

PROBLEMA DEL "TAPON SALINO" EN ESTUARIOS

I. Planteamiento y soluciones analíticas

ANTONIO RUIZ MATEO

Centro de Estudios de Técnicas Aplicadas (CEDEX)

1. INTRODUCCION

De acuerdo con la definición de Pritchard [1] un estuario es una gran masa de agua semicerrada que tiene una conexión libre con el mar abierto y en el interior del cual, el agua del mar está diluida a niveles medibles con agua dulce procedente del drenaje continental.

Aunque esta definición es la más aceptada desde el punto de vista oceanográfico, el concepto que de la palabra estuario se tiene en distintos ambientes varía de forma considerable. Para la navegación marítima, los estuarios suponen zonas protegidas de los temporales y con bastante frecuencia, ubicación de puertos; desde este punto de vista el interés se centra más en las oscilaciones de nivel debidas a las mareas que en la salinidad del agua. Para la producción pesquera y marisquera sucede todo lo contrario.

En España la situación es aún más confusa por la existencia del término "Ría", que a veces se considera sinónimo de estuario y otras veces se aplica sólo a una clase particular de éstos representados por los valles sumergidos tan frecuentes en la costa Norte y Noroeste de la Península Ibérica. Algo similar sucede con los fiordos noruegos, aunque este nombre está mucho más divulgado internacionalmente.

Desde el punto de vista de la oceanografía física, que es el que aquí nos interesa, el concepto de estuario se ha venido aplicando al tramo final de los ríos que, con un cauce de pequeña pendiente, desembocan en mares afectados por mareas, y como consecuencia de lo cual, se producen en dicho tramo tanto oscilaciones de nivel como de salinidad. Sin embargo, la orientación actual está más de acuerdo con la definición de Pritchard dada más arriba, la cual extiende el concepto para incluir rías, fiordos, esteros, ensenadas, caletas, bahías e incluso golfos. En lo que sigue se utilizará la palabra estuario con este sentido amplio.

Aunque pueden encontrarse en la bibliografía sobre el tema varios intentos de clasificación de los estuarios, ninguno ha resultado totalmente satisfactorio porque es difícil encontrar estuarios con características idénticas, y porque incluso para un mismo estuario, aspectos tan importantes como que exista o no estratificación vertical puede depender de la distancia a la desembocadura, de la estación del año o de la intensidad de la marea. Un ejemplo excepcional lo constituye el estuario de Vellar (India) que está completamente ocupado por agua dulce durante el monzón de verano, y completamente ocupado por agua de mar durante el monzón de invierno.

Algunas clasificaciones se basan en consideraciones puramente geométricas (número y disposición de afluentes, existencia de esteros, batimetría del cauce, etc.), pero las más interesantes tienen en cuenta también los aspectos oceanográficos y, más concretamente, las variaciones de salinidad. Desde este punto de vista suelen distinguirse tres tipos de estuarios: aquellos en los que no existen diferencias apreciables de salinidad entre los distintos puntos de una sección transversal (por ejemplo, los estuarios del Guadalquivir o del Támesis); aquellos que presentan una variación pronunciada, pero continua, desde la superficie hasta el fondo (por ejemplo, la mayor parte de las rías españolas o el estuario de Mersey, cerca de Liverpool), y por último aquellos en los que se aprecia una capa de agua dulce que circula casi sin mezclarse sobre otra capa constituida por agua del mar (por ejemplo, el estuario del Mississippi o los fiordos noruegos). Estos dos últimos grupos pueden subdividirse en otros, pero como el objeto de este artículo son los del primer tipo, no insistiremos en ello. Existen otras clasificaciones de las cuales la de Hansen y Rattray [2] es la más interesante porque además de la estratificación de densidad tiene en cuenta la estratificación de velocidades netas intermareales.

Los tres tipos de estuarios que se han descrito tienen nombres bien establecidos y universalmente aceptados en la bibliografía inglesa: "well mixed", "stratified" y "arrested salt wedge", respectivamente. Por desgracia no ocurre lo mismo en la española; en adelante nos referimos a ellos como "transversalmente homogéneos", "estratificados" y "de cuña salina".

Se han propuesto varios criterios para poder deducir "a priori" si un estuario determinado pertenece a uno u otro grupo. Entre ellos, el sugerido por Ippen [3] es el que tiene un apoyo teórico más firme; se basa en los valores que toma un número de estratificación definido como G/J siendo G la tasa de disipación de energía turbulenta por unidad de masa de fluido, y J , la tasa de ganancia de energía potencial por unidad de masa debido al incremento de salinidad del agua. Lógicamente, valores elevados de G/J implican una intensa turbulencia y, como resultado, un estuario transversalmente homogéneo; por el contrario, valores muy pequeños estarán asociados a estuarios de cuña salina.

Este criterio, al igual que otros similares (por ejemplo, el que se basa en el número de Richardson: $Ri = g(\partial\rho/\partial z) / \rho(\partial v_x/\partial z)^2$) tienen el inconveniente de que resulta difícil estimar "a priori" el valor de los parámetros clasificatorios. Por esta razón se usan otros como el propuesto por Harleman y Abraham [4], que se basa en el parámetro $P_i = F_s/Q_f T$, siendo:

P_i , el volumen del "prisma de marea", definido como el volumen de agua que atraviesa una sección del estuario en el semiciclo correspondiente a la marea entrante.

Q_f , el caudal de agua dulce que penetra en el estuario aguas arriba de la sección considerada.

T , el período del ciclo de marea, y

F_s , un número de Froude definido como U_0/gH , donde U_0 es la máxima velocidad debida a la marea, promediada a través de la sección, y h es la profundidad media en dicha sección para el nivel medio intermareal.

Dichos autores encontraron que, en experiencias de laboratorio, este parámetro es proporcional al G/J de Ippen, y al contrario que éste, es fácil de calcular. Por otra parte, Simmons [5], a partir de datos sobre estuarios reales ha establecido que cuando la relación $Q_f T/P_i$ es del orden de 1, se produce normalmente una cuña salina; cuando esta relación es del orden de 10^{-1} se dan las condiciones de estuario estratificado, y cuando es del

orden de 10^{-2} , se tiene un estuario transversalmente homogéneo.

Debe tenerse en cuenta que para un mismo estuario, P_i varía de una sección a otra, y si existen varios afluentes o las precipitaciones son abundantes, lo mismo puede suceder con Q_f . Por ello, los criterios anteriores deben entenderse aplicados al entorno de una sección dada del estuario, y como consecuencia, al ir disminuyendo el valor de $Q_f T/P_i$ desde la cabecera hasta la desembocadura del estuario, es frecuente encontrar a lo largo de éste zonas correspondientes a tipos distintos.

