

# ANÁLISIS DE FLUJO Y DEFORMACION EN SUELOS PARCIALMENTE SATURADOS

A. LLORET  
A. GENS  
F. BATLLE  
E. ALONSO

Departamento Ingeniería del Terreno (U.P.C.)

**RESUMEN.** En el artículo se presenta una formulación para la solución del análisis del flujo y la deformación en suelos no saturados. La formulación tiene en cuenta aspectos básicos fundamentales del comportamiento de los suelos no saturados. Para definir de forma apropiada este comportamiento se han utilizado superficies de estado. El análisis se realiza en dos etapas, la primera relacionada con el flujo y la segunda con aspectos tensodeformacionales. El comportamiento no drenado puede analizarse utilizando la misma formulación básica. Se presentan algunos ejemplos de aplicación a casos geotécnicos típicos.

## 1. INTRODUCCION

Para realizar un análisis realista del proceso de carga no drenada y de la consolidación de los suelos no saturados es necesario tener en cuenta las características fundamentales del comportamiento de este tipo de suelos. Por tanto, en la formulación del problema deben incorporarse la variación de la compresibilidad y de la permeabilidad del suelo con el grado de saturación y el efecto de la succión en la deformabilidad y resistencia del suelo.

Un aspecto característico del comportamiento de los suelos no saturados es el hecho de que una reducción en la succión puede provocar un hinchamiento o un colapso del suelo dependiendo de la magnitud de la tensión aplicada. El análisis debe incorporar este fenómeno para ser capaz de reproducir efectos como el de la humedad de compactación de un núcleo de una presa de tierra en el comportamiento de la misma tras el llenado del embalse. La forma más conveniente de introducir este tipo de comportamiento es a través del concepto de superficie de estado (Maytas y Radhakrishna, 1968). Las superficies de estado ligan los cambios del índice de poros y saturación con cambios en las tensiones significativas. Fredlund y Morgenstern (1977), en base a resultados experimentales, propusieron que las tensiones significativas que definen el estado tensional de un suelo no saturado son:  $(\sigma_{ij} - p_a \delta_{ij})$  y  $(p_a - p_w)$  donde  $\sigma_{ij}$  es la tensión total,  $p_a$  es la presión del aire y  $p_w$  es la pre-

sión del agua. Para condiciones en las que el estado tensional puede describirse con un solo valor (por ejemplo, un estado de carga edométrico), Lloret y Alonso (1986) sugirieron para las superficies de estado las expresiones analíticas siguientes:

$$e = e_s + a \log(\sigma - p_a) + b \log(p_a - p_w) + c \log(\sigma - p_a) \log(p_a - p_w) \quad (1)$$

$$S_r = 1 - (c' + d'(\sigma - p_a)) Th(b'(p_a - p_w)) \quad (2)$$

donde  $e$  es el índice de poros y  $S_r$  el grado de saturación. Estas expresiones pueden reproducir el comportamiento conjunto de hinchamiento/colapso en los suelos no saturados.

En el siguiente apartado se presenta una formulación que incorpora los aspectos mencionados anteriormente. Los problemas de flujo y de tensión-deformación se resuelven iterativamente utilizando un procedimiento en dos etapas. Se adoptan las superficies de estado para describir el comportamiento básico del suelo. El análisis de problemas no drenados puede realizarse empleando el mismo marco conceptual.

## 2. FORMULACION DEL PROBLEMA

Los cambios de presión de aire y agua originados por el flujo se traducirán en cambios en las tensiones significativas y, por tanto, en cambios de satu-

ración y deformación en el suelo. Estos cambios alterarán el estado tensional de equilibrio del suelo, y a su vez, implicarán cambios en el proceso de flujo y por tanto en el valor de las presiones de aire y agua. Por otra parte, la deformabilidad, la resistencia y la permeabilidad del suelo están afectadas por cambios en las tensiones y las presiones de los fluidos. Los problemas de flujo y tensión-deformación están, por tanto, estrechamente acoplados. La formulación del problema debe incluir la solución de las ecuaciones de continuidad del aire y del agua y de las de equilibrio. Las ecuaciones de continuidad son:

$$\text{agua } \frac{\partial}{\partial t} (\rho_w n S_w) + \text{div} (\rho_w \mathbf{u}_w) = 0 \quad (3)$$

$$\text{aire } \frac{\partial}{\partial t} (\rho_a n (1 - S_w + H S_w)) + \text{div} (\rho_a (\mathbf{u}_a + H \mathbf{u}_w)) = 0 \quad (4)$$

donde:  $\rho_w$ , es la densidad del agua  
 $\rho_a$ , la densidad del aire  
 $n$ , la porosidad  
 $\mathbf{u}_a$ , la velocidad del aire  
 $\mathbf{u}_w$ , la velocidad del agua  
 $H$ , la constante de Henry

Los flujos de aire y de agua están regidos por la ley de Darcy. La permeabilidad del aire,  $K_a$ , y la del agua,  $K_w$ , varían extraordinariamente con el grado de saturación. Para tener en cuenta esta dependencia se ha adoptado las siguientes expresiones debidas a Irmay (1954) y a Yoshimi y Osterberg (1964):

$$K_w(S_w) = K_w(S_w = 1) \left( \frac{S_w - S_{w0}}{1 - S_{w0}} \right)^2 \quad (5)$$

$$K_a(e, S_w) = \frac{\alpha \gamma_a}{\mu_a} (e(1 - S_w))^b \quad (6)$$

donde  $S_{w0}$ ,  $a$  y  $b$  son constantes y  $\mu_a$  es la viscosidad del aire.

Las ecuaciones de equilibrio pueden escribirse como:

$$\frac{\partial(\sigma_{ij} - \delta_{ij} p_a)}{\partial x_j} + \frac{\partial p_a}{\partial x_i} + b_i = 0 \quad (7)$$

En estado de total saturación, la succión es nula y  $p_a$  se convierte en  $p_w$ , y por tanto resultan las familiares ecuaciones de equilibrio en términos

de tensiones efectivas. La solución de (7) requiere una ley constitutiva que puede expresarse convenientemente como:

$$\Delta \sigma^* = \underline{D} \Delta (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_0) \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_0 = \underline{E} \Delta (p_a - p_w) \quad (9)$$

donde:

$$\sigma_{ij}^* = (\sigma_{ij} - \delta_{ij} p_a)$$

$\boldsymbol{\varepsilon}_0$  son las deformaciones y  $\underline{D}$  y  $\underline{E}$  dependen de la historia de tensiones y succiones en el suelo.

$\boldsymbol{\varepsilon}_0$  son deformaciones impuestas que representan a las deformaciones producidas por cambios de succión y en el análisis juegan un papel similar al de las deformaciones térmicas.  $\boldsymbol{\varepsilon}_0$  puede determinarse, en principio, a partir de ensayos de laboratorio. Como primera aproximación,  $\boldsymbol{\varepsilon}_0$  puede calcularse a partir de la ecuación de la superficie de estado (1), si no se tiene en cuenta el efecto del desviador sobre las deformaciones debidas a cambios de succión. En la presente formulación,  $\underline{D}$  se ha definido por medio de un modelo elástico no lineal, en el cual la compresibilidad volumétrica  $K$  se obtiene a partir de la ecuación (1) y el módulo de rigidez al corte  $G$  por medio de la relación de tipo hiperbólico:

$$G = (G_0 + m (p_w - p_a)) \left( 1 - \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) R}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \right)^2 \quad (10)$$

en la que se ha introducido el efecto de la succión.

Como criterio de rotura se ha adoptado la expresión propuesta por Fredlund et al. (1978):

$$\tau_f = c' + (\sigma_n - p_a) \tan \theta^* + (p_w - p_a) \tan \theta^b \quad (11)$$

Lloret et al. (1986) describen la discretización de esas ecuaciones mediante elementos finitos utilizando el método de Galerkin. Para cada incremento de tiempo el análisis se realiza en dos etapas. Primeramente, se resuelven las ecuaciones del flujo para determinar los cambios de presión de aire y del agua. En una segunda etapa, se calculan los desplazamientos y los cambios de tensión debidos a las variaciones de las presiones de los fluidos, teniendo en cuenta las deformaciones originadas por cambios de succión. El proceso se repite hasta alcanzar las condiciones estacionarias o hasta llegar al tiempo de consolidación establecido.

