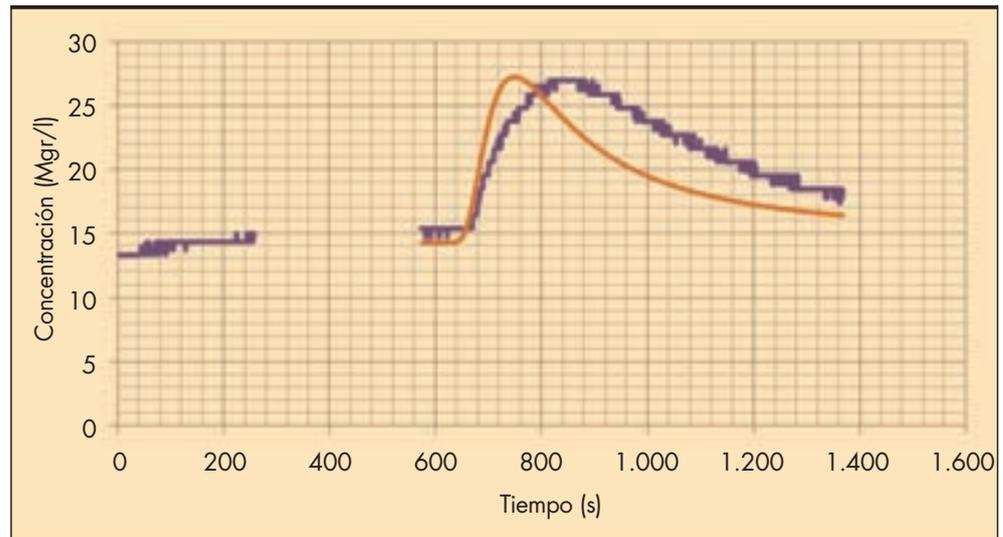


FIGURA 12B. Curva 2 a X=20 m. Modelaciones de las tres curvas.

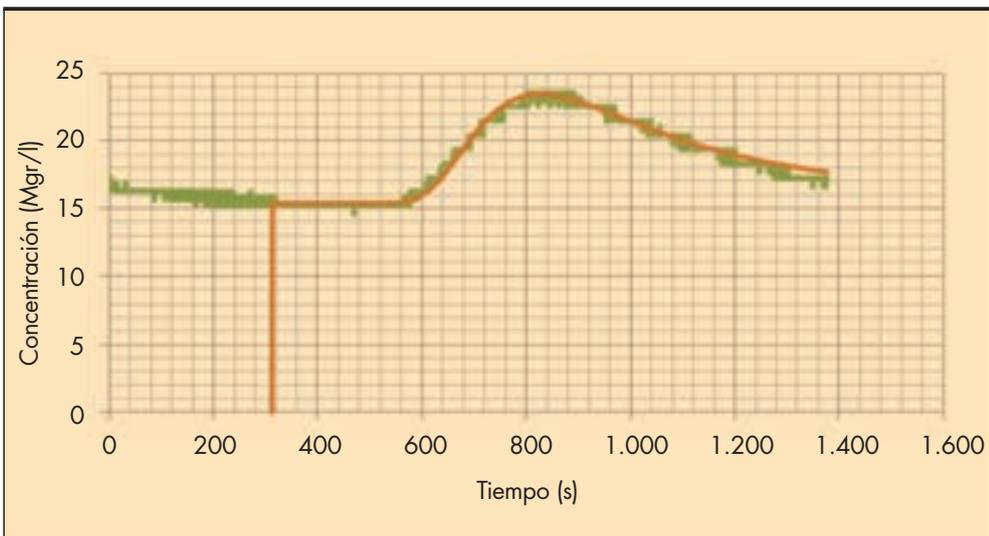


FIGURA 12C. Curva 3 a X=40 m, Figura 5. Modelaciones de las tres curvas.