Las condiciones especiales que se dan en los estuarios los convierten en elementos importantes para el desarrollo de múltiples actividades: económicas (navegación, pesca, acuicultura, etc.), científicas (hidráulica ambiental, oceanografía física, biología, etc.) y recreativas. En el presente artículo sólo vamos a tratar uno de estos aspectos: la presencia y evolución del denominado "tapón salino", término acuñado en relación con el estuario del río Guadalquivir, y que se refiere al hecho de que en estuarios transversalmente homogéneos, la distribución de salinidad a lo largo del estuario presenta un descenso muy acusado a una cierta distancia de la desembocadura. Naturalmente cuanto más aguas abajo se encuentre este frente salino, mayor será la superficie cultivable que podrá regarse con agua procedente de la parte menos salinizada del estuario. Como ejemplo diremos que la concentración máxima de ión cloruro permitida para el cultivo del arroz es de 0,8 g/l (la del agua del mar es muy aproximadamente igual a 20 g/l), y que para el estuario del Guadalquivir la situación de dicha concentración límite oscila entre los 5 y los 20 km medidos en bajamar (siempre desde la desembocadura), dependiendo de la carrera de marea y del caudal de agua dulce aportado por el río. Cuanto mayor sea este caudal, más aguas abajo se situará el frente salino, y como consecuencia, la concentración límite; este efecto recuerda la acción del líquido contenido en una botella haciendo presión sobre el tapón y empujándolo hacia afuera. De ahí el nombre de "tapón salino".

Si, por el contrario, debido a un mayor aprovechamiento de las aguas del río, el caudal de éste disminuye, el "tapón salino" avanzará hacia aguas arriba, pudiendo perjudicar a posibles regantes que con anterioridad bombearan agua de puntos situados cerca del frente.

El objeto de este trabajo consiste en presentar algunos procedimientos para calcular la posición del "tapón salino", o más precisamente, la distri-

bución longitudinal de salinidades, en estuarios transversalmente homogéneos en función de sus parámetros geométricos y dispersivos, y de los caudales de agua dulce aportados por el río. En este primer artículo se hace el planteamiento general del problema, se deducen las ecuaciones aplicables y se obtienen algunas soluciones analíticas. En el próximo número se publicará una segunda parte que tratará sobre las soluciones numéricas en régimen estacionario, y, más adelante, un tercer y último artículo sobre el problema en régimen transitorio.

ECUACIONES DE DISPERSION

La evolución de cualquier sustancia disuelta o que se mantiene en suspensión en el seno de una masa de agua está representada por la ecuación general del transporte, que en su forma integral puede escribirse mediante [6]:

$$\frac{D}{Dt} \int_V c dV = - \oint_S \bar{Q} \cdot d\bar{S} + \int_V g dV \quad (1)$$

que, teniendo en cuenta el teorema general del transporte:

$$\frac{D}{Dt} \int_V c dV = \int_V \frac{\partial c}{\partial t} dv + \oint_S \bar{c} \cdot d\bar{S} \quad (2)$$

se puede escribir en la forma:

$$\int_V \frac{\partial c}{\partial t} dv + \oint_S \bar{c} \cdot d\bar{S} = - \oint_S \bar{Q} \cdot d\bar{S} + \int_V g dV \quad (3)$$

El significado de las distintas variables es el siguiente:

c , concentración de la sustancia considerada por unidad de volumen.

$\bar{c}$, velocidad del agua.

$\bar{Q}$, flujo por unidad de área y por unidad de tiempo de la sustancia considerada respecto al desplazamiento del agua, es decir, excluido el flujo convectivo.

g , generación de sustancia por unidad de volumen y por unidad de tiempo.

Además, $D(\quad)/Dt$ y $\partial(\quad)/\partial t$ representan las derivadas total y local con respecto al tiempo; V es un volumen constituido por partículas fluidas y que, por lo tanto, se desplaza con éstas; v es un volumen fijo que coincide instantáneamente con V y que está limitado por la superficie cerrada S . La raya situada encima de una variable significa que ésta tiene naturaleza vectorial.

Aplicando el teorema de la divergencia a la ecuación (3) y suponiendo que todas las funciones poseen derivadas continuas necesarias, por aplicación del teorema del valor medio y haciendo tender a cero el volumen V se obtiene la ecuación general del transporte en su forma diferencial:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \text{div}(\bar{c}\bar{c}) = - \text{div} \bar{Q} + g \quad (4)$$

Teniendo en cuenta que la sustancia que aquí nos interesa (la sal) es perfectamente conservativa, es decir, no se genera ni desaparece, resulta $g = 0$. Por otra parte, si admitimos que el transporte neto de sal que se produce entre zonas de diferente salinidad se debe fundamentalmente a los intercambios provocados por la turbulencia, es habitual suponer $\bar{Q} = \epsilon \text{ grad } c$, siendo ϵ el coeficiente de difusión turbulenta. Entonces la ecuación (4) se convierte en:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \text{div}(\bar{c}\bar{c}) = \text{div}(\epsilon \text{ grad } c) \quad (5)$$

Si ϵ se supone constante, el segundo miembro de la ecuación anterior se convierte en $\epsilon \Delta c$, siendo Δ el operador laplaciano.

Aplicando ahora la ecuación (5) a un estuario en el que se supone que la coordenada x se mide a lo largo de su eje, e integrando sobre toda la sección transversal se obtiene (ver, por ejemplo, (7)):

$$\frac{\partial (AC)}{\partial t} + \frac{\partial (ACU)}{\partial x} = - \frac{\partial (A \langle C'U' \rangle)}{\partial x} + \frac{\partial (A \langle \epsilon \partial c / \partial x \rangle)}{\partial x} \quad (6)$$

donde A es el área de la sección transversal; C , U , C' y U' son promedios respecto a la sección transversal y desviaciones a dichos promedios, de la concentración y de la componente según x de la velocidad, respectivamente. Por ejemplo:

$$c(x, y, z, t) = \bar{C}(x, t) + C'(x, y, z, t)$$

$$C = \langle c \rangle = \frac{1}{A} \int_A c dA$$

El promedio $\langle C'U' \rangle$ tiene las mismas dimensiones que $\bar{Q}$, es decir, flujo por unidad de área y por unidad de tiempo, y representa de hecho un transporte de sal debido a la correlación

existente entre las desviaciones de la concentración y de la velocidad. Supongamos, por ejemplo, que en una sección se tiene $U = 0$; el transporte convectivo representado por el segundo sumando del primer miembro de (6) resulta nulo. Sin embargo, si la mitad inferior avanza en un sentido y la mitad superior lo hace en sentido contrario con velocidades iguales (con lo cual $U = 0$), siempre que las concentraciones en ambas mitades sean diferentes se producirá un transporte neto de sal.

