

MODELOS DE LOSAS DE HORMIGON ARMADO EN FISURACION

F. JAVIER SAINZ DE CUETO TORRES

ALBERTO SANZ GONZALEZ

Laboratorio Central de Estructuras y Materiales (CEDEX)

1. INTRODUCCION

Este artículo muestra algunos de los resultados obtenidos en los ensayos realizados por el Laboratorio Central de Estructuras y Materiales sobre modelos de losas de hormigón armado.

Los ensayos recogidos son parte de un amplio plan integrante del Convenio entre el CEDEX y la Dirección General de Carreteras del MOPU titular: Estudio teórico-experimental sobre fisuración debida a acciones mecánicas en vigas y losas de hormigón armado.

2. VARIABLES CONSIDERADAS

De las variables que se toman en consideración en los diversos estudios y normativas, que tratan la figuración en losas de hormigón armado, se han seleccionado aquellas que parecen tener mayor repercusión.

Se han agrupado en categorías que responden al tipo de sollicitación aplicada, características del acero utilizado en la armadura de la losa, características del hormigón empleado y condiciones de diseño de la losa.

Las variables se recogen ordenadas según las categorías citadas en la Tabla 1 que se acompaña seguidamente. De estas variables, que intervienen en el fenómeno de fisuración de las losas, pueden elegirse libremente algunas de ellas al realizar el dimensionamiento geométrico, disposición de refuerzos y elección de materiales; sin embargo, otras vienen obligadas y requieren de cálculos intermedios para su conocimiento.

En el cuadro se reflejan explícitamente las denominaciones y unidades que se introducen en los cálculos así como las notaciones para su manejo informático. También se ha recogido una tabla comparativa de su utilización en las principales normas de fisuración de hormigón armado que venimos analizando prioritariamente: Código Modelo CEB-FIP, Norma Inglesa CP-110 y Código Americano ACI-318.

3. ENSAYOS SOBRE LOSAS DE HORMIGON ARMADO

Para la experimentación de la flexión sobre losas de hormigón armado se ha elegido un prototipo de losa con dimensiones suficientes para constituir un elemento de tamaño real y no un modelo reducido. El canto de 150 mm es muy habitual en forjados estructurales y tableros de puente, estando bien proporcionado a las dimensiones en planta utilizadas.

Aunque las placas tenían un peso de cierta consideración (unas tres toneladas), eran todavía manejables con los medios de Laboratorio.

La sustentación elegida para los ensayos ha sido la de simple apoyo en todo el contorno cuadrado de las placas. Ello permitía, por una parte, mayor sencillez en el montaje mecánico del ensayo y por otra evitar efectos secundarios indeseables (efecto membrana, etc.), que perturbasen las condiciones de sollicitación que se pretendían introducir.

En vigas biapoyadas puede lograrse una sollicitación de flexión pura con ausencia de esfuerzo cortante. No sucede lo mismo en placas donde aparecen ineludiblemente esfuerzos cortantes y momentos torsores adicionales. Sin embargo, el sistema de cargas de ensayo permitía conseguir un área de 1×1 metros de momento flector prácticamente constante con unos esfuerzos cortantes y momentos torsores muy reducidos. Dado que las losas de ensayo son prácticamente isotropas, el efecto del momento torsor es producir un simple cambio en la dirección de las fisuras.

Las losas han sido armadas según las dos direcciones principales. Se ha denominado Dirección 1 a la de la armadura más superficial y Dirección 2 a la ortogonal. En el armado se han empleado sucesivamente diámetros crecientes de barras corrugadas 8 mm, 10 mm, 12 mm, 14 mm, y 16 mm. El diámetro 20 y siguientes no se han utilizado por estimarse excesivos frente al canto de

HORMIGONES

	VARIABLE FISURACION	NOTACION	FORTRAN	UNIDAD	SE CONSIDERA EN			
					EH-82	CEB	CP-110	ACI-318
C A B E G A	MOMENTO FLECTOR	M	FLECT	KNm				
	TIPO FLEXION PURA	$K_2=0,125$	CK2	—		***		
	NOVAL O REPETIDO	$B_2=1-0,5$	BETA2	—		***		
A C E R O	MODULO ELASTICIDAD ACERO	E_s	ES	Mpa		***	***	
	RESISTENCIA CALCULO ACERO	f_y	FY	Mpa	***		***	
	NUMERO DE BARRAS	n	N	—				
	DIAMETRO DE BARRAS	IFI	FI	mm	***	***	***	***
	ESPACIAMIENTO BARRAS	s	S	mm		***	***	
	PIEL LISA O CORRUGADA	$K_1=0,8-0,4$	CK1	—		***		
	PIEL LISA O CORRUGADA	$B_1=1-0,5$	BETA1	—		***		
	AREA DE ACERO	A_s	AS	mm ²				
	TENSION ACERO	ISIG _s	SIGS	MPa		***	***	***
	TENSION ACERO AL FISURAR	ISIG _u	SIGSR	MPa		***		
H O R M I G O N	RESIST. TRACCION HORMIGON	f_{ct}	FCT	MPa				
	MOD. ELASTICIDAD HORMIGON	E_c	EC	MPa				
	ANCHURA DE LA SECCION	b	B	mm				
	CANTO TOTAL SECCION	h	H	mm			***	***
	CANTO UTIL SECCION	d	D	mm			***	***
	RECUBRIMIENTO ARMADURA	c	C	mm	***	***	***	***
	PROFUNDIDAD EJE NEUTRO	x	X	mm			***	***
	AREA EFICAZ	A_{ef}	ACEF	mm ²		***		
	AREA COBARICENTRICA	A Por barra...	A	mm ²				***
	CUANTIA ACERO	$\rho_{L1}=A_s/bh$	ROH	—			***	
	CUANTIA UTIL	$\rho_{L1}=A_s/bd$	RO	—	***			
	CUANTIA EFICAZ	$\rho_{L1}=A_s/bx$	ROEF	—		***		
	CUANTIA TRACCION	$\rho_{L1}=A_s/b(h-x)$	ROT	—				
	CUANTIA COBARICENTRICA	$\rho_{L1}=A_s/nA$	ROA	—				***
	INDICE DE MALLA	$G = f_{fy}/RO_{10}$	GINDEX	mm ²				***
	SEPARACION ENTRE FISURAS	S_{mi}	SRM	mm		***	***	
	ANCHURA FISURA (EH-82)	W_{eh}	WEH	mm	***			
	ANCHURA FISURA (CEB)	W_{ceb}	WCEB	mm		***		
	ANCHURA FISURA (CP-110)	W_{cp}	WCP	mm			***	
	ANCHURA FISURA (ACI-318)	W_{ac}	WACI	mm				***

