

EL PROBLEMA DEL "TAPON SALINO" EN ESTUARIOS

II. Soluciones numéricas en régimen permanente

ANTONIO RUIZ MATEO

Centro de Estudios de Técnicas Aplicadas (CEDEX)

RESUMEN. El concepto de "tapón salino" se refiere al hecho de que en estuarios transversalmente homogéneos, la distribución de salinidad a lo largo del estuario presenta un descenso muy acusado a una cierta distancia de la desembocadura. Este es el segundo de una serie de tres artículos dedicados a presentar algunos procedimientos para calcular la posición del "tapón salino", o más precisamente, la distribución longitudinal de salinidades, en función de parámetros geométricos, hidráulicos y dispersivos. El primero se publicó en el Número 64 de Ingeniería Civil; en este segundo artículo se describen algunos procedimientos para obtener soluciones numéricas y se exponen dos ejemplos de aplicación: los estuarios del Guadalquivir y del Guadalete. La numeración de fórmulas, figuras y tablas es continuación de la utilizada en el primer artículo de la serie.

ASPECTOS GENERALES

Los procedimientos numéricos para integrar la ecuación de difusión son mucho más interesantes cuando se estudian problemas en régimen transitorio, ya que en estos casos se conocen pocas soluciones analíticas, y de éstas, la mayoría están definidas por desarrollos en serie. No obstante, incluso en régimen permanente merece la pena recurrir a estos procedimientos en ciertos casos. Por ejemplo, cuando se conocen las áreas de las secciones transversales y éstas varían de forma irregular, o cuando ocurre lo mismo con el coeficiente de dispersión transversal.

Un caso muy importante que suele hacer necesaria la utilización de métodos numéricos es la presencia de derivaciones y/o aportaciones de caudal a lo largo del estuario, bien por tomas o descargas de riego o bien por otros procesos (infiltración, evaporación, precipitaciones, etc.). Para tener en cuenta estas variaciones de caudal y las posibles variaciones del flujo de sal, es necesario modificar las ecuaciones (9) y (13), así como todas las que se han obtenido a partir de ellas, añadiendo ciertos términos de fuente o sumidero. Sin embargo, con el fin de no alargar excesivamente el presente trabajo, estos casos no van a ser considerados aquí.

La ecuación a resolver en régimen estacionario es la (16) que repetimos aquí, pero eliminando los subíndices de las variables para facilitar la nota-

ción de las ecuaciones en diferencias que manejaremos más adelante:

$$Q \frac{dC}{dx} = \frac{d(AE dC/dx)}{dx} \quad (47)$$

Como puede verse, conocido el caudal Q (que hemos supuesto constante) sólo se necesitan los valores de A y de E para cada sección del estuario.

Las áreas $A(x)$ pueden conocerse en un cierto número de secciones por medio de reconocimientos batimétricos o por consideraciones de volúmenes almacenados en función de los recorridos de marea. También pueden calcularse por integración de las ecuaciones de continuidad y de Navier-Stokes, pero este procedimiento sólo suele utilizarse en problemas de régimen transitorio.

Los coeficientes de dispersión E pueden determinarse mediante experiencias con trazadores, de los cuales los más adecuados son los isótopos radiactivos de bajos períodos de semidesintegración (por ejemplo, el bromo-82 que tiene un período de unas 36 horas) ya que permiten hacer medidas rápidas y precisas "in situ" con diluciones mucho mayores que cualquier otro trazador. Otro procedimiento utilizado a veces es precisamente el problema inverso del que se está tratando en este trabajo, es decir, medir las distribuciones de salinidad y utilizar los resultados para ajustar los coeficientes de dispersión utilizados en algún modelo matemático. Como ya se comentó antes, este método tiene

el inconveniente de que proporciona resultados poco fiables en el tramo superior del estuario, precisamente donde suelen ser más críticos los problemas de contaminación y de utilización de aguas salobres; no obstante, en caso necesario puede utilizarse para este tramo una hipótesis similar a la de la ecuación (17), es decir, variación proporcional al cuadrado del recorrido de marea.

En cuanto al procedimiento numérico a utilizar existen muchos y todos ellos igualmente fiables si se emplean con buen criterio. La elección suele depender sólo de la experiencia del investigador y de la disponibilidad de programas puestos a punto con anterioridad. En lo que sigue sólo utilizaremos el procedimiento de diferencias finitas, que además, en problemas de tratamiento numérico sencillo como es el que nos ocupa, permite una fácil conexión con las clásicas fórmulas de cuadratura para integrales definidas.