Este transporte, que recibe el nombre de transporte dispersivo, sólo puede calcularse en muy contados casos. Lo habitual es hacerlo depender de la concentración media C mediante una relación similar a la ley de Fick:

$$\langle C'U' \rangle = -E_x \frac{\partial C}{\partial x} \quad (7)$$

siendo E_x el denominado coeficiente de dispersión longitudinal. Esta hipótesis, que puede justificarse teóricamente para flujos en régimen permanente (tuberías [8], canales [9], etc.), permite buenos ajustes de los resultados con los datos experimentales. No obstante, tiene algunos inconvenientes, el más importante de los cuales es que el valor de E_x depende de las condiciones de flujo y de la distribución de salinidad, y por lo tanto, no puede considerarse "una propiedad del fluido" como ocurre con el coeficiente de difusión. Esto implica la necesidad de medir E_x y su variación longitudinal mediante experiencias con trazadores.

Debemos hacer notar que si en un estuario existe un gradiente horizontal de concentraciones ($\partial C/\partial x \neq 0$), pero sucede que está perfectamente homogeneizado en cada sección transversal ($C' = 0$, y como consecuencia, $\langle C'U' \rangle = 0$), de acuerdo con (7) debe ser $E_x = 0$. En la práctica, incluso en los estuarios que hemos denominado transversalmente homogéneos, siempre existen diferencias de salinidad dentro de cada sección que hacen que el transporte dispersivo $\langle C'U' \rangle$ sea bastante mayor que el transporte por difusión turbulenta $\langle \epsilon \partial C/\partial x \rangle$. Sustituyendo (7) en (6) y despreciando el último término se llega a:

$$\frac{\partial (AC)}{\partial t} + \frac{\partial (ACU)}{\partial x} = \frac{\partial (AE_x \partial C/\partial x)}{\partial x} \quad (8)$$

ecuación que puede interpretarse también en el sentido de que el coeficiente E_x engloba a ϵ (normalmente $\epsilon/E_x = 10^{-2} - 10^{-4}$).

Conocidos E_x , A y U , la ecuación (8), junto con sus correspondientes condiciones iniciales y de

contorno, permite calcular la concentración media C en cualquier sección y en cualquier instante del ciclo de marea, es decir, permite resolver el problema **transitorio intramareal**.

Ahora bien, por ser las mareas un fenómeno cuasi-periódico, los desplazamientos netos producidos por éstas son muy pequeños (sobre todo si se consideran periodos de 2, 28 o 56 ciclos) comparados con los producidos por el caudal de agua dulce. Para sustancias muy conservativas (como es el caso que nos ocupa) el interés se centra sobre todo en la evolución a lo largo de periodos de tiempo mucho mayores que la duración de un ciclo de marea. Por ello se suele suponer en estos casos que la acción de las mareas se reduce a un reforzamiento de la dispersión longitudinal y a una traslación periódica de las concentraciones fácilmente calculable mediante consideraciones de volúmenes almacenados. El problema **transitorio intermareal** se plantea entonces de forma análoga al de un río, pero con secciones transversales y coeficientes de dispersión mucho mayores de lo normal.

Para obtener una ecuación aplicable al régimen intermareal existen varios procedimientos que llevan a resultados similares pero no idénticos. Unos se basan en considerar sólo situaciones de bajamar o sólo situaciones de pleamar, preferentemente, cada dos ciclos de marea [10]. Otros emplean un sistema de coordenadas auxiliar x' que está relacionado con x por la condición de que aguas arriba de x' existe siempre el mismo volumen almacenado; de esta forma, cada valor de x' representa una sección transversal que se traslada hacia arriba y hacia abajo de acuerdo con las oscilaciones de la marea [11]. Finalmente, otros se basan en la integración con respecto al tiempo de la ecuación (8) durante un periodo de tiempo T igual a la duración de un ciclo de marea [12].

Siguiendo, por ejemplo, este último procedimiento, se llega a [13]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial (A_T C_T)}{\partial t} + \frac{\partial (A_T C_T U_s)}{\partial x} &= \\ &= \frac{\partial (A_T E_{xT} \partial C_T / \partial x)}{\partial x} \end{aligned} \quad (9)$$

siendo:

$$U_s = U_T + [A'_T U'_T] / A_T \quad (10)$$

$$E_{xT} \frac{\partial C_T}{\partial x} = [E_x \frac{\partial C}{\partial x}] - [C'_T U'_T] \quad (11)$$



AUXILIAR DE CANALIZACIONES, S.A.

A.C.S.A.



Abastecimientos de agua, Depósitos
Estaciones depuradoras, Redes de saneamiento

Emisarios submarinos

Gasoductos

Conservación de redes

Galerías, defensas de cauces, muros de contención

Instalaciones de bombeo y pavimentaciones

Central:

Manso Casanovas, s/n.
Tel.: 236 87 00 - 08026 BARCELONA

Oficina:

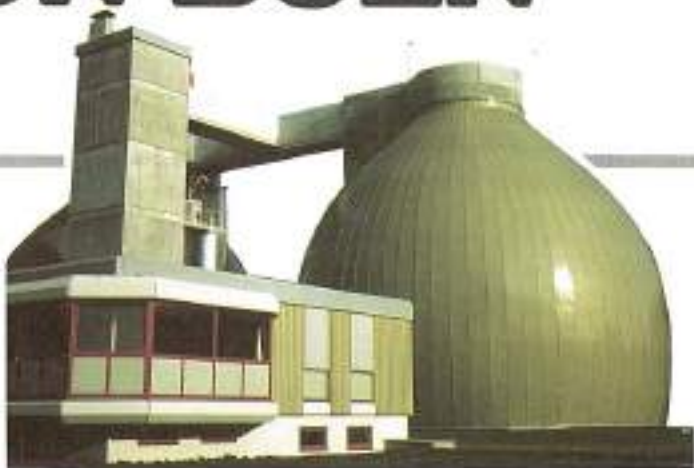
Marqués de la Ensenada, 14
Tel.: 410 15 50 - 28004 MADRID

Delegaciones:

Brasil, 19 - Tel.: 70 52 16
46003 VALENCIA
Escultor Galmes, 2 - Tel.: 29 25 24
07004 PALMA DE MALLORCA
Camino de Purchill, s/n.
(Fte. Molino La Torrecilla)
Tel.: 257 56 62 - GRANADA

UN BUEN PROYECTO MERECE UN BUEN FINAL.