### 3. ANALISIS NO DRENADO

Para que la formulación sea general debe poder ser aplicada al caso de situaciones en condiciones no drenadas. Las condiciones no drenadas aparecen cuando la aplicación de la carga es muy rápida y con frecuencia constituyen la fase inicial para los problemas de flujo. En el análisis realizado el efecto de la aplicación de las cargas se considera dividido en dos fases: una primera, no drenada, seguida por una segunda fase de consolidación (flujo).

En el análisis no drenado, las ecuaciones de flujo se reemplazan por las condiciones de inalterabilidad de las masas de aire y de agua. Estas condiciones, si se asume un volumen de poros inicial igual a la unidad, pueden expresarse como:

$$V_w = S_{v0}(1 - C_v(p_w - p_{v0})) \quad (12)$$

$$V_a = \frac{p_{a0}}{p_e} (1 - S_{v0} + HS_{v0}) \quad (13)$$

$$V_p = (1 - H) V_w + V_a \quad (14)$$

donde  $V_w$  es el volumen de agua  
 $V_a$  el volumen de aire (incluyendo el disuelto)  
 $C_v$  la compresibilidad del agua  
 y el sufijo «0» indica el valor inicial.

Por otra parte, el índice de poros y el grado de saturación pueden derivarse a partir de las presiones de aire y agua en los poros mediante las expresiones:

$$S_v = \frac{V_w}{V_p} \quad (15)$$

$$e = e_0 V_p \quad (16)$$

Si se igualan el grado de saturación y el índice de poros obtenidos a partir de las ecuaciones (15) y (16) con los valores dados por las ecuaciones de las superficies de estado (2) y (1), se obtiene un sistema de dos ecuaciones no lineales. Las presiones de aire y agua  $p_a$  y  $p_w$  resultantes del proceso de carga no drenada pueden calcularse entonces, utilizando un procedimiento iterativo. Esos valores de las presiones se introducen posteriormente en el análisis tensión-deformación tal como se describe en el apartado anterior.

En la figura 1 se presenta un diagrama de flujo que resume el método de cálculo resultante de la formulación, tanto para el análisis no drenado como para el de consolidación. Hay que reconocer, sin embargo, que la utilización de las superficies de estado para describir el comportamiento básico

del suelo parcialmente saturado es sólo una aproximación (Josa et al., 1987). Descripciones más complejas se pueden introducir fácilmente en caso de necesidad, sin necesidad de cambiar los aspectos básicos de la formulación.

### 4. EJEMPLOS

En este apartado se presentan dos ejemplos de aplicación de la formulación descrita anteriormente para ilustrar sus posibilidades. Para realizar el análisis son necesarios dos programas: un programa general de tensión-deformación y otro programa que resuelva el flujo y la consolidación no saturada (el caso saturado se contempla como un caso particular de la formulación general para el suelo no saturado). El programa general de tensión-deformación utilizado ha sido el ICPEP (Programa de Elementos Finitos del Imperial College), mientras que para la etapa de flujo se ha desarrollado el programa NOSAT que contempla además la solución del caso no drenado. Por otra parte, ha sido necesario desarrollar el software de interacción entre los dos programas.

