

LAS TEORIAS DE LA TERRAMECANICA Y SU APLICACION EN LA TRAFICABILIDAD DE VEHICULOS EXTRAVIARIOS DE MOVIMIENTO DE TIERRAS

J. JEVENOIS

E.T.S. de Ingenieros Agrónomos (U.P.M.)

1. RESUMEN

Este trabajo presenta una revisión de las distintas teorías que analizan las interacciones entre los elementos de rodadura de un vehículo extraviario de movimiento de tierras, y las capas superficiales del terreno, centrándose en los dos más importantes aspectos de la Terramecánica, como son la capacidad portante del suelo y su resistencia a los esfuerzos tangenciales de corte.

2. INTRODUCCION

Para poder avanzar venciendo la resistencia a la rodadura y tirando o empujando, según los casos, el motor proporciona un par que supone una fuerza tangencial sobre el terreno que éste debe soportar sin romperse, o hacerlo dentro de unos límites admisibles. Si no hay potencia suficiente para que el par permita vencer la resistencia a la rodadura, o el empuje es superior a la capacidad del terreno para resistir esfuerzos cortantes, el vehículo no avanzará.

Las fuerzas que actúan sobre el vehículo cuando proporciona esfuerzos de tracción, son:

- El peso dinámico del vehículo.
- La fuerza de tiro desarrollada.
- Las resistencias al avance debidas al aire, pendiente y fuerzas de inercia.
- Las reacciones del terreno a los elementos de rodadura.

Es este último aspecto en el que se centra el interés de la aplicación de la Terramecánica.

La resistencia a la rodadura depende del hundimiento que se produce en el terreno al no ser rígido y ceder la carga vertical aplicada por el

tren de rodadura, que a su vez también se deforma.

El hundimiento, que también se presenta cuando el vehículo está parado, supone en movimiento tener que superar la "ola" de terreno que se va formando delante del tren, oponiéndose a su avance.

La fuerza tangencial provocada por el tren de cadenas o las ruedas, deforma el suelo produciendo una pérdida de camino recorrido o resbalamiento. Este puede ser total, en cuyo caso el vehículo no avanzará, diciéndose que patina porque la capa superficial del suelo, mordida por las garras, se separa de la situada inmediatamente por debajo, acompañando al tren en su movimiento sin avance.

Mantener los valores posibles de fuerzas tangenciales, dentro de unos límites que no produzcan la rotura total del suelo, sino valores de resbalamiento compatibles con un rendimiento en tracción aceptable, así como asegurar que el vehículo no se hunda hasta su eje, serán objetivos primordiales en el conocimiento de las posibilidades del vehículo y en su adecuación a un trabajo específico.

3. RELACION CARGA-HUNDIMIENTO

El hundimiento de una rueda fue relacionado con la carga aplicada por la siguiente expresión:

$$P = K \cdot z^n$$

en la que P es la presión transmitida al terreno, z el hundimiento de las ruedas y K y n , parámetros del suelo.

3.2. MODELO DE BEKKER

Modifica el parámetro K haciéndolo depender de las dimensiones de la huella, por la expresión:

$$P = \frac{(K_c + K_\phi) \cdot x^n}{b}$$

donde:

K_c : módulo de la deformación debido a la cohesión (kN/m^{n+1}).

K_ϕ : módulo de la deformación debido a la fricción (kN/m^{n+2}).

x : menor dimensión de la huella (m).

Para la determinación de K_c y de K_ϕ se emplean placas de diferentes anchuras que se introducen en el terreno, tomando nota de las cargas aplicadas y los hundimientos producidos. (Figura 1).