EQUIPOS E INSTALACIONES
PARA LA PROTECCION DEL
MEDIO AMBIENTE



El desarrollo de un buen proyecto precisa de unos medios técnicos y productivos que garanticen una buena finalización.

ATEINSA - Aplicaciones Técnicas Industriales, S.A., cuenta con modernos y potentes medios de producción y personal altamente cualificado que aseguran un

trabajo fluido y eficaz durante todo el proceso, desde el diseño hasta la entrega "llave en mano".

- Tamizados y pre-tratamientos.
- Aire-flotación.
- Tratamientos físico-químicos.
- Tratamientos biológicos.
- Digestión Anaerobia de lodos y residuos.
- Instalaciones de secado y manipulación de fangos.
- Plantas standard de bajo coste.
- Compactadora de residuos sólidos "TANA"



ATEINSA

APLICACIONES TÉCNICAS INDUSTRIALES, S.A.

Zurbano, 70 • Teléf. 419 95 50
Apartado 3276 • Telex 22055 ATI E
Telegr. ATEINSA • 28010 MADRID

y donde A_T , C_T , U_T y A'_T , C'_T , U'_T son promedios y desviaciones respectivamente. El corchete representa el promedio. Por ejemplo:

$$U_T = [U] = \frac{1}{T} \int_0^T U dt$$

El coeficiente E_{xT} suele ser al menos un orden de magnitud mayor que E_x porque tiene en cuenta además la dispersión debida a la correlación entre las desviaciones de la concentración y de la velocidad con respecto a los valores medios intramareales.

Si A y U varían senoidalmente con un desfase de un cuarto de período (como sucede en un estuario ideal con reflexión donde se establece un sistema de ondas estacionarias), de la expresión (10) se deduce que $U_c = U_T$.

Para obtener una relación entre U_c y el caudal de agua dulce Q_d se comienza planteando la ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial (AU)}{\partial x} = 0 \quad (12)$$

Promediando esta ecuación con respecto a T se obtiene:

$$\frac{\partial A_T}{\partial t} + \frac{\partial (A_T U_T)}{\partial x} + \frac{\partial ([A'_T U'_T])}{\partial x} = \frac{\partial A_T}{\partial t} + \frac{\partial (A_T U_T)}{\partial x} = 0 \quad (13)$$

donde se ha tenido en cuenta (10). Integrando ahora la ecuación (13) con respecto a x desde una sección cualquiera hasta la cabecera del estuario (vale cualquier sección x_0 donde pueda suponerse $(A_T U_c)_{x=x_0} = Q_d$) se llega a:

$$\frac{\partial \int_{x_0}^x A_T dx}{\partial t} = A_T U_c - Q_d = 0$$

o bien, haciendo $V_a = \int_{x_0}^x A_T dx$ y reordenando los términos:

$$A_T U_c = Q_d - \frac{\partial V_a}{\partial t} \quad (14)$$

Si en sucesivos ciclos de marea los volúmenes almacenados aguas arriba de cada sección son muy parecidos, puede suponerse $\partial V_a / \partial t = 0$ y entonces resulta $U_c = Q_d / A_T$. Obsérvese que en el sistema de coordenadas x' que se definió antes, esa relación siempre es cierta.

Si las condiciones de contorno para el flujo son estacionarias (por ejemplo: caudal Q_d constante en cabecera y caudal periódico de período T en la desembocadura), las funciones A y U serán periódicas, y sus promedios intramareales A_T y U_T no dependerán del tiempo. Si tampoco las condiciones de contorno de la ecuación (9) dependen del tiempo (por ejemplo: salinidad nula en cabecera y salinidad igual a la del agua del mar en la desembocadura), cualesquiera que sean las condiciones iniciales, las soluciones de dicha ecuación convergerán para tiempos largos hacia una distribución de salinidad independiente del tiempo que constituye la solución del problema en régimen estacionario. Esta solución puede obtenerse resolviendo la siguiente ecuación, deducida a partir de la (9) por simple eliminación de la derivada con respecto al tiempo:

$$\frac{\partial (A_T C_T U_c)}{\partial x} = \frac{\partial (A_T E_{xT} \partial C_T / \partial x)}{\partial x} \quad (15)$$

Ahora bien, bajo estas hipótesis se tiene $\partial V_a / \partial t = 0$, y teniendo en cuenta (14) la ecuación anterior puede escribirse así:

$$Q_d \frac{dC_T}{dx} = \frac{d(A_T E_{xT} dC_T / dx)}{dx} \quad (16)$$

La integración de esta ecuación será el objeto del resto de este artículo.

Los rangos de variación de los distintos coeficientes de dispersión (en m^2/s) son [13]:

- $10^{-2} - 10^{-1}$ para ϵ
- $10 - 10^3$ para E_x
- $10 - 10^4$ para E_{xT}

Por otra parte, en la tabla I se dan los valores de E_{xT} determinados experimentalmente o por

ESTUARIO	VALOR CARACTERÍSTICO O RANGO DE VALORES	REFERENCIA
Támesis (altos caudales del río)	338	[14]
Támesis (bajos caudales)	53-84	[14]
Delaware	100	[15]
Potomac	20-100	[16]
Bahía de San Francisco	200	[17]
Guadalquivir	15-120	[18]
Guadaleire	10-15	[19]

TABLA I. Valores observados del coeficiente de dispersión longitudinal en estuarios.

ajuste con modelos numéricos en algunos estuarios conocidos.

Finalmente diremos que bajo la hipótesis de que una descarga instantánea en una sección se distribuye uniformemente por todo el espacio recorrido por dicha sección durante un ciclo de marea, puede deducirse que el coeficiente de dispersión es igual a:

$$E_{xT} = \frac{\xi^2}{6T} \quad (17)$$

siendo ξ el recorrido de marea (en sentido longitudinal) y T el periodo. Esta hipótesis da resultados muy incorrectos en algunos casos.

SOLUCIONES ANALITICAS

Para integrar analíticamente la ecuación (16) es necesario hacer previamente algunas hipótesis simplificativas.

Supondremos en primer lugar que el producto $A_T E_{xT}$ es constante a lo largo de todo el estuario. De esta forma la ecuación (16) se convierte en:

$$\frac{dC_T}{dx} = \frac{A_T E_{xT}}{Q_d} \cdot \frac{d^2 C_T}{dx^2} \quad (18)$$

En el caso general se puede llegar a una ecuación similar a ésta, pero con coeficientes variables.