TABLA 1. Variables consideradas.

las losas. Se han considerado dos espaciamientos entre barras: 200 mm y 100 mm. El recubrimiento en todas las losas ha sido 10 mm.

Simultáneamente a la construcción de cada losa se ha ejecutado una losa unidireccional (la denominaremos viga), que constituye una banda de losa de 500 mm de anchura, coincidiendo exactamente con la Dirección 1 de armado de cada losa.

Cada losa y viga correspondiente se hormigonaron en el mismo día y con el mismo tipo de hormigón del que se fabricaron probetas testigo. Los ensayos de losa y viga se llevaron a efecto con un intervalo de sólo 24 horas, rompiéndose las correspondientes probetas coincidiendo con uno de los dos días de ensayo.

En la Fig. 1 se puede apreciar la disposición de armado de una de las losas, así como su definición geométrica.

En la Foto 1 se muestra la armadura de una de las losas en espera del hormigonado.

Previamente a la realización del ensayo de las losas se ha efectuado un estudio estructural teórico de las mismas, utilizando para ello los resultados obtenidos en los ensayos de sus correspondientes vigas.

El análisis estructural ha sido el siguiente:

3.1. CALCULO ELASTICO DE LA LOSA

La placa de la Fig. 2, apoyada en todo su contorno y sometida a carga puntual en cualquier posición, tiene la siguiente elástica según el método de Navier:

$$W = \frac{Pa^2}{24,35 D} \sum_m \sum_n$$

Los factores tienen por expresiones:

$$m_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 0,20 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$m_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 0,20 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$$

$$m_x = \frac{P}{2,467} \sum_m \sum_n \frac{(m^2 + 0,2 n^2)}{(m^2 + n^2)^2}$$

$$\text{sen } \frac{3,14 m x}{a} \text{sen } \frac{3,14 n y}{a} \text{sen } \frac{3,14 m x}{a} \text{sen } \frac{3,14 n y}{a}$$

$$m_y = \frac{P}{2,467} \sum_m \sum_n \frac{(0,2 m^2 + n^2)}{(m^2 + n^2)^2}$$

$$\text{sen } \frac{3,14 m x}{a} \text{sen } \frac{3,14 n y}{a} \text{sen } \frac{3,14 m x}{a} \text{sen } \frac{3,14 n y}{a}$$

Si consideramos ahora el efecto de cuatro cargas puntuales simétricamente distribuidas y además situadas en las diagonales del cuadrado de la placa ($s = t$), tenemos para las deflexiones la siguiente expresión:

$$W = \frac{P a^2}{24,35 D} \sum_m \sum_n \frac{\text{sen } \frac{3,14 m t}{a} \text{sen } \frac{3,14 n t}{a}}{(m^2 + n^2)^2} \left(\text{sen } \frac{3,14 m x}{a} + \text{sen } \frac{3,14 m(a-x)}{a} \right) \left(\text{sen } \frac{3,14 n y}{a} + \text{sen } \frac{3,14 n(a-y)}{a} \right)$$

La flecha del punto central de la placa $x = y = \frac{a}{2}$

$$W = \frac{P a^2}{6,088 D} \sum_m \sum_n \frac{\text{sen } \frac{3,14 m t}{a} \text{sen } \frac{3,14 n t}{a}}{(m^2 + n^2)^2} \text{sen } \frac{3,14 m}{2} \text{sen } \frac{3,14 n}{2}$$