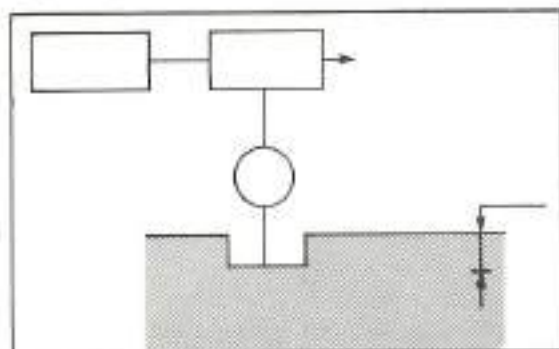


FIGURA 1

3.3. MODELO DE REECE

Propone como relación entre cargas y hundimientos una expresión en la que los nuevos parámetros K'_c y K'_ϕ son adimensionales:

$$P = d \cdot K'_c \left(\frac{z}{b}\right)^n + \phi \cdot b \cdot K'_\phi \left(\frac{z}{b}\right)^n$$

siendo:

ϕ = peso específico del suelo.

b = anchura de la placa.

Los parámetros K'_c , K'_ϕ y n , considerados constantes para un mismo suelo lo son mientras no se modifiquen las condiciones del mismo con respecto a las del ensayo. La humedad, el tiempo, o el tráfico repetido, modifican su valor haciendo necesario repetir las determinaciones si se pretende conocer el comportamiento del suelo en diferentes estados posibles de trabajo.

4. RELACION TENSION TANGENCIAL-DEFORMACION

La limitación de la fuerza horizontal propulsora

del vehículo es proporcional a la carga vertical aplicada aceptándose de modo general el criterio de rotura de Coulomb:

$$H = A \cdot c + W \cdot \tan \phi$$

siendo:

H = fuerza horizontal de rotura.

A = área de contacto rueda-suelo.

c = cohesión del terreno.

W = carga vertical sobre las ruedas.

$\tan \phi$ = tangente del ángulo de rozamiento interno del suelo.

Para predecir el comportamiento de un vehículo en terreno natural, se realizan ensayos "in situ" con placas rectangulares o anillos de corte, con diferentes cargas verticales, tirando de la placa paralelamente al terreno o girando el anillo hasta que el suelo rompa. (Figura 2).