A continuación vamos a transformar (18) haciendo el cambio de variable $x \rightarrow \lambda = x/L$; siendo

L la longitud total del estuario y λ , una coordenada adimensional. El resultado es:

$$\frac{1}{L} \frac{\partial C_T}{\partial \lambda} = \frac{A_T E_{xT}}{Q_d} \cdot \frac{1}{L^2} \cdot \frac{\partial^2 C_T}{\partial \lambda^2}$$

que puede escribirse en la forma:

$$\frac{\partial C_T}{\partial \lambda} = \frac{1}{Pe} \cdot \frac{\partial^2 C_T}{\partial \lambda^2} \quad (19)$$

siendo Pe una constante adimensional denominada "número de Péclet":

$$Pe = \frac{Q_d L}{A_T E_{xT}} = \frac{U L}{E_{xT}} \quad (20)$$

cuyo valor da una idea de la importancia relativa del transporte advectivo con respecto al transporte dispersivo.

La ecuación característica de (19) es

$$r^2 - Pe \cdot r = 0$$

cuyas soluciones son $r = 0$ y $r = Pe$. Por lo tanto, la solución general de la ecuación (19) es:

$$C_T = A e^{Pe \cdot \lambda} + B \quad (21)$$

La condición de contorno en la desembocadura será siempre $C_T (\lambda = 1) = s_0$ siendo s_0 la salinidad del agua del mar. Imponiendo ésta a (21) se obtiene:

$$s_0 = A e^{Pe} + B \quad (22)$$

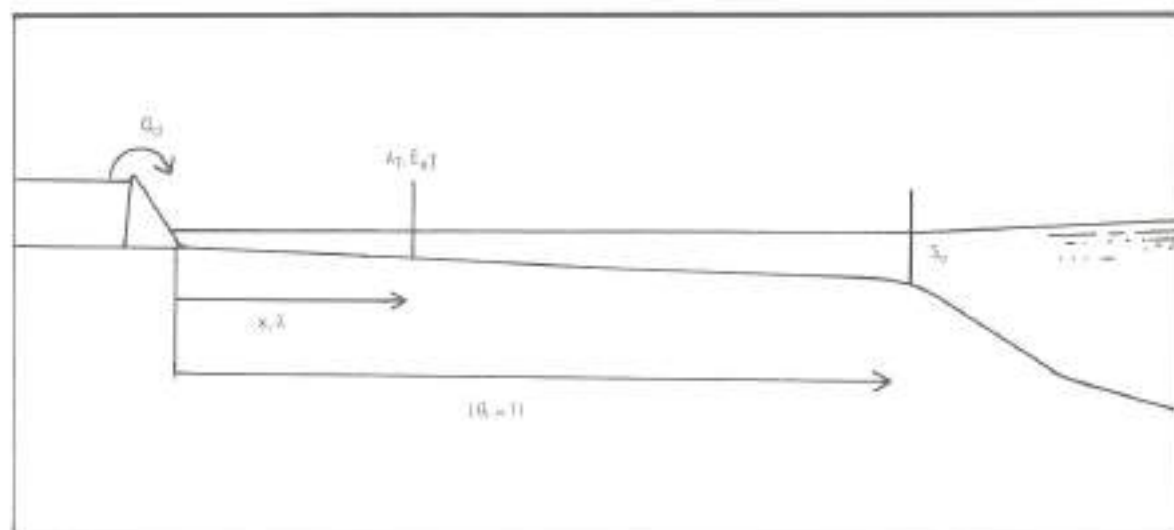


FIGURA 1. Croquis de definición de variables.

Despejando aquí B en función de A y sustituyendo en (21) se obtiene después de hacer algunos cambios:

$$C_T = s_0 - A(e^{Pe} - e^{Pe \cdot \lambda}) \quad (23)$$

Analicemos ahora la condición de contorno en la cabecera del estuario.

Supongamos en primer lugar el caso frecuente de que se haya construido una presa con el fin de mejorar el aprovechamiento de las aportaciones de agua dulce (Fig. 1). Existe cierta confusión en la bibliografía sobre la condición de contorno que hay que imponer en estos casos. Por una parte, el hecho de que exista un caudal constante Q_d de agua dulce cuya salinidad es despreciable frente a s_0 , hace suponer que una condición adecuada sería:

$$(C_T)_{x=0} = 0 \quad (24a)$$

Por otra parte, dado que la presa supone una barrera física que impide el transporte de sal hacia aguas arriba, y que éste se debe exclusivamente al fenómeno de dispersión, parece razonable suponer:

$$E_{XT} (dC_T/dx)_{x=0} = 0 \quad (24b)$$

Las condiciones (24a) y (24b) corresponden a las clásicas condiciones de contorno de primera y segunda especie (conocidas como de Dirichlet y de Neumann, respectivamente). Existe sin embargo

otra posibilidad que corresponde a una condición de contorno de tercera especie: suponer que el transporte total de sal hacia aguas abajo (sumando los efectos advectivo y dispersivo) sea igual a la cantidad de sal que el río introduce en el sistema. Dicha cantidad de sal, en primera aproximación, puede despreciarse, resultando entonces:

$$(Q_d C_T - A_T E_{XT} dC_T/dx)_{x=0} = 0 \quad (24c)$$

o bien, si se quiere tener en cuenta, llamando s_d a la salinidad del agua dulce:

$$(Q_d C_T - A_T E_{XT} dC_T/dx)_{x=0} = Q_d s_d \quad (24d)$$

Las condiciones 24a, b, c y d, expresadas con vistas a su aplicación a la ecuación (19) se convierten en:

$$(C_T)_{x=0} = 0 \quad (25a)$$

$$(dC_T/d\lambda)_{x=0} = 0 \quad (25b)$$

$$(Pe \cdot C_T - dC_T/d\lambda)_{x=0} = 0 \quad (25c)$$

$$(Pe \cdot C_T - dC_T/d\lambda)_{x=0} = Pe \cdot s_d \quad (25d)$$

Veamos a qué nos lleva cada una de estas condiciones de contorno.