Distancia	Masa M (Gr)	Velocidad media U (m/s)	Caudal Q (m <sup>3</sup> /s)	A (m <sup>2</sup> )	Cp Mgr/l	H (m)	Φ	E (m <sup>2</sup> /s)
X=10 m W=2,90 m Co= 28,1 uS/cm= 13,5 mgr/l,	136	0,173	0,0280	0,162	48,6	0,0056	0,72	0,097
X=20 m (*) W=1,40 m Co= 31,7 uS/cm= 15,2 mgr/l,	136	0,082	-	-	-	-	-	-
X=40 m W=1,80 m Co= 32,0 uS/cm= 15,4 mgr/l,	116	0,068	0,030	0,441	4,02	0,245	0,88	0,254
<b>Promedio</b>	-	<b>0,108</b>	<b>0,029</b>	<b>0,302</b>	-	<b>0150</b>	<b>0,80</b>	<b>0,176</b>

TABLE 2. Datos depurados por la modelación.  
(\*)Se eliminan los datos inciertos en la segunda curva.

exitosas la primera y la tercera. La segunda tiene serios problemas de distorsión por lo que no es apropiada para la modelación. De esta curva se conserva solo el dato de velocidad.

### 5.5. CORRECCIÓN DEL CAUDAL

La disponibilidad de masa efectiva en el experimento se calcula para el Φ promedio de 0.80. Con este dato se corrige el caudal. Figura 13.

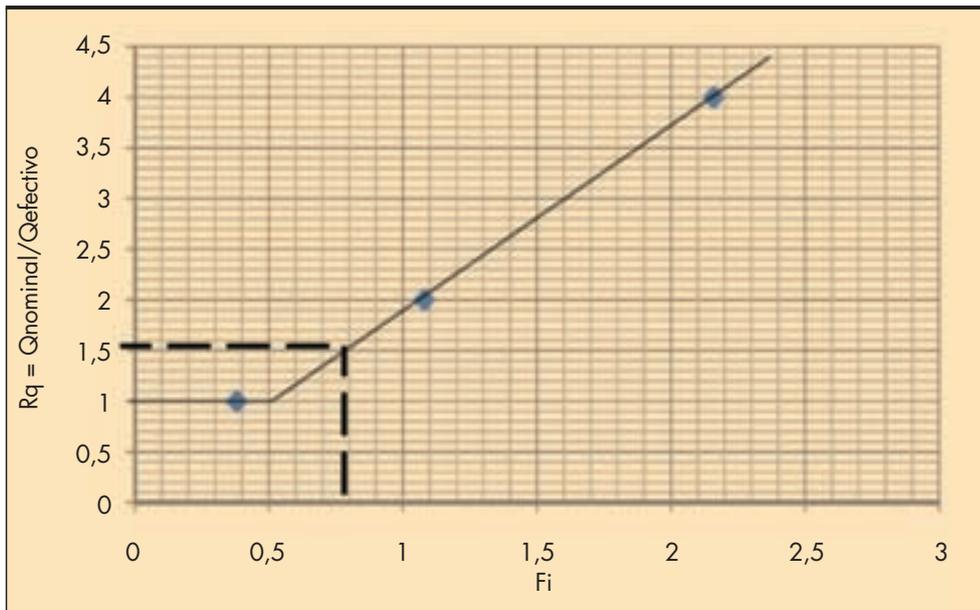


FIGURA 13. Corrección de caudal por disponibilidad de masa.

TABLE 3. Datos consolidados para el tramo.

Velocidad media U (m/s)	Caudal Q (m <sup>3</sup> /s)	A (m <sup>2</sup> )	W (m)	H (m)	E (m <sup>2</sup> /s)	Φ
<b>0,108</b>	<b>0,0193</b>	<b>0,179</b>	<b>1,80</b>	<b>0,0992</b>	<b>0,176</b>	<b>0,80</b>

Para el caso el caudal medido es de 29,0 l/s tiene que ser dividido por 1,5 quedando finalmente un caudal de 19,3 l/s.

Se puede verificar la cercanía del dato obtenido para la profundidad media por trazadores ( $H=9,9\text{ cm}$ ) y la estimación geométrica aproximada por batimetría simple ( $H=9,2\text{ cm}$ ). Este es un primer valor de la geomorfología determinado en promedio por los trazadores, en seguida se busca los datos restantes.