Y los momentos flectores serán los siguientes:

$$m_x = \frac{P}{2,467} \sum_m \sum_n \frac{(m^2 + 0,2 n^2)}{(m^2 + n^2)^2}$$

$$\text{sen } \frac{3,14 m t}{a} \text{sen } \frac{3,14 n t}{a} \left(\text{sen } \frac{3,14 m x}{a} + \text{sen } \frac{3,14 m(a-x)}{a} \right)$$

$$\left(\text{sen } \frac{3,14 n y}{a} + \text{sen } \frac{3,14 n(a-y)}{a} \right)$$

$$m_y = \frac{P}{2,467} \sum_m \sum_n \frac{(0,2 m^2 + n^2)}{(m^2 + n^2)^2}$$

$$\text{sen } \frac{3,14 m t}{a} \text{sen } \frac{3,14 n t}{a}$$

$$\left(\text{sen } \frac{3,14 m x}{a} + \text{sen } \frac{3,14 m(a-x)}{a} \right)$$

$$\left(\text{sen } \frac{3,14 n y}{a} + \text{sen } \frac{3,14 n(a-y)}{a} \right)$$

Con lo cual la flecha del punto central de la placa $\left(x = y = \frac{a}{2} \right)$ quedaría:

$$W = \frac{P}{0,617} \sum_m \sum_n \frac{(m^2 + 0,2 n^2)}{(m^2 + n^2)^2} \text{sen } \frac{3,14 m t}{a} \text{sen } \frac{3,14 n t}{a} \text{sen } \frac{3,14 m}{2} \text{sen } \frac{3,14 n}{2}$$

Y los momentos flectores en el punto central de la placa $\left(x = y = \frac{a}{2} \right)$ quedarían:

$$m_x = m_y = \frac{P}{2,467} \sum_m \sum_n \frac{(m^2 + 0,2 n^2)}{(m^2 + n^2)^2} \text{sen } \frac{3,14 m t}{a} \text{sen } \frac{3,14 n t}{a} \left(\text{sen } \frac{3,14 m}{2} + \text{sen } \frac{3,14 n}{2} \right) \left(\text{sen } \frac{3,14 m}{2} + \text{sen } \frac{3,14 n}{2} \right) =$$

$$= \frac{P}{2,467} \sum_m \sum_n \frac{(m^2 + 0,2 \pi^2)}{(m^2 + n^2)^2}$$

$$\left(\sin \frac{3,14 m}{2} + \sin \frac{3,14 n}{2} \right)^2$$

$$\sin \frac{3,14 m t}{a} \sin \frac{3,14 n t}{a}$$

para $a = 2,60 \text{ m}$ y $t = 0,80 \text{ m}$.

$$m_x = m_y = 0,354 P.$$

3.2. CALCULO EN FISURACION DE LA PLACA

Uno de los problemas más importantes en el estudio de fisuración de losas de hormigón armado es relacionar los momentos flectores con las cargas aplicadas.

Para abordarlo se ha considerado como solución más eficaz la de discretizar un empujamiento del que se conoce la rigidez real de las barras. (Figura 3).

La rigidez real de las barras, conocida mediante ensayos previos, es la pendiente de los diagramas momentos-curvaturas obtenidos.

Estos diagramas, correspondientes a barras de 0,50 m de anchura, se recogen en la Fig. 4 adjunta. Como puede observarse en la misma, se cumple para las sucesivas barras ensayadas la misma forma de comportamiento: una fase lineal en período elástico, una fase de acoplamiento de rigidez durante el desarrollo de la fisuración y una última fase lineal en posfisuración. Para el cálculo del empujamiento se irán aplicando para las distintas losas unos momentos de inercia ficticios, que se

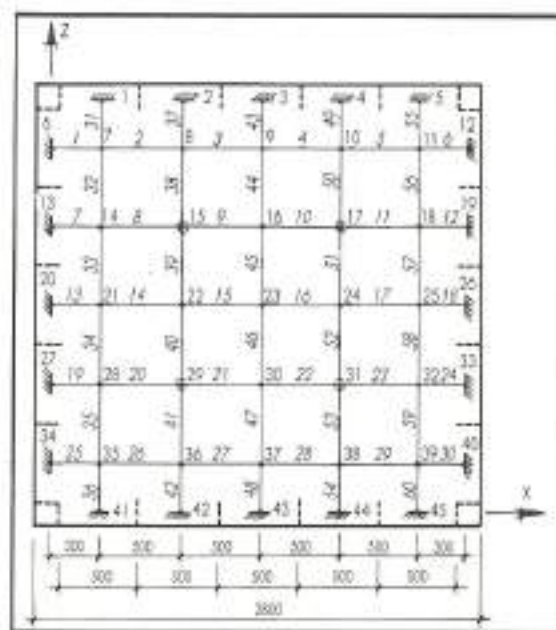


FIGURA 3. Losa como empujamiento.

obtienen multiplicando las inercias de prefisuración I_f por un factor conveniente de conversión.

Dicho factor es la razón entre la rigidez real en posfisuración y la rigidez elástica en prefisuración, ambas perfectamente conocidas para todas las losas.

De esta manera podemos reflejar en la siguiente Tabla 2 las características de las distintas barras de empujamiento con sus correspondientes factores de conversión e inercias ficticias que se introducirán en los cálculos.