Caso a:

Sustituyendo (25a) en (23) se obtiene:

$$s_0 - A(e^{Pe} - 1) = 0$$

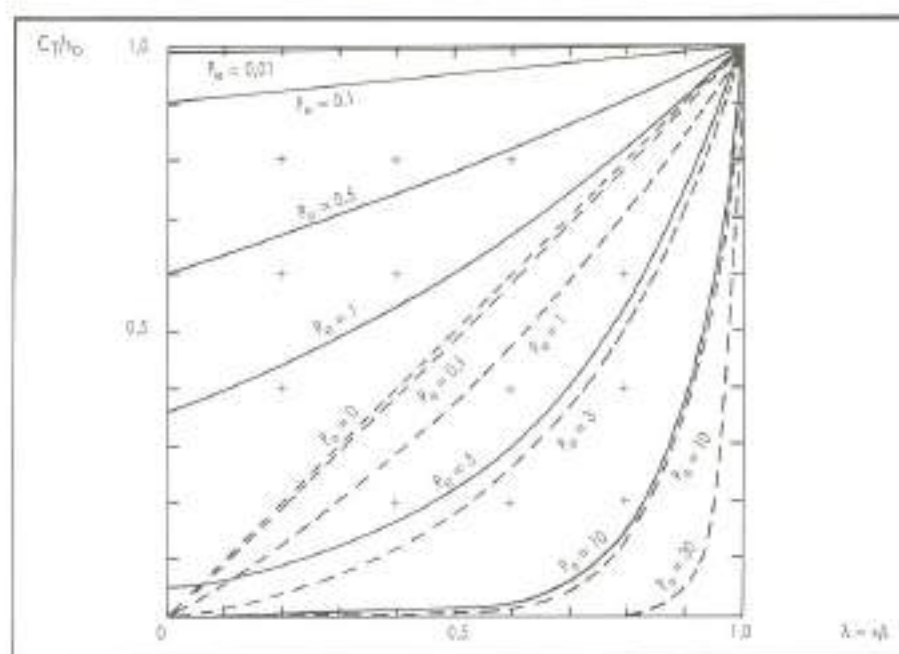


FIGURA 2. Comparación de resultados:
Línea discontinua: Hipótesis $C_T = 0$
Línea continua: Hipótesis $Pe \cdot C_T = dC_T/d\lambda = 0$

Despejando aquí A y sustituyendo en (23), después de hacer algunos cambios se llega a:

$$C_T = s_s \frac{e^{Pe \cdot \lambda} - 1}{e^{Pe} - 1} \quad (26a)$$

Como comprobación puede observarse que si el transporte dispersivo es despreciable frente al adveectivo ($Pe \rightarrow \infty$), la solución anterior tiende a $s_s e^{Pe(\lambda-1)}$, y para toda sección que no sea exactamente la de la desembocadura se tendrá:

$$s \rightarrow s_s e^{-\infty} = 0,$$

es decir, el agua dulce "limpiaría" de sal todo el estuario. Por el contrario, si $Pe \rightarrow 0$ (caudal de agua dulce despreciable), desarrollando en serie la función exponencial y sustituyendo en (26a), o bien, aplicando la conocida regla de L'Hospital, se obtiene $C_T \rightarrow s_s \lambda$, es decir, una distribución lineal de salinidades como corresponde a la solución de una ecuación de difusión sin convección. Sería un caso similar a la distribución de temperaturas en el interior de un muro con temperaturas diferentes en ambas caras.

En la Fig. 2 se ha representado con líneas de trazos la función (26a) para varios valores del número de Péclet.

Caso b:

Derivando (23) e imponiendo al resultado la condición (25b) se obtiene:

$$A Pe = 0$$

de donde se deduce que $A = 0$. Sustituyendo en (23) se llega a:

$$C_T = s_s \quad (26b)$$

es decir, si se anula el flujo dispersivo en cabecera, la única solución posible consiste en que el estuario se encuentre completamente salinizado. Pero esto implicaría un aporte continuo de sal por el extremo de aguas arriba de valor $Q_d s_s$, lo cual no tiene ningún sentido salvo como caso extremo de la situación que se describe en el caso siguiente. Se concluye por tanto que la condición de contorno (25b) es completamente inadecuada para el problema planteado.

Caso c:

Derivando (23) y sustituyendo en (25c) se llega a:

$$Pe [s_s - A(e^{Pe} - 1)] - A Pe = 0$$

Despejando A se obtiene $A = s_s \exp(-Pe)$, y sustituyendo en (23), tras hacer algunas transformaciones resulta:

$$C_T = s_s e^{Pe(\lambda-1)} \quad (26c)$$

Como comparación, cuando el caudal de agua dulce es despreciable ($Pe \rightarrow 0$) la solución tiende a (26b), es decir, la salinización completa del estuario. Esto es lógico ya que cuando $Pe \rightarrow 0$ la condición (25c) tiende a la (25b). Por otra parte, desde un punto de vista físico también es lógico que si no hay aporte de agua dulce, el estuario termine por homogeneizarse con el agua del mar. Un problema interesante sería saber el tiempo necesario para ello, o más exactamente la velocidad con la que se tiende a dicha solución estacionaria, pero para resolverlo necesitamos integrar la ecuación del régimen transitorio.

Cuando $Pe \rightarrow \infty$, bien porque el coeficiente de dispersión sea muy pequeño o porque se trate de un estuario muy alargado, la solución asintótica deducida para el Caso a) coincide exactamente con (26c), lo cual quiere decir que en esas circunstancias, cualquiera de las condiciones de contorno (25a) o (25c) resulta adecuada para el problema.

En la figura 2 se ha representado con líneas continuas la función (26c) para distintos valores de Pe . De dicha figura se deduce que para $Pe > 10$ la coincidencia de ambas soluciones es prácticamente total.

Sin embargo, para pequeños valores del número de Péclet las diferencias son muy importantes, y surge la cuestión de cual de las dos condiciones de contorno es la más adecuada para el problema real. Dado que se trata de un régimen estacionario, es evidente que la más adecuada es la c), ya que la condición a) implica una extracción permanente de sal del sistema por su extremo superior (la solución para $Pe = 0$) y su comparación con el problema análogo de transmisión de calor resulta muy ilustrativo, y esto es irreal. De todo esto se concluye que la condición de contorno correcta es la (25c), mientras que la (25a) debe considerarse simplemente como una aproximación a (25c) que da resultados válidos siempre que $Pe > 10$.

Volviendo sobre la condición (25c), puesto que su interpretación es que el flujo neto de sal es nulo, resulta que es una condición perfectamente aplicable a cualquier sección de estuario, exista o no una presa en cabecera. Como consecuencia, cualquiera que sea la sección del estuario que se considere como origen de coordenadas, la solución debe seguir siendo (26c), aunque con nuevos valores de Pe y de λ . Así, por ejemplo, si consideramos como nuevo origen un punto correspondiente a $\lambda = \frac{1}{2}$ se tendría $\lambda' = 2\lambda - 1$ y $Pe' = Pe/2$, que sustituido en (26c) da:

$$C_T = s_0 e^{Pv(\lambda-1)} = s_0 e^{Pv(\lambda-1)} = C_T$$

Caso d:

Este caso se puede reducir al caso c) mediante un simple cambio de función:

$$\bar{C}_T = C_T - s_d \quad (27)$$

Sustituyendo en (19) se obtiene:

$$\frac{d\bar{C}_T}{dx} = \frac{1}{Pe} \cdot \frac{d^2 \bar{C}_T}{dx^2} \quad (28)$$

es decir, la ecuación diferencial no cambia. La condición de contorno en la desembocadura se convierte en:

$$(\bar{C}_T) = s_0 - s_d = \bar{s}_0$$

y la condición (25d) en:

$$[Pe(C_T - s_d) dC_T/dx]_{x=0} = [Pe\bar{C}_T - d\bar{C}_T/dx]_{x=0} = 0$$

que son idénticas a las del caso c). La solución será por tanto:

$$\bar{C}_T = \bar{s}_0 e^{Pv(\lambda-1)} \quad (26d)$$

es decir, el caso d) se reduce al c) sin más que tomar como umbral de salinidades la correspondiente al agua dulce.