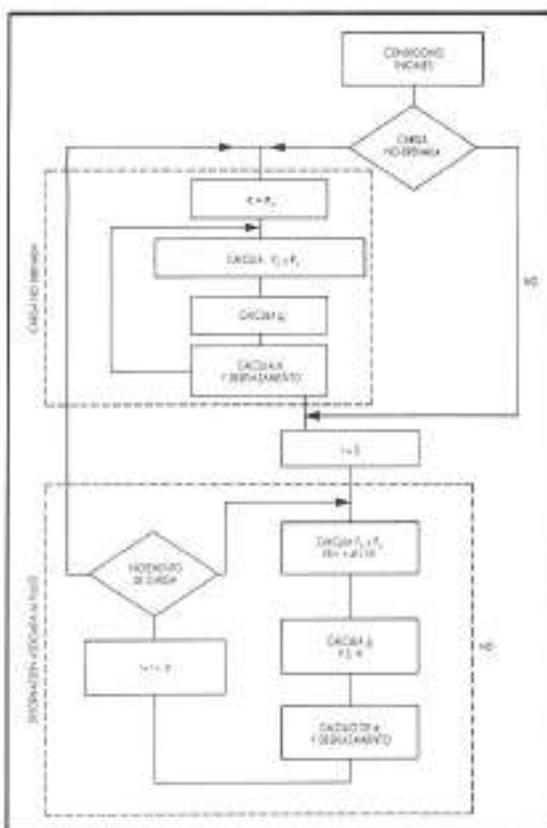


FIGURA 1. Esquema del método de cálculo utilizado en el análisis. Ilizarri et al.

El primer ejemplo se refiere a una zapata flexible sobre un suelo parcialmente saturado (figura 2). Inicialmente, la presión del agua es nula en el borde inferior de la malla y la succión crece en la dirección vertical ascendente de forma que el agua inicialmente está en equilibrio. En el instante  $t = 0$  se reduce la succión a cero en la parte de la superficie del terreno exterior a la zapata, de forma que se simula una inundación permanente de la superficie. Por otra parte, la presión del agua se mantiene igual a cero en el borde inferior durante todo el análisis. El proceso de infiltración puede observarse en la figura 2 donde se han dibujado los contornos del grado de saturación en dos tiempos diferentes. Puede verse que la infiltración descendente progresa más rápidamente que la que se dirige hacia debajo de la zapata debido fundamentalmente a la menor permeabilidad del suelo en esa área.

Los movimientos asociados a los flujos de aire y agua pueden observarse en la figura 3 donde se ha dibujado la forma de la malla deformada para dos instantes de tiempo. Es interesante constatar que el terreno exterior a la zapata hincha mientras que el suelo por debajo de

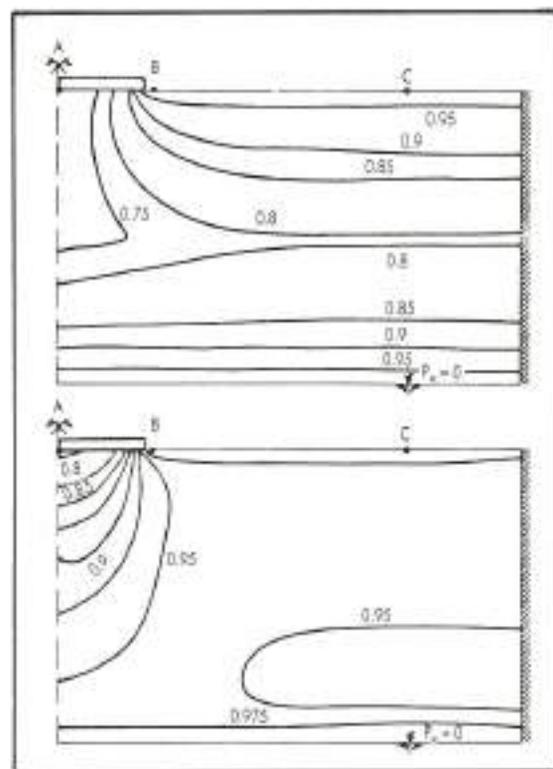


FIGURA 2. Contornos del grado de saturación. A, para  $t=12=110$  seg. B, para  $t=13=1,075,000$  seg. Iborra et al.