Puede utilizarse un programa de cálculo elástico de empujados como consecuencia de la linea-

BARRA DE LA LOSA (N.º)	AREA DE ACERO A_s (mm ²)	CANTO UTIL d (mm)	DISTANCIA C. G. e (mm)	E. NEUTRO PREFISUR. x_f (mm)	INERCIA PREFISUR. I_f (m ⁴)	FACTOR CONVERSION	INERCIA FICTICIA I (m ⁴)	RIGIDEZ REAL DE ENSAYO (KNm ²)
1	150,8	136	61	76,0	0,00014501	0,024	3,480E-05	87,10
2	251,3	136	61	76,6	0,00014786	0,067	9,907E-06	244,88
3	235,6	135	60	76,5	0,00014720	0,098	1,443E-05	353,82
4	392,7	135	60	77,4	0,00015140	0,190	2,877E-05	707,12
5	339,3	134	59	77,0	0,00014968	0,136	2,036E-05	499,05
6	563,5	134	59	78,3	0,00015537	0,464	7,209E-05	1775,15
7	461,8	133	58	77,7	0,00015239	0,225	3,429E-05	842,26
8	769,7	133	58	79,4	0,00015964	0,284	4,534E-05	1114,73
9	603,2	132	57	78,4	0,00015525	0,252	3,917E-05	948,03
10	1005,3	132	57	80,5	0,00016410	0,402	6,399E-05	1596,93

TABLA 2.

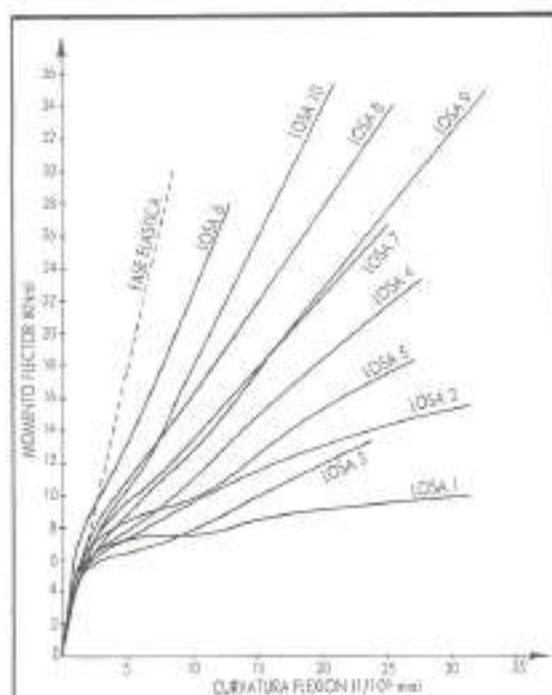


FIGURA 4. Diagramas momento-curvatura.

lidad que se presenta tras la fisuración del hormigón armado. Se ha tomado un módulo elástico de 24600 MPa y una rigidez elástica básica de $EI = 3459,4 \text{ kNm}^2$. Relación entre módulos elásticos de acero y hormigón de 8,94.

La rigidez torsional J considerada es la de sección figurada y se ha tomado un valor para todas las losas de $0,0001 \text{ kNm}^2$. En el cálculo como emparrillado se ha obtenido un momento flector en el punto medio de $0,28 P$ en período elástico ante $0,354 P$ según la teoría elástica de placas. Por tanto, los momentos obtenidos mediante emparrillado se modificarán con el factor 1,264.

Cada emparrillado se ha resuelto en sus hipótesis: Peso propio (introducido como cargas en nudos) y Cargas de gato (introducidas como cargas puntuales en cuatro nudos).

3.3. CÁLCULO EN ROTURA DE LA PLACA

Analicemos por la teoría de Johansen mediante el método de los trabajos virtuales los posibles mecanismos de rotura de la placa.

MECANISMO 1: Líneas de rotura según las diagonales de la placa.

Trabajo de las cargas: $4 P$

Trabajo del momento plástico: $4 m a \frac{1}{t}$

$$\text{Igualando } m = \frac{Pt}{a}$$

MECANISMO 2: Líneas de rotura según el cuadrado de las cargas.

Trabajo de las cargas: $4 P$

Trabajo del momento plástico: $4 m a \frac{1}{t}$

$$\text{Igualando } m = \frac{Pt}{a}$$

Se trata de dos mecanismos de rotura equiprobables.

MECANISMO 3: Rotura con levantamiento de las esquinas por torsor (efecto esquina).

Trabajo de las cargas: $4 P$

Trabajo del momento plástico:

$$4 \left[m (a - 2z) \frac{1}{t} + m z \sqrt{2} \frac{1}{t \sqrt{2 - z \frac{\sqrt{2}}{2}}} \right]$$

Igualando:

$$P = m \left[\frac{a - 2z}{t} + \frac{2z}{2t - z} \right]$$

es decir:

$$[2t^2 - zt] P = [2z^2 - (a + 2t)z + 2at] m$$

Derivando:

$$-t P = [4z - (a + 2t)] m$$

Dividiendo miembro a miembro ambas expresiones

$$\begin{aligned} (z - 2t) [4z - (a + 2t)] &= \\ &= [2z^2 - (a + 2t)z + 2at] \end{aligned}$$

$$z^2 - 4tz + 2t^2 = 0;$$

$$z = (2 - \sqrt{2}) t = 0,586 t$$

Por tanto

$$m = \frac{t}{a + 2t - 4z} P$$

En definitiva

$$m = \frac{Pt}{a - 0,343 t}$$

$$\text{Para } a = 2,60 \text{ y } t = 0,80 \quad z = 0,469$$

$$P = 2,91 m; \quad m = 0,344 P$$

4. DESCRIPCION DE LOS ENSAYOS DE LOSAS

Los ensayos de losas se han llevado a efecto cargando las losas mediante gatos oleohidráulicos contra un marco metálico cuadrado de apoyo perimetral.