Pasemos ahora a la obtención de algunas soluciones de la ecuación con coeficientes variables. Para ello comenzaremos por integrar una vez la ecuación (16). El resultado es:

$$Q_d C_T - A_T E_{xT} dC_T/dx = K \quad (29)$$

siendo K una constante de integración. Ahora bien, el primer miembro de (29) representa el flujo total (advectivo más dispersivo) a través de una sección cualquiera, y por los razonamientos hechos más arriba, este flujo debe ser nulo, con lo cual $K = 0$. Transformando la ecuación resultante mediante el empleo de la coordenada adimensional λ y del número de Péclet, (29) se convierte en:

$$Pe \cdot C_T - dC_T/d\lambda = 0 \quad (30)$$

donde Pe es función de λ a través de A_T y/o E_{xT} , pero no de Q_d , ya que se ha supuesto constante al obtener (29).

Supongamos que la sección transversal A_T también es constante, y utilicemos para E_{xT} la hipótesis de que en cada sección varía con el cuadrado del recorrido de marea ξ , de acuerdo con la ecuación (17). Necesitamos entonces expresar ξ en función de los parámetros del estuario. Recordemos que en un estuario de sección A_T y profundidad h_T constante, con reflexión total en cabecera

(es decir, $v = 0$ siendo v la velocidad debida a la marea) y sometido a una oscilación de nivel en la desembocadura dada por:

$$\eta = a_0 \cos \frac{2\pi t}{T} \quad (x = L) \quad (31)$$

aparece un sistema de ondas estacionarias de forma que las oscilaciones de nivel y de velocidad en cualquier sección pueden calcularse mediante las expresiones:

$$\eta = a_0 \frac{\cos(2\pi x/l)}{\cos(2\pi L/l)} \cos \frac{2\pi t}{T} \quad (32)$$

$$v = \frac{a_0}{hT} \frac{\sin(2\pi x/l)}{\cos(2\pi L/l)} \sin \frac{2\pi t}{T} \quad (33)$$

siendo $l = cT = T\sqrt{gh}$ la longitud de onda de la marea. Obsérvese que se producen resonancias para longitudes de estuario iguales a $1/4$, $3/4$, etc. longitudes de onda (ceros del denominador).

Si se trata de un estuario cuya longitud total es mucho menor que la longitud de onda ($L \ll l$, y por lo tanto, $x \ll l$), los términos espaciales de las ecuaciones (32) y (33) pueden simplificarse. Para ello basta sustituir los cosenos por la unidad y los senos por su argumento. Bajo esta hipótesis dichas ecuaciones se convierten en:

$$\eta = a_0 \cos \frac{2\pi t}{T} \quad (34)$$

$$v = \frac{a_0}{h} \frac{2\pi}{T} x \sin \frac{2\pi t}{T} \quad (35)$$

Integrando las ecuaciones (33) o (35) durante un semiperíodo, se obtiene el recorrido de marea para una sección cualquiera en el caso general y en el caso de estuarios cortos, respectivamente. En este último caso se obtiene:

$$\xi = \frac{2a_0}{h} x \quad (36)$$

y por lo tanto:

$$E_{xT} = \frac{2a_0^2}{3h^2} \frac{x^2}{T} \quad (37)$$

$$Pe = \frac{Q_d L}{A_T} \frac{3h^2}{2a_0^2} \frac{T}{x^2} \quad (38)$$

es decir, el número de Péclet varía de forma inversamente proporcional a x^2 . Llamando F al valor de Pe en la desembocadura, y recordando que $\lambda = x/L$, se obtiene:

$$Pe = F/\lambda^2 \quad (39)$$

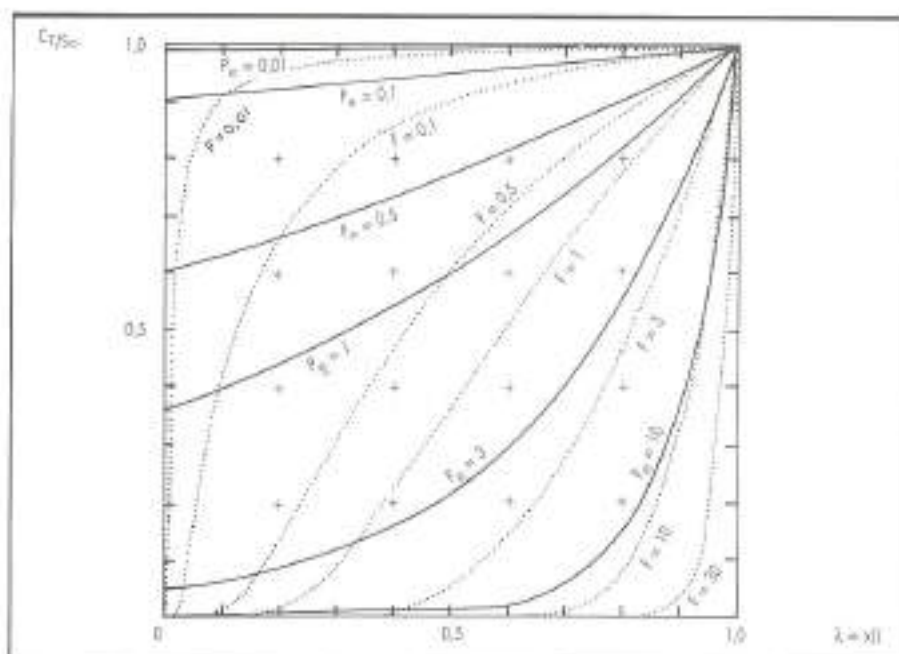


FIGURA 3. Comparación de resultados con $P_e C_T - dC_T/dx = 0$ línea continua P_e constante línea de puntos $P_e = F/L^2$