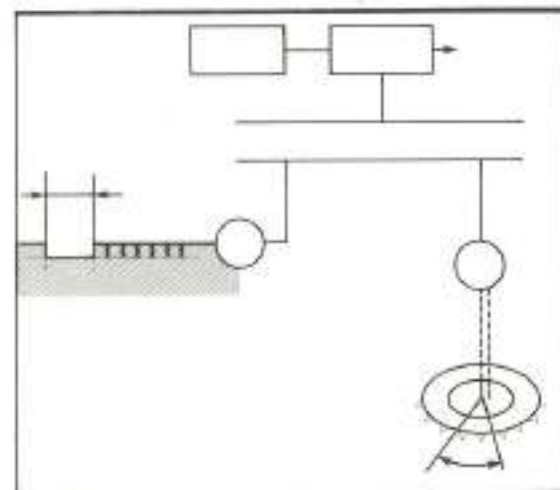


FIGURA 2

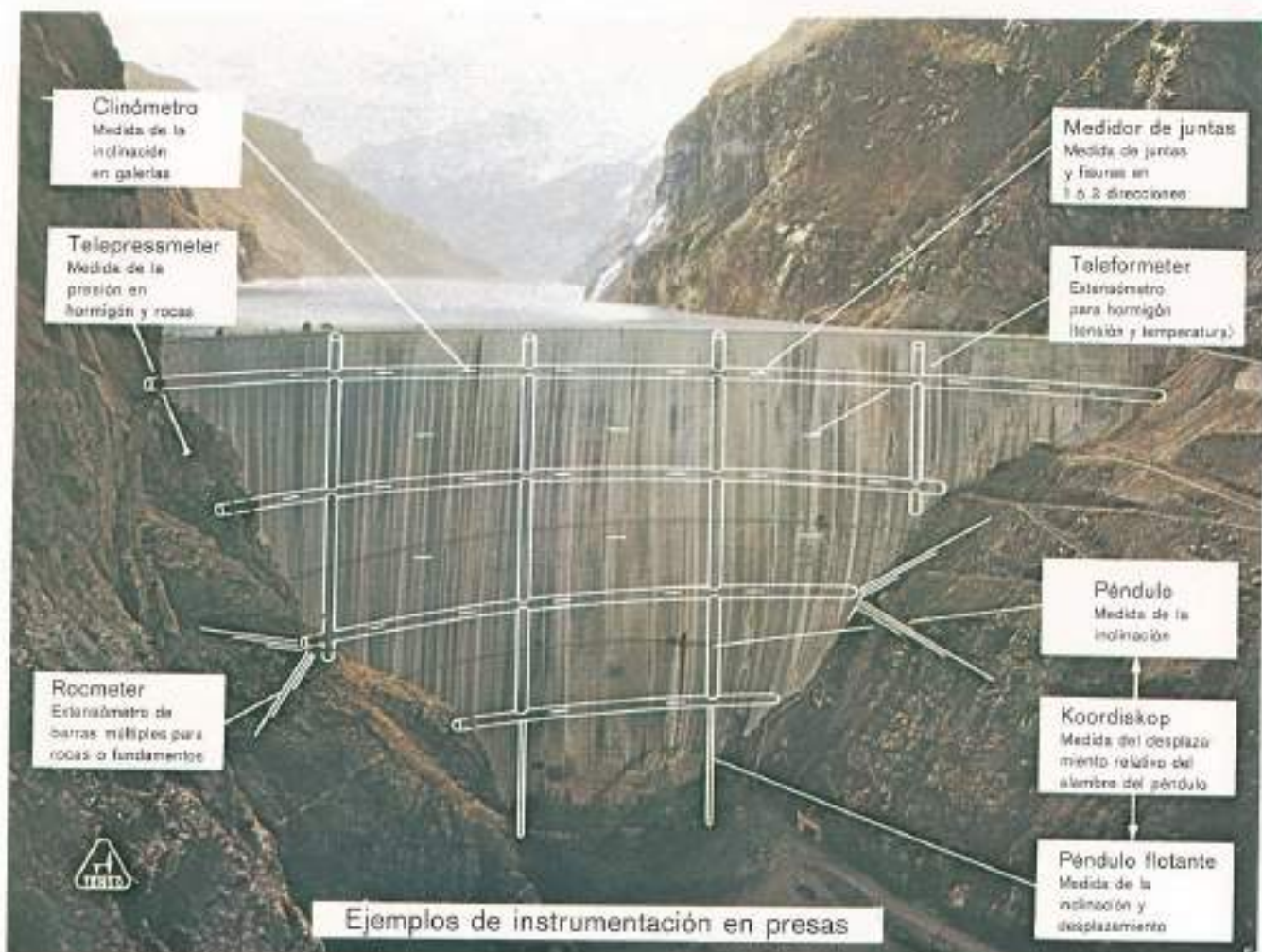
Así se obtienen las curvas tensión-deformación, y de los puntos de rotura en las mismas, la recta de Coulomb.

La forma de las curvas tensión-deformación responde a dos esquemas. En los suelos friccionales, la tensión alcanza un valor máximo para una deformación relativamente pequeña para después descender y estabilizarse.

En los suelos cohesivos no existe el pico y la curva crece continuamente para pasar sin interrupción de un comportamiento elasto-plástico del suelo al comportamiento plástico. (Figura 3).

4.1. MODELO DE BEKKER

Bekker asimiló la forma de las curvas tensión-deformación a la del desplazamiento-frecuencia natural de vibración no periódica amortiguada, sustituyendo las constantes de amortiguación y



HUGGENBERGER, S.A. Zurich

Instrumentos aparatos y equipos para supervisión en las construcciones y obras de ingeniería civil.

Tensiones, torsiones, inclinaciones, deformaciones, presiones, temperaturas, filtraciones; en presas de hormigón y tierra, estructuras, túneles, fundamentos, excavaciones y centrales nucleares.

Instrumentos mecánicos para medidas en rocas.

Más de 200 presas han sido equipadas en todo el mundo con instrumentos HUGGENBERGER.