El marco estaba soportado mediante pórticos metálicos anclados a una losa de carga. La innovación en el método de ensayo consiste en aplicar las cargas de abajo hacia arriba de manera que la cara traccionada de losa sea la superior.

El hecho de poder verificar la fisuración en dicha cara superior dota al ensayo de una gran operatividad y comodidad en la medición y obtención de datos.

Por otra parte la seguridad del personal y de la instrumentación de ensayo está garantizada. Además el montaje mecánico es simple y económico, facilitando el manejo y movimiento de los elementos.

El proceso de carga es el siguiente: la losa descansa inicialmente apoyada sobre cuatro bloques de hormigón de altura ligeramente superior a la de los gatos.

Al entrar en funcionamiento los gatos levantan la losa de su apoyo sobre los bloques de hormigón y comienzan a elevarla lentamente acercándola al marco de apoyo. En este período la losa se

encuentra únicamente sometida a la sollicitación de peso propio. Cuando la losa entra en contacto con el marco de apoyo aparece, a partir de cero, la reacción perimetral del marco y comienzan a hacerse efectivas las cargas puntuales de los gatos sobre la losa, añadiéndose a la sollicitación de peso propio.

La carga se introduce creciendo de forma escalonada. En cada uno de los escalones se mantiene la carga durante un período breve de tiempo realizándose las lecturas y su registro. El escalón cero corresponde a la suspensión en el aire de la losa por los gatos (sólo peso propio).

En la superficie central de 1×1 metros de la cara superior se ha llevado a cabo el estudio detallado del proceso de fisuración, aparición de la misma, anchura de fisuras y mapa de fisuración.

Para ello se divide la citada zona en una cuadrícula de 5×5 intervalos de 200 mm cada uno.

Las deformaciones y anchura de fisuras se han medido con extensómetro mecánico por estimarse más adecuado y preciso. La base corresponde a los 200 mm de la cuadrícula. La cara inferior de la losa sometida a compresiones era de acceso más incómodo y por tanto las deformaciones de compresión se han seguido mediante bandas extensométricas, si bien cada cierto número de escalones

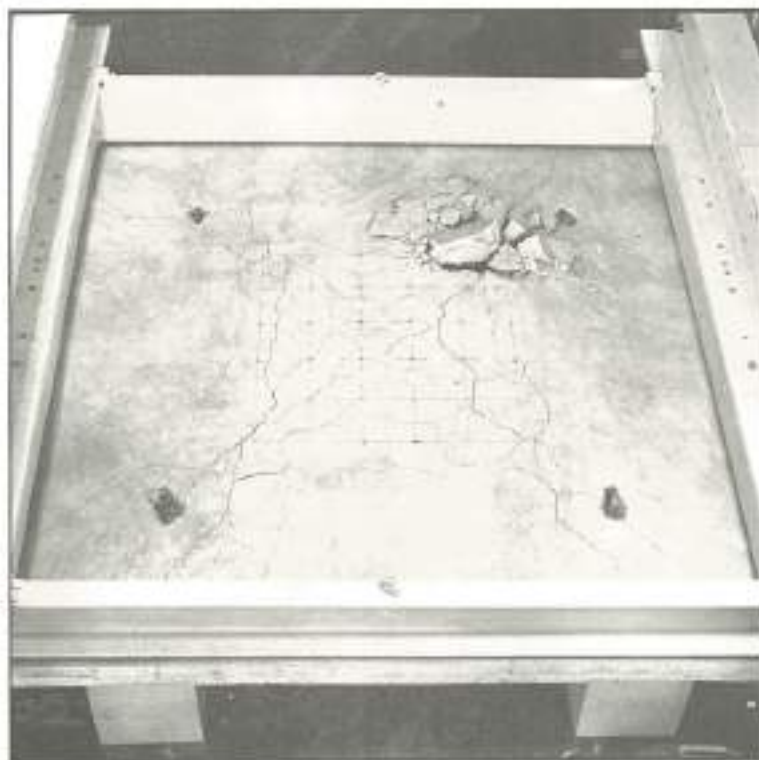


FOTO 2. Marco de carga y mecanismo de colapso de la losa I.