**5.6. CÁLCULO APROXIMADO DE LA PENDIENTE Y LA RUGOSIDAD**

Se plantea un procedimiento de prueba y error, asumiéndose ciertas incertidumbres pues solo se conoce el valor promedio de  $\Phi$  para las dos distancias. Un procedimiento más preciso es teniendo los datos correspondientes de esta función para cada distancia. Se calcula inicialmente la pendiente con el dato más bajo de  $E(X)$  hallado con el trazador, manteniendo el dato promedio de profundidad:

**X=10 m:**

$$S \approx \frac{E(10)^2}{35.2 \times h^3 \times g} \approx \frac{0.097^2}{35.2 \times (0.0992)^3 \times 9.81} \approx 0.027$$

Se verifica la "función de estimación", calculando previamente el Radio hidráulico y la constante de Chezy:

$$R \approx \frac{A}{(2 \times h + W)} \approx \frac{0.179}{(2 \times 0.0992 + 1.8)} \approx 0.090$$

$$C \approx \frac{U}{\sqrt{RC}} \approx \frac{0.108}{\sqrt{0.09 \times 0.027}} \approx 2.19$$

Se verifica ahora la "función de estimación" con los valores hallados promedios hallados:

$$F \approx \left( \phi^2 \tau \frac{C^2 R}{2 h} \sqrt{\frac{S}{g h}} \right) \approx (0.8)^2 \times \left( \frac{10}{0.108} \right) \times 0.215 \times \frac{2.19^2}{2} \times \frac{0.09}{0.0992} \times \sqrt{\frac{0.027}{9.81 \times 0.0992}} \approx 4.62$$

Este es un valor muy bajo comparado con 5.93. Deben buscarse otros valores que hagan crecer este resultado hasta ser compatible con la referencia.

Se parte del rango aproximado para  $E(X)$  extrapolando para valores mayores a  $X=10\text{ m}$ . Por ejemplo a  $X=30\text{ m}$  en el que se aprecia un nuevo valor para  $E \approx 0.225\text{ m}^2/\text{s}$ . Figura 14. Con este nuevo dato se repite el procedimiento aproximado anterior:

**X= 30 m:**

$$S \approx \frac{E(30)^2}{35.2 \times h^3 \times g} \approx \frac{0.225^2}{35.2 \times (0.0992)^3 \times 9.81} \approx 0.150$$

Se tiene el mismo Radio hidráulico que antes:  $R=0.09\text{ m}$ .

$$C \approx \frac{U}{\sqrt{RC}} \approx \frac{0.108}{\sqrt{0.09 \times 0.150}} \approx 0.93\text{ m}^{1/2} / \text{s}$$

Se verifica ahora la "función de estimación" con los nuevos valores promedios hallados:

$$F \approx \left( \phi^2 \tau \frac{C^2 R}{2 h} \sqrt{\frac{S}{g h}} \right) \approx (0.8)^2 \times \left( \frac{30}{0.108} \right) \times 0.215 \times \frac{0.93^2}{2} \times \frac{0.09}{0.0992} \times \sqrt{\frac{0.150}{9.81 \times 0.0992}} \approx 5,90$$

Este es un valor apropiado para ajustar el Coeficiente de Elder. Se procede a establecer el orden de magnitud de la rugosidad efectiva, según Manning.

$$n \approx \frac{R^{1/6}}{C} \approx \frac{(0.09)^{1/6}}{0.93} \approx 0.7$$

Ciertamente este es un valor extremo del numero de Manning pero debe tenerse en cuenta que la velocidad del flujo es sumamente baja por la gran pérdida de energía en los escalones "piscina-rápido" en el cauce. En apoyo a este valor se tiene la gran congruencia de los datos, ya que la profundidad media calculada con trazadores es bastante cercana al valor promedio obtenido por batimetría simple y que la relación de Chezy arroja el valor correcto de velocidad con los datos obtenidos. El valor de ubicación en el rango para Elder es (0.225 m<sup>2</sup>/s, 30 m).