Representante General para España:

**SANCHEZ-RAMOS
Y SIMONETTA • INGENIEROS S.A.**

CASA FUNDADA EN 1926

Gran Vía, 27 - 28013 Madrid
Apartado 1033
Teléfono: 521 48 45 - Telex: 231173

Badal 75, Entlo. 3.^a
08014 Barcelona
Teléfono: 332 31 27

AGUA VIVA



El agua padece múltiples agresiones contaminantes
en su recorrido natural.

Es imprescindible que llegue al usuario con
el tratamiento adecuado.

CADAGUA está presente allí donde se exige la mejor agua.



Depuradora de Butarque - Madrid



cadagua, s.a. Damos vida.

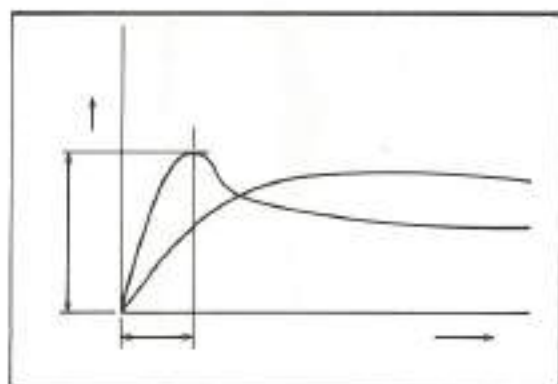


FIGURA 3

de elasticidad por parámetros del suelo, proponiendo elasticidad por parámetros del suelo, propo-

$$S = (c + p \cdot \tan \phi) \cdot \frac{y}{y_{m\acute{o}x}}$$

siendo:

$$y = e \left(-K_2 + \sqrt{K_2^2 - 1} \right) \cdot K_1 \cdot j$$

$$- e \left(-K_2 - \sqrt{K_2^2 - 1} \right) \cdot K_1 \cdot j$$

K_1 y K_2 son las constantes propuestas y "j" la deformación del terreno. La determinación de las constantes se hace a partir de las curvas tensión-deformación.

4.2. MODELO DE JANOSI-HANAMOTO

El hecho de que en la mayoría de los casos la curva experimental no presente el "pico" característico, y que haya mucha dificultad en establecer el valor de K_2 cuando no existe disminución de la tensión después del máximo, llevaron a JANOSI y HANAMOTO (1961) a proponer una nueva expresión más simplificada para los suelos plásticos:

$$S = (c + p \cdot \tan \alpha) \cdot (1 - e^{-j/K})$$

siendo j las deformaciones, que cuando tienden a infinito aproxima la expresión a la típica de Coulomb.

4.3. MODELO DE WONG

Wong (1983) propone la siguiente expresión:

$$\frac{S}{S_{m\acute{o}x}} = k_r \left(1 + \left(\frac{1}{k_r(1 - 1/e)} - 1 \right) \cdot e^{(1 - j/k_w)} \cdot (1 - e^{-j/k_w}) \right)$$

siendo k_w el desplazamiento para $S = S_{m\acute{o}x}$ y k_r la relación entre el esfuerzo cortante residual S_r y el esfuerzo cortante máximo $S_{m\acute{o}x}$:

$$k_r = S_r / S_{m\acute{o}x}$$

5. APLICACION DEL MODELO DE BEKKER AL SISTEMA SUELO-VEHICULO

A partir de los postulados de la Terramecánica se pueden relacionar el hundimiento del tren de rodadura y la deformación producida por la existencia de esfuerzos cortantes, con la resistencia a la rodadura y el empuje del vehículo.

El modelo matemático deriva entonces del estudio teórico del comportamiento del suelo, para el que es necesario definir una serie de parámetros y desarrollar técnicas de medida. Las expresiones que se proponen hay que comparárlas con los resultados de la experimentación posterior, que contrastará la bondad del modelo propuesto.

En otras ocasiones, el método seguido hasta ahora ha sido el opuesto. El modelo se desarrolla a partir de los datos obtenidos por experimentación directa. Se establecen a priori los parámetros del suelo y vehículo que se van a emplear en el modelo, se hacen ensayos para medir el valor de las acciones mutuas rueda-suelo que hay que expresar matemáticamente, y se ajustan funciones a los resultados obtenidos.