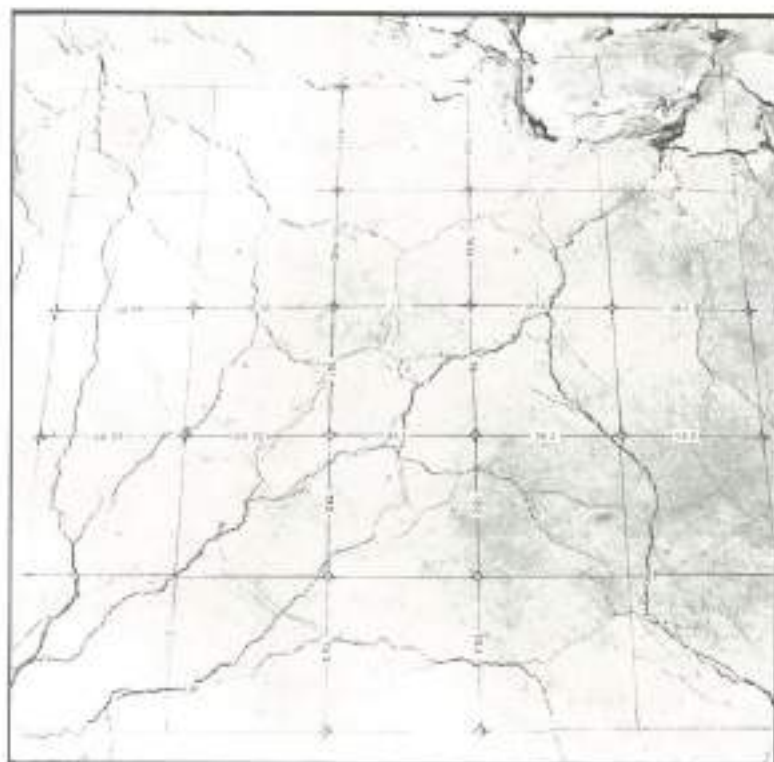


FOTO 3. Zona de estudio de la fisuración y refuerzo extensométrico.

de carga se realizaba una comprobación con extensómetro mecánico.

Para el seguimiento de las deflexiones de la losa, tanto en período elástico como en fisuración, se utilizaron captadores inductivos LVDT actuando como flexímetros en el centro de losa y apoyos.

En la Foto 2 y Foto 3 se muestran algunas secuencias de ensayo.

5. RESULTADOS DE ENSAYO

En las figuras que se acompañan seguidamente se recogen los resultados comparativos obtenidos en las sucesivas losas. Hay que destacar en las mismas la evolución del ancho de fisura, con el aumento de la carga, frente a los resultados esperados por las normas Código Modelo CEB-FIP, CP-110 y ACI 318.

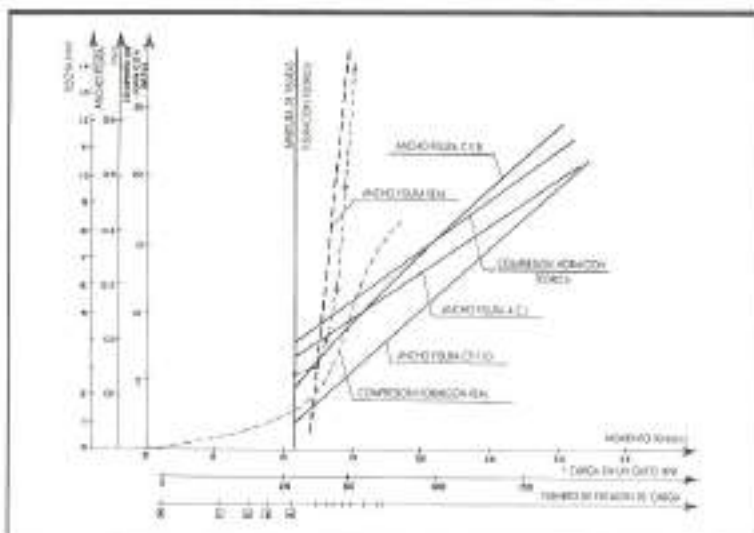


FIGURA 6. Losa 1. Resultados comparativos.

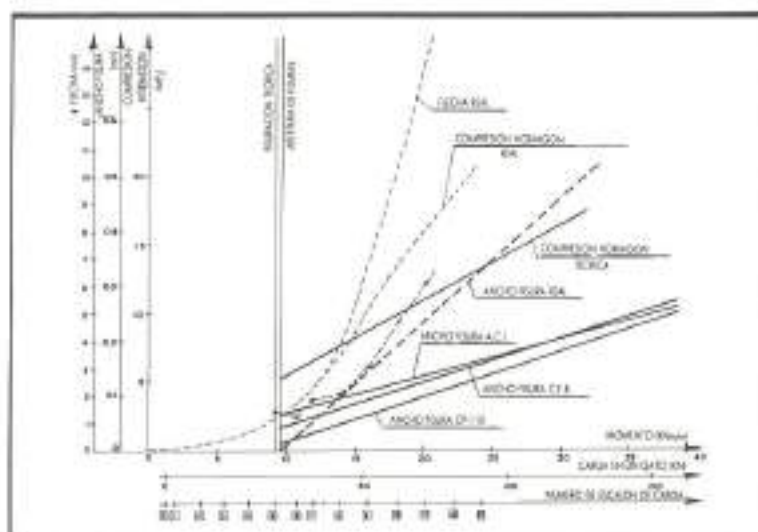


FIGURA 7. Losa 2. Resultados comparativos.

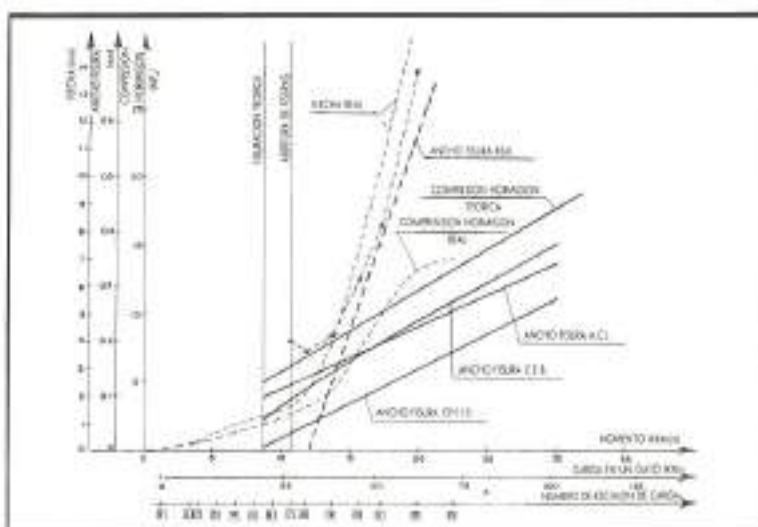


FIGURA 8. Losa 3. Resultados comparativos.