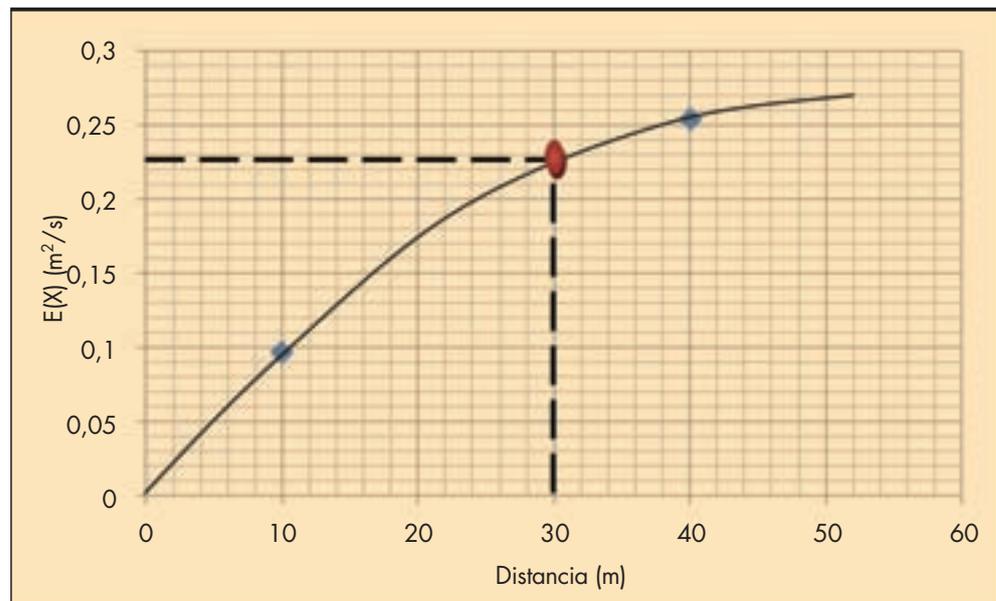


FIGURA 14. Tendencia aproximada de  $E(X)$ .

## 6. CONCLUSIONES

1. Se establecen las condiciones de aplicación óptima del método de trazadores a la Calibración y Validación de los paquetes de Calidad de Agua.
2. La congruencia interna del método presentado asegura una calidad óptima de los valores para flujo, transporte y geomorfología.
3. Se aplica el método desarrollado a un río de montaña en Colombia. Este cauce tiene una velocidad muy baja debido a la gran pérdida de energía por secuencias “piscina-rápido” y consecuentemente una rugosidad ampliada muy grande. Los datos hallados con trazadores se acoplan bien a los datos de la batimetría realizada simultáneamente.
4. Deberán realizarse más experimentos para ajustar el método a diversos tipos de cauce.

## 7. AGRADECIMIENTOS

Al grupo de Investigación “Visión Colombia hídrica” (reconocido por Colciencias) de la Universidad Militar “Nueva Granada” por su aporte invaluable en la realización de estos experimentos.

## 8. BIBLIOGRAFÍA

Constain A, Definición y análisis de una función de evolución de solutos dispersivos en flujos naturales, Revista DYNA (Medellín) No, 175, octubre 2012.

Constain, A. J. y Mesa D. Recovering Elder’s longitudinal dispersion equation by means of a transport coefficient as time function. LACCEI proceedings, Cancun, Mexico, 2013.

Constain A.J.- Aplicación de una ecuación de velocidad media en régimen no uniforme: Análisis detallado del transporte en

el canal Caltech usando Excel., Revista Ingeniería Civil, CEDEX, Vol 170 2013.

Elder J,W,, 1959, The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow, Journal of fluid mechanics.

Fischer H,B, “Longitudinal dispersion in laboratory and natural channels”, PhD Thesis, CALTECH, 1966, Report No, KH-R-12, W, M, Keck Laboratory, California Institute of technology.

Fischer, H,B 1967, The mechanics of dispersion in natural streams, Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of ASCE, nov, 187-215.

Fischer, H,B,, 1968, Dispersion predictions in natural streams, Journal of the Sanitary Engineering Division, Proceedings of the ASCE, USA, 927-943.

Fischer, H,B,, 1969, The effects of bends on dispersion in streams, Water resources research, Vol 5, No,2, 496-505.

Mandel J, The statistical analysis of experimental data, Dover, N,Y, 1964.

Gmurman V,E, Problemas de la teoría de probabilidades y de estadística matemática, Editorial Mir, Moscú, 1975.

Martin J.L. & McCutcheon S.C. Hydrodynamics and transport for water quality modeling. Lewis Publishers, Boca Raton, USA, 1999.

Sierra C.A. Calidad del Agua, Editorial Universidad de Medellín, Colombia, 2011.

Spiridonov V.P. y Lopatkin A.A. tratamiento matemático de datos físico-químicos. Editorial Mir, Moscú, 1973.

Vélez Upegui J.I, Posada García L., Montoya Cardona M.M y Montoya Martínez E. Metodología para estimar la resistencia al flujo en cauces de montaña. XXI congreso Latinoamericano de Hidráulica, Sao Paulo, Brasil, 2004.