5.1. RESISTENCIA A LA RODADURA

Para la determinación de la resistencia a la rodadura, Bekker, que empezó trabajando con ruedas rígidas para no tener que considerar más que la deformación del suelo, establece como premisa que la reacción del suelo en la zona de contacto con la rueda es radial en todos los puntos e igual a la presión normal sobre una superficie horizontal situada a la misma profundidad, para la que propone la conocida expresión:

$$P = K \cdot z^n$$

Sentado este principio, la resistencia a la rodadura para una rueda de anchura b que se ha hundido hasta un valor máximo z_0 será (Figura 4):

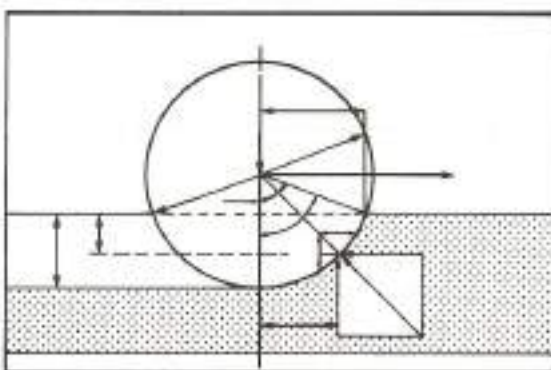


FIGURA 4

$$R_c = b \int_0^{\theta} \sigma_r \sin \theta \cdot d\theta, \text{ siendo}$$

$$\sigma_r \sin \theta \cdot d\theta = p dz, \text{ y por tanto:}$$

$$R_c = b \cdot \int_0^z k \cdot z^n \cdot dz =$$

$$= \frac{k_c + b \cdot k \varphi}{n+1} z_0^{n+1}, \text{ donde siendo:}$$

$$z_0 = \left(\frac{W}{1 \cdot (k_c + b \cdot k \varphi)} \right)^{1/n}, \text{ de donde:}$$

$$R_c = \frac{(b \varphi)^{n+1}}{(n+1) \cdot (k_c + b \cdot k \varphi)^{1/n}}$$

o bien, en función del diámetro de la rueda:

$$R_c = \frac{\left[\frac{(3W)^{1/n}}{\sqrt{D}} \right]^{\frac{2n+2}{2n+1}}}{(3-n)^{\frac{2n+2}{2n+1}} \cdot (n+1) \cdot (k_c + b \cdot k \varphi)^{\frac{1}{2n+1}}}$$

Para la rueda neumática, hay que contar también con la deformación de la rueda. En estas condiciones, considera que la resistencia al movimiento tiene 3 componentes debidas a:

— Energía empleada en la compactación vertical del suelo: R_c .

— Energía consumida en el desplazamiento lateral del suelo (efecto bulldozer): R_b .

— Energía en la flexión de la rueda: R_f .

En primer lugar es necesario saber si el suelo va a permitir que la rueda se comporte como rígida o elástica. Si la presión que es capaz de soportar es menor que la que transmite la rueda esta se comportará como si fuera rígida. Se puede considerar como crítico el valor:

$$P_{cr} = \left[\frac{3W}{b \left(\frac{k_c}{b} + k \varphi \right) \cdot (3-n) \cdot \sqrt{D}} \right]^{\frac{2n}{2n+1}}$$

Si $P_1 + P_c < P_{cr}$, la rueda se deforma a lo largo de una porción de su circunferencia. La presión bajo la zona deformada es $P_1 + P_c$, y el resto del área de contacto estará regida por la ecuación general de Bekker: $p(z)$.