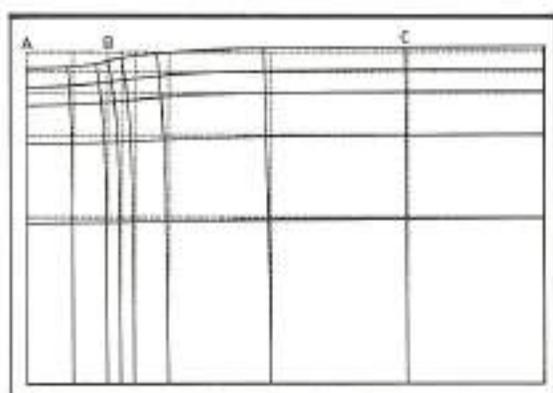
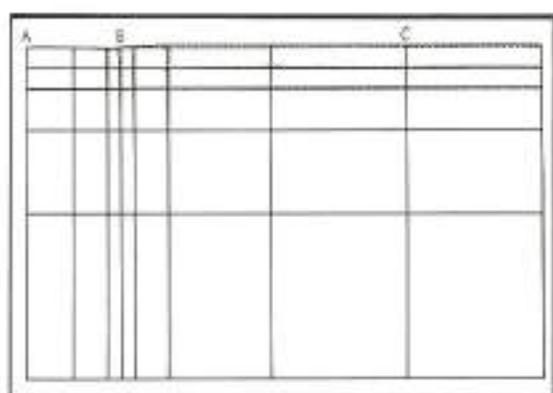


FIGURA 3. Forma de la malla deformada. A, para  $t=1=8,000$  seg. B, para  $t=2=1,075,000$  seg. Iborra et al.

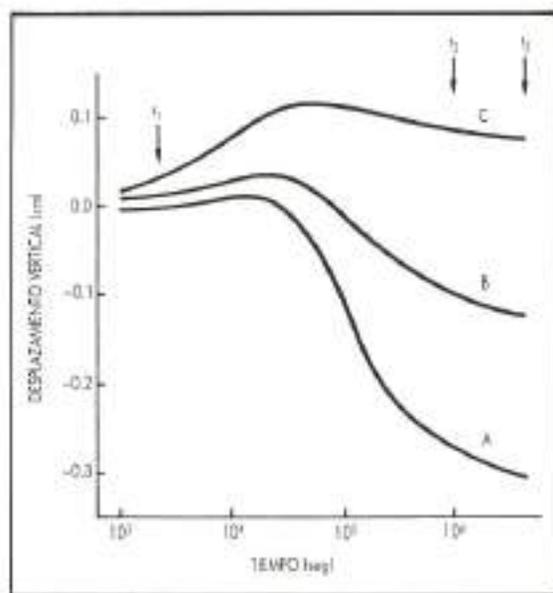


FIGURA 4. Evaluación de los desplazamientos verticales en los puntos A, B y C de la superficie.

la zapata colapsa debido al alto valor de las tensiones existentes en esa zona. La evolución de los movimientos puede examinarse con más detalle en la figura 4 donde se han dibujado los desplazamientos verticales sufridos por los puntos A, B y C de la superficie del terreno (definidos en la figura 2) en función del logaritmo del tiempo. Puede comprobarse que el hinchamiento de la región exterior a la zapata causa inicialmente un pequeño movimiento vertical ascendente en el área de la zapata que posteriormente se ve anulado y superado por el colapso del suelo por debajo de la cimentación. En el mismo gráfico puede constatar que se han alcanzado las condiciones estacionarias al final de los cálculos.

A lo largo del análisis, las permeabilidades experimentan variaciones tanto en el espacio como en el tiempo. En la figura 5 se presenta, para un instante de tiempo determinado, la distribución espacial de la permeabilidad del suelo al agua.

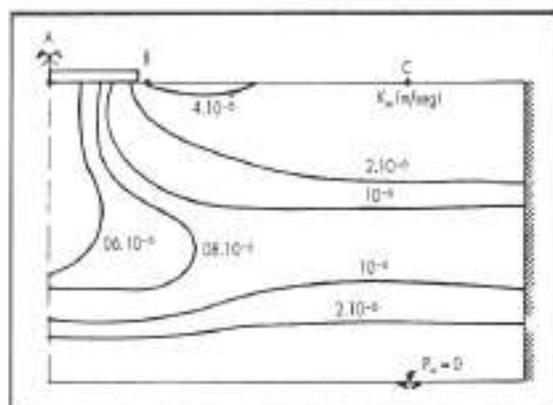


FIGURA 5. Contornos de la permeabilidad del agua para  $t = 12 = 110,000$  seg.

El segundo ejemplo se refiere a la etapa de construcción de una presa de tierras con núcleo de 90 m de altura sobre el nivel de cimentación. La construcción se ha simulado por escalones. La colocación de cada capa se ha considerado como no drenada y antes de la construcción de la siguiente capa se ha considerado la consolidación parcial que se produce en ese intervalo de tiempo.