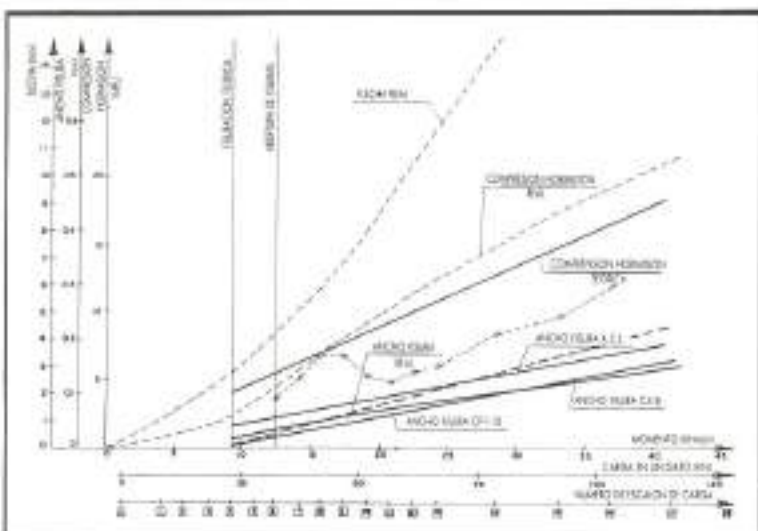


FIGURA 9. Losa 4. Resultados comparativos.

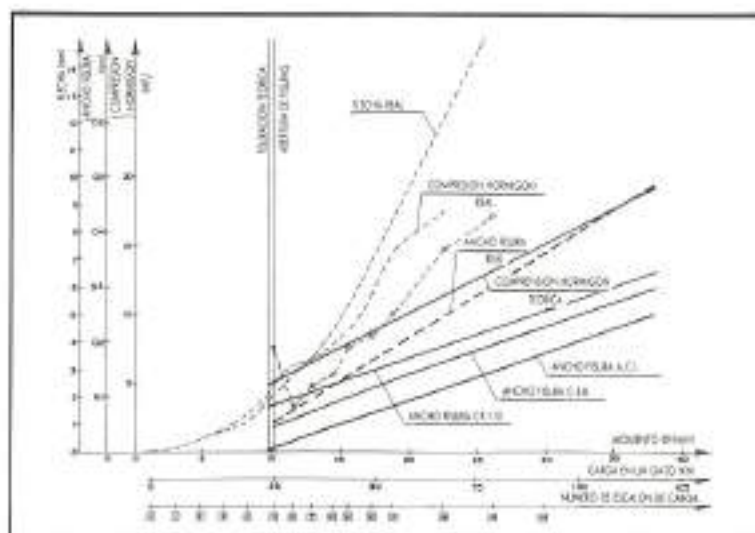


FIGURA 10. Losa 5. Resultados comparativos.

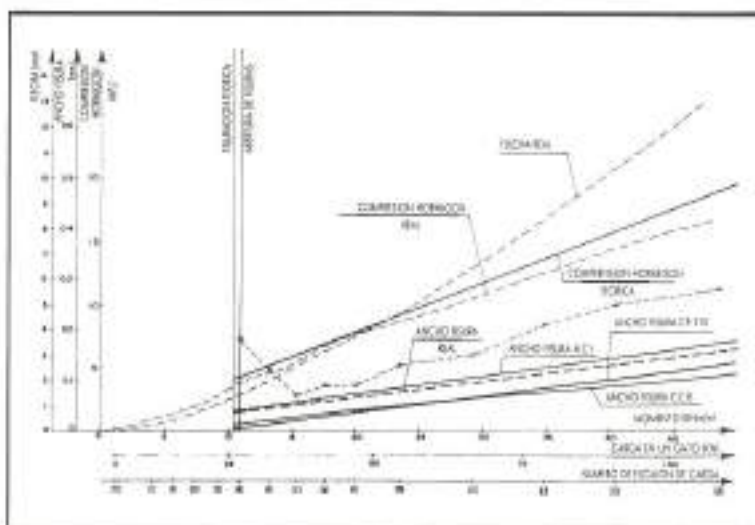


FIGURA 11. Losa 6. Resultados comparativos.