5.2. EMPUJE O PROPULSION

La propulsión de la rueda la determina Bekker a partir de la expresión de la tensión tangencial,

integrándola a lo largo de la zona de contacto rueda-suelo.

$$H = b \int_0^L s \cdot dx$$

siendo l la longitud de la huella, que da como resultado:

$$H = \frac{b \cdot (c + p \cdot \tan \alpha)}{k_1 \cdot l_0 \cdot y_{\max}} \cdot \left[\frac{(1 - e^{-K_1 \sqrt{k_2^2 - 1}}) \cdot k_1 \cdot l_0 \cdot l}{-K_2 - \sqrt{k_2^2 - 1}} + \frac{-1 - e^{(-K_2 + \sqrt{k_2^2 - 1}) \cdot k_1 \cdot l_0 \cdot l}}{-K_2 + \sqrt{k_2^2 - 1}} \right]$$

expresión que proporciona el tiro de la rueda en función del resbalamiento. Este valor no es constante a lo largo de la huella, aún suponiendo una distribución uniforme de la presión sobre el suelo.

Utilizando la expresión de JANOSI y HANA-MOTO para la tensión cortante:

$$S = (c + p \cdot \tan \alpha) \cdot (1 - e^{-J/K})$$

se llegaría a:

$$H = 2b \cdot (c + p \cdot \tan \alpha) \cdot \left(1 - \frac{K}{l_0} \left(e^{-\frac{l_0 \cdot l}{K}} - 1 \right) \right)$$

y llamando:

$$A = 2b \cdot L$$

$$W = p \cdot A$$

$$J = l_0 \cdot l / K$$

se puede poner como:

$$H = (A \cdot c + W \cdot \tan \alpha) \cdot (1 - 1(1 - e^{-J})) \cdot J$$

Uno de los mayores inconvenientes del método de Bekker y sus seguidores es la dificultad en obtener los parámetros del suelo k_c , $k\alpha$, n , c , α , K_1 y K_2 , o bien un único K en lugar de los dos últimos.

Los sistemas desarrollados hasta la fecha son muy lentos y requieren equipos especializados y costosos por lo que se encuentran en estado de "diseños experimentales" desarrollados por cada uno de los Organismos interesados.

BIBLIOGRAFIA

- BEKKER, M.G. (1956) "Theory of Land Locomotion - Mechanics of Vehicle Mobility". University of Michigan. Press, 497 pp, Ann Arbor, Michigan.
BEKKER, M.G. (1960) "Off-the-road Locomotion Research and Development in Terramechanics". 272

pp. The University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan.

BEKKER, M.G. (1969) "Introduction to Terrain-Vehicle Systems". University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan.

BERNSTEIN, R. (1913) "Probleme zur experimentellen Motorflugmechanik", *Der Motorwagen*, Vol. 13.

JANOSI, Z.; HANAMOTO, B. (1961). "The analytical determination of drawbar pull as a function of slip for tracked vehicles in deformable soils". *Proc. 1st. Intern. Conf. Terrain Vehicles Systems*, Turin.

REECE, A.R. (1964). "The effect of grousers on off-the-road vehicle performance". *J. Agric. Engrg. Res.* 9, 360-371.

REECE, A.R. (1965-66). "Principles of soil-vehicle mechanics". *Proc. Instn. Mech. Engrs.* 180, Part 2A.

WONG, J.Y. (1976). "Performance characteristics of Off-Road Vehicles". Carleton Univ. Special Program "Terrain-Vehicle Systems Analysis". Ottawa.

WONG, J.Y.; PRESTON-THOMAS, J. (1983). "On the characterization of the shear stress-displacement relationship of terrain". *J. Terramechanics* 19, 225-234.



PEDIDOS: Contra reembolso ☐ — Cheque adjunto ☐

COMPUTERS IN CONSTRUCTION PLANNING AND CONTROL

M.J. Jackson —15350—
1986 185 págs. 7.950 IVA INCLUIDO

CONTENIDO: Planning and control in the construction industry. The design of project plans. The Network model. Graphics as an aid to interaction. Some non-graphical planning aids. Programming the graphics. The control of projects.