En la figura 6 se muestran los contornos del grado de saturación en el núcleo arcilloso de la presa al final de la construcción. Aunque las condiciones de colocación sean las mismas para cada capa, puede observarse que el grado de saturación aumenta hacia la base del núcleo como consecuencia del aumento de carga. La figura 7 muestra la variación de la presión del agua con el tiempo en

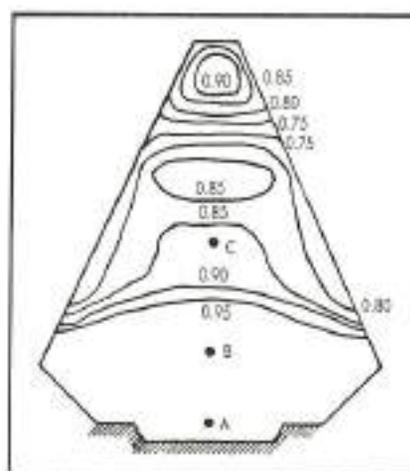


FIGURA 6. Contornos del grado de saturación al final de la construcción.

tres puntos seleccionados de la presa. Puede constatar el aumento instantáneo de la presión del agua tras la colocación de una capa y la subsecuente disipación debida al efecto de la consolidación. Por último, en la figura 8 se recogen la forma de la deformación de la malla completa de la presa para un tiempo intermedio y para el final de la etapa de construcción. Los desplazamientos incluyen los efectos del incremento de altura de la presa y los movimientos debidos a la consolidación, aunque en este caso los primeros sean los dominantes.

## 5. CONCLUSIONES

En el artículo se ha presentado una formulación para el análisis conjunto de flujo y deformación

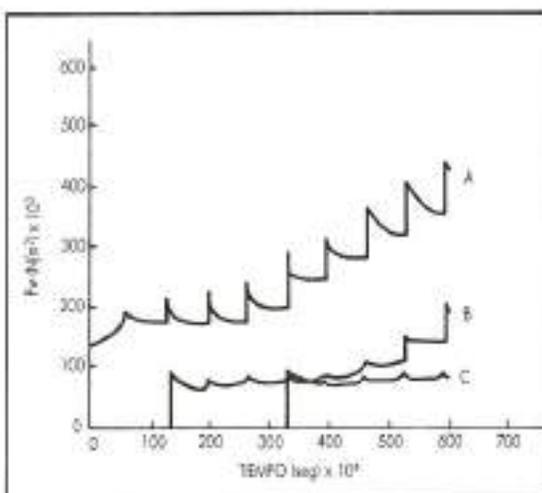


FIGURA 7. Variación de las presiones de agua con el tiempo en los puntos A, B y C de la presa.