Sustituyendo (39) en (30) e integrando se llega a:

$$C_T = K e^{-F/x} \quad (40)$$

La constante de integración K se calcula imponiendo la condición $(C_T)_{x=1} = s_0$, con lo cual resulta $K = s_0 e^F$, que sustituido en (40) da finalmente:

$$C_T = s_0 e^{F(1 - 1/x)} \quad (41)$$

En la Fig. 3 se ha representado con línea de puntos esta solución para distintos valores de F ; también se han representado las curvas correspondientes a la ecuación (26c) (líneas continuas) con el fin de facilitar la comparación entre ambas soluciones. Puede observarse que para altos valores de Pe , las soluciones correspondientes a coeficientes de dispersión constante tienden a confundirse con las correspondientes a coeficiente de dispersión variable con $F = Pe$. De esto se deduce que el procedimiento utilizado con cierta frecuencia para estimar el coeficiente de dispersión en un estuario basándose en las curvas de distribución de la salinidad puede conducir a errores importantes en el tramo superior del estuario cuando Pe o F , son, por ejemplo, superiores a 10. Para pequeños valores de Pe o F , las dos hipótesis conducen a resultados muy diferentes, sobre todo en la mitad superior del estuario.

Si no se acepta la hipótesis de que el estuario

es corto respecto a la longitud de onda, la integración de (33) durante un semiperíodo lleva a:

$$\xi = \frac{a_0 l}{\pi h} \frac{\sin k \lambda}{\cos k} \quad (42)$$

donde se ha supuesto $k = 2\pi L/\lambda$. De aquí obtenemos:

$$E_{ST} = \frac{a_0^2 l^2}{6T \pi^2 h^2} \frac{\sin^2 k \lambda}{\cos^2 k} \quad (43)$$

$$Pe = \frac{Q_d k}{A_T} \frac{3T \pi h^2}{a_0^2 l} \frac{\cos^2 k}{\sin^2 k \lambda} \quad (44)$$

Llamando como antes F al valor de Pe para $\lambda = 1$ se tiene:

$$Pe = F \sin^2 k / \sin^2 k \lambda \quad (45)$$

que sustituido en (30) e integrando lleva a:

$$C_T = k e^{-F \sin^2 k \cos k \lambda / \sin^2 k}$$

Ahora, imponiendo la condición de salinidad s_0 en la desembocadura, se calcula la constante de integración K . El resultado final es:

$$C_T = e^{F \sin^2 k (\cos k - \sin k \lambda) / \sin^2 k} \quad (46)$$

Esta solución es periódica respecto a λ con período igual a la longitud de onda de la marea. Por otra parte, cuando el estuario es corto, k tiende a cero y la solución (46) tiende a (41).

REFERENCIAS

- PRITCHARD, D. W. (1952). "Estuarine hydrography". *Advances in Geophysics*, 1, 243-280.
- HANSEN, D. V. y RATTRAY, M. (1966). "New dimensions in estuary classification". *Limnology and Oceanography*, 11, 319-326.
- IPPEN, A. T. (1966). "Estuary and Coastline Hydrodynamics", cap. 13. McGraw-Hill.
- HARLEMAN, D. R. F. y ABRAHAM, G. (1966). "Onedimensional analysis of salinity intrusion in the Rotterdam Waterway". *Delft Hyd. Lab. Publicación n.º 44*.
- SIMMONS, H. B. (1955). "Some effects of upland discharge on estuarine hydraulics". *Proceeding of the ASCE*, 81, 792, 1-20.
- ERINGEN, A. C. (1975). "Deformation and Motion". En *Continuum Physics*, vol. II, Part I, 61-68. Academic Press.
- PRITCHARD, D. W. (1985). "The equations of mass continuity and salt continuity in estuaries". *J. Marine Res.*, 13.
- TAYLOR, G. I. (1954). "The dispersion of matter in turbulent flow through a pipe". *Proc. Roy. Soc. A.*, 223. Ref. del "Mixing" o, de su bibliografía, la que trate sobre disposición en canales.
- O'CONNOR, D. J. (1985). "Estuarine distribution of non-conservative substances". *J. San. Eng. Div. ASCE*, 91, SA1.
- O'KANE, J. P. (1980). "Estuarine Water-Quality Management". pp. 17-23 Pitman publishing Ltd.
- OKUBO, A. (1964). "Equations describing the diffusion of an introduced pollutant in a onedimensional estuary". *Studies on Oceanography*, Tokio.
- McDOWELL, D. M. y O'CONNOR, B. A. (1977). "Hydraulic Behaviour of Estuaries". p. 62-65. McMillan Press.
- BOWDEN, K. F. (1963). "The mixing processes in a tidal estuary". *Int. J. Air Water Pollut.* 7, 343-356.
- PAULSON, R. W. (1969). "The longitudinal diffusion coefficient in the Delaware River estuary as determined from a steady state model". *Water Resour. Res.* 5, 59-67.
- HETLING, L. J. y O'CONNELL, R. L. (1966). "A study of tidal dispersion in the Potomac River". *Water Resour. Res.* 2, 825-841.
- GLENNE, B. y SELLECK, R. E. (1969). "Longitudinal estuarine diffusion in San Francisco Bay, California". *Water Resour. Res.*, 3, 1-20.
- BAONZA, E., PLATA BEDMAR, A., JIMENEZ, J. A. y RUIZ MATEO, A. (1978). "Estudio del comportamiento dinámico del estuario del río Guadalquivir". *Isotope Hydrology*, Vol. II, pp. 847-874. Symposium del OIEA.
- BAONZA, E., PLATA BEDMAR, A. y RUIZ MATEO, A. (1983). "Estudio sobre la renovación del agua en el estuario del río Guadalete". Pub. I-1C5/92. Servicio de Aplicaciones Nucleares (CEDEX).
- RINDER, G. F. y GRAY, W. G. (1987). "Finite element simulation in surface and subsurface hydrology". pp. 23-25. Academic Press.
- PEYRET, R. y TAYLOR, T. D. (1983). "Computational Methods for Fluid Flow". pp. 24-28. Springer-Verlag.



Un aliado
muy rentable.

Motobasculantes



14 Modelos de 1000 a 3000 Kgs.
Diferentes sistemas de descarga.
Tracción a 2 y 4 ruedas.



Carretillas Elevadoras

De 1000 a 2500 Kgs.



Pala Cargadora

Modelo standard: 400 litros.
Versiones con pinzas para troncos,
retro excavadora, etc.



Auto - hormigonera

Capacidad de amasada: 750 litros.



APART. P.O.B. 194
TEL. (93) 874 73 11
TELEX 53102 AUDU E
MANRESA (Barcelona) ESPAÑA