COMPUTER TECHNOLOGY IN CONSTRUCTION

I.C.E. —9774—
1985 308 págs. 5.936 IVA INCLUIDO

CONTENIDO: The Structure of the Industry Growing complexity of design and construction. Information Management. Office systems. Computers and the profession. Education of the computer user. Guidelines for evaluation. Advances and application.

MICROESTIMATING FOR CIVIL ENGINEERS

R.D. Stewart —13005—
1986 385 págs. 8.895 IVA INCLUIDO

CONTENIDO: Microcomputers in civil engineering. Estimating fundamentals. Integrated applications for estimating. The work structure in estimating. Spreadsheet based estimating. Choosing the right systems.

NUMERICAL METHODS. (For computer science, engineering maths)

MAHEWS, J.H. —17838—
1986 Ed. 507 págs. 7.738 IVA INCLUIDO

CONTENIDO: mathematical preliminaries. The solution of non linear equations $f(x) = 0$. Direct methods for solving linear systems. Numerical interpolation and extrapolation. Curve fitting. Numerical differentiation and optimization. ETC.

MICROCOMPUTER-AIDED ENGINEERING. Structural Dynamics.

Paz, M. —14634—
1986 Ed. 321 págs. 11.660 IVA INCLUIDO

CONTENIDO: Preface. - Programs for Structures Modeled as a One-Degree-of-Freedom System by the Simple Oscillator. - Programs for Modeling structures as Multidegrees-of-Freedom System. - Programs for Structures Modeled as Multidegree-of-Freedom Systems. - Index.

A STRUCTURED APPROACH TO BUILDING PROGRAMS: Cobol.

WELLS. —15792—
1986 342 págs. 4.983 IVA INCLUIDO

COMPUTER ANALYSIS METHODS POWER SYSTEMS.

Heydt, G.T. —12866—
1986 Ed. 359 págs. 10.388 IVA INCLUIDO

CONTENIDO: Introduction. - Power System Matrices. - Programming considerations. - Power Flow Studies. - Approximate, FAST, and SPECIAL PURPOSE POWER flow studies. - Optimal Dispatch. - Fault studies. - Power system Stability. - Stochastic Methods in Power Systems Analysis. - Appendices. - Index.

COMPUTATIONAL NUMERICAL METHODS.

Phillips, C. —15325—
1.986 Ed. 375 págs. 12.932 IVA INCLUIDO

CONTENIDO: Introduction. Non-Linear algebraic equations. Linear simultaneous equations. Approximation of continuous functions. Approximation of numerically defined functions. Numerical integration. Ordinary differential equations, etc.

FUNDAMENTALS OF INFORMATION TECHNOLOGY. (PP)

Wilkinson, G.G. —20122—
CONTENIDO: Computer Systems. - Software engineering. - Information Management Systems. - Intelligent Systems. - The man Machine Interface. - References. - Index.

INTRODUCCION A LOS SISTEMAS DE BASES DE DATOS.

Date, C.J. —14238—
1986 Ed. 648 págs. 4.579 IVA INCLUIDO

CONTENIDO: Arquitectura de los sistemas de bases de datos. El enfoque relacional. El enfoque jerárquico. El enfoque de redes. Revisión de los tres enfoques.

FRACTURE FATIGUE CONTROL STRUCTURES

Bersom, J.M. —17818—
1987 Ed. 628 págs. 12.084 IVA INCLUIDO

CONTENIDO: Overview of the Problem of Fracture and Fatigue in Structures. - Stress Analysis for Members with Cracks. - Experimental Determination of K and Other K Values. - Effect of Temperature, Loading Rate, and Plate Thickness on Fracture Toughness. - Correlations Between Fracture Mechanics Design. - Introduction To Fatigue. - Fatigue-Crack Initiation. - Fatigue-Crack Propagation under Constant-Amplitude Load Fluctuation. - Fatigue-Crack Propagation under Variable-Amplitude Load Fluctuation. - Stress-Corrosion Cracking. - Corrosion-Fatigue-Crack Initiation. - Corrosion-Fatigue-Crack Propagation. - Fatigue and Fracture Behavior of Welded Components. Fracture Criteria, etc.