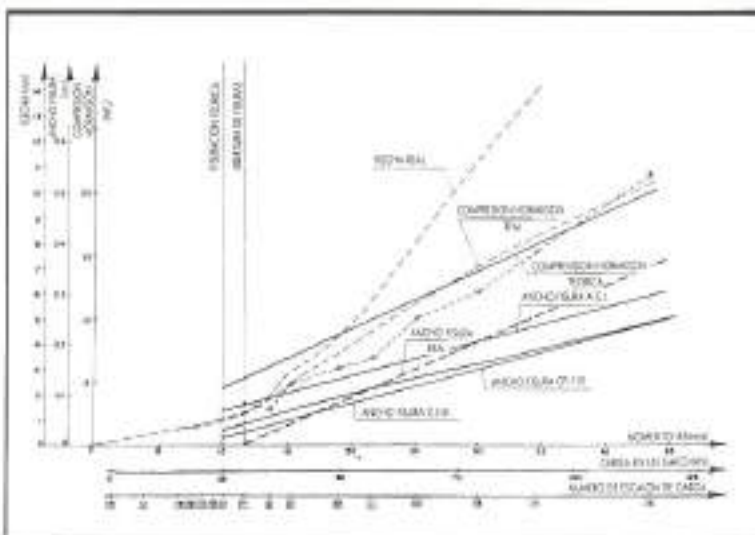


FIGURA 12. Losa 7. Resultados comparativos.

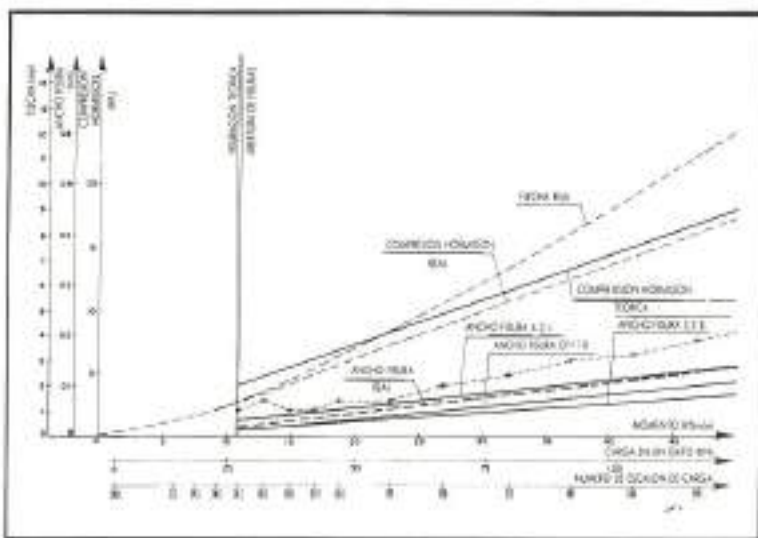


FIGURA 13. Caso 8. Resultados comparativos.

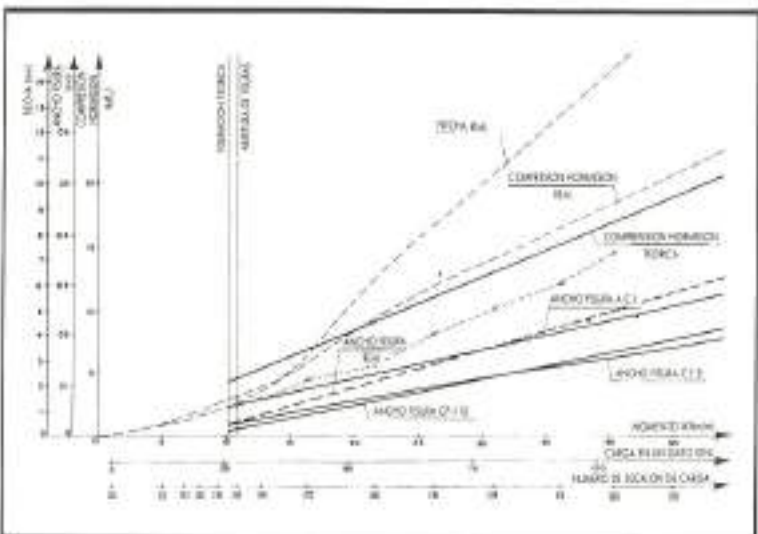


FIGURA 14. Caso 9, Resultados comparativos.

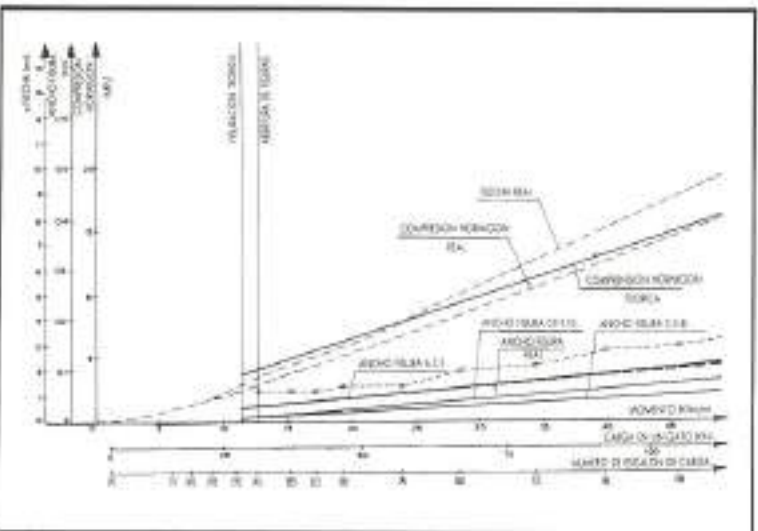


FIGURA 15. Logn 10. Resultados comparativos.