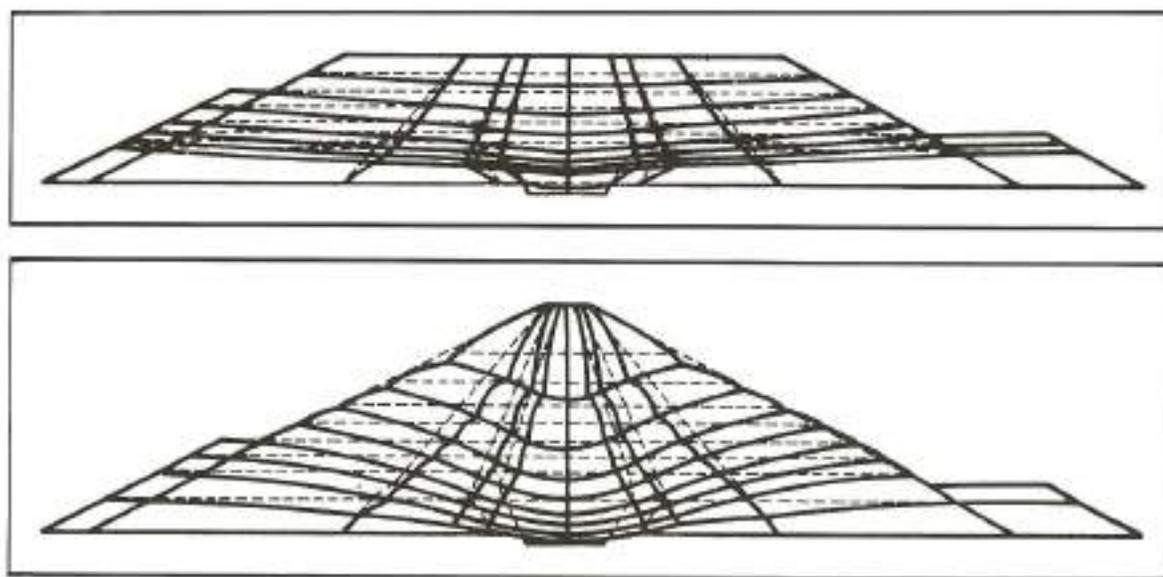


FIGURA 8. Malla deformada. A. Estado al término de construcción. B. Al final de la construcción.

que tiene en cuenta los aspectos básicos más relevantes del comportamiento de los suelos no saturados. Esta formulación incluye la importante variación de la permeabilidad al aire y al agua con el grado de saturación y el característico comportamiento de colapso/hinchamiento según el nivel de tensión aplicado. En el análisis se contempla tanto la continuidad del aire como la del agua. El acoplamiento entre los análisis de flujo y tensión-deformación permite el cálculo de las deformaciones y movimientos debidos a cambios de succión. Asimismo, los casos de carga no drenada pueden ser resueltos utilizando la misma formulación básica. Los ejemplos presentados ilustran la importancia de tener en cuenta la conexión entre los aspectos de flujo y tenseodeformacionales si se pretende obtener resultados realistas. Los ejemplos muestran también la capacidad de la formulación expuesta para ser aplicada a problemas ingenieriles.

#### REFERENCIAS

FREDLUND, D. G. y MORGENSTERN, N. R. (1977):

«Stress state variables for unsaturated soils». *J. Geotech. Div. ASCE*. Vol. 103, núm. GT5, pp. 447-466.

FREDLUND, D. G.; MORGENSTERN, N. R. y WIDGER, R. A. (1978): «The shear strength of unsaturated soils». *Canadian Geot. J.* Vol. 15, pp. 318-321.

IRMAY, S. (1954): «On the hydraulic conductivity of unsaturated soils». *Trans. Amer. Geoph. Union*. Vol. 35, pp. 463-468.

JOSA, A.; ALONSO, E. E.; LLORET, A. y GENS, A. (1987): «Stress-strain behaviour of partially saturated soils». *IX Europ. Conf. on Soils Mec. and Found. Eng.* Vol. 2, pp. 561-564.

LLORET, A. y ALONSO, E. E. (1985): «State surfaces for partially saturated soils». *IX Int. Conf. on Soils Mec. and Found. Eng.* Vol. 2, pp. 557-562.

LLORET, A.; ALONSO, E. E. y GENS, A. (1986): «Undrained loading and consolidation analysis for unsaturated soils». *Europ. Conf. Num. Meth. in Geomech. Stuttgart*. Vol. 2.

MATYAS, E. L. y RADHAKRISHNA, H. S. (1968): «Volume change characteristics of partially saturated soils». *Geotechnique*. Vol. 18, núm. 4, pp. 432-448.

YOSHIMI, Y. y OSTERBERG, J. O. (1964): «Compression of partially saturated cohesive soils». *J. Soil Mech. Fdns. Div. ASCE*. Vol. 89, núm. SM4, pp. 1-24.

# AGUA

El agua padece múltiples agresiones contaminantes  
en su recorrido natural.

Es imprescindible que llegue al usuario con  
el tratamiento adecuado.

CADAGUA está presente allí donde se exige la mejor agua.



Depuradora de Butarque - Madrid



**cadagua, s.a. Damos vida.**

# Líderes en un mundo de cambio...



Programa Topográfico

**SOKKISHA**

***SDR-VARIN***

Distribuidor en exclusiva  
para España:

***Isidoro Sánchez, S. A.***

RONDA DE ATOCHA, 16 - 28012 MADRID - Teléfs.: 228 38 34 - 230 40 0