Comenzaremos por adimensionalizar la ecuación (47). Para ello haremos el cambio de variable $x \rightarrow \lambda = x/L$ y el cambio de función $C \rightarrow \sigma = C/s_0$. Sustituyendo en (47), teniendo en cuenta (20) y tras hacer algunas simplificaciones se obtiene:

$$\frac{d\sigma}{d\lambda} = \frac{d[(1/Pe) d\sigma/d\lambda]}{d\lambda} \quad (48)$$

donde suponemos, naturalmente, que Pe varía a lo largo del estuario (en función de λ) como consecuencia de la variación de A y/o de E .

El intervalo total de integración es $0 < \lambda < 1$, y se supone dividido en $(N+1)$ intervalos iguales por los N puntos $\lambda_i = i \Delta\lambda$, con $\Delta\lambda = 1/(N+1)$.

La condición de contorno en la desembocadura será siempre:

$$\sigma = 1 \text{ para } \lambda = 1 \quad (49)$$

Como condiciones en la cabecera consideramos los casos a) y c) descritos anteriormente, que expresados en función de las nuevas variables serían:

Caso a):

$$\sigma = 0 \text{ para } \lambda = 0 \quad (50a)$$

Caso c):

$$Pe \cdot \sigma - d\sigma/d\lambda = 0 \quad (50c)$$

Designaremos mediante σ_i los valores de $\sigma(\lambda_i) = \sigma(i \Delta\lambda)$, y mediante $Pe_{i+1/2}$ a Pe

$(\lambda_{i+1/2}) = Pe[(i+1/2) \Delta\lambda]$. También llamaremos h al $\Delta\lambda$ como es habitual.

PROCEDIMIENTOS DE INTEGRACION

Aproximaremos la ecuación (48) mediante un esquema de diferencias finitas de segundo orden. Esto se consigue utilizando para las derivadas primeras la aproximación centrada, definida como:

$$\delta\sigma_i = \frac{\sigma_{i+1/2} - \sigma_{i-1/2}}{h}; \text{ error} = O(h^2) \quad (51)$$

El primer miembro de (48) lo aproximamos por:

$$\frac{d\sigma}{d\lambda} = \frac{\delta\sigma_{i+1/2} + \delta\sigma_{i-1/2}}{2} = \frac{\sigma_{i+1} - \sigma_{i-1}}{2h} \quad (52)$$

y el segundo miembro mediante:

$$\begin{aligned} \frac{d[(1/Pe) d\sigma/d\lambda]}{d\lambda} &= [(1/Pe)_{i+1/2} (d\sigma/d\lambda)_{i+1/2} \\ &- (1/Pe)_{i-1/2} (d\sigma/d\lambda)_{i-1/2}]/h = \\ &= [(1/Pe)_{i+1/2} (\sigma_{i+1} - \sigma_i) - (1/Pe)_{i-1/2} \\ &(\sigma_i - \sigma_{i-1})]/h^2 \end{aligned} \quad (53)$$

Igualando (52) a (53), multiplicando por h^2 , pasando todo al primer miembro y sacando como factor común las incógnitas σ_{i-1} , σ_i y σ_{i+1} , se llega a:

$$\begin{aligned} \left(-\frac{h}{2} - \frac{1}{Pe_{i-1/2}}\right) \sigma_{i-1} + \left(\frac{1}{Pe_{i+1/2}} + \frac{1}{Pe_{i-1/2}}\right) \sigma_i + \\ \left(\frac{h}{2} - \frac{1}{Pe_{i+1/2}}\right) \sigma_{i+1} = 0 \end{aligned} \quad (54)$$

Esta ecuación debe aplicarse a los puntos $i = 1, 2, \dots, N$. Como existen $(N+2)$ incógnitas, hacen falta otras dos ecuaciones, que se obtienen de la aplicación de las condiciones de contorno. La condición (49) se convierte en:

$$\sigma_{N+1} = 1 \quad (55)$$

mientras que las condiciones en cabecera (50a y c) se convierten en:

Caso a):

$$\sigma_0 = 0 \quad (56a)$$

Caso c:

$$Pe_{1/2} \sigma_0 - (\sigma_1 - \sigma_0)/h = 0 \quad (56c)$$

En ambos casos resultan sistemas de ecuaciones tridiagonales que, como es sabido, pueden resolverse de forma muy eficaz mediante un procedimiento de "ida y vuelta" denominado a veces algoritmo de Thomas [20].

Su fundamento teórico es el siguiente: si representamos el sistema de ecuaciones (54), (55) y (56a), o el (54), (55) y (56c), en forma matricial, resulta una ecuación de la forma

$$[A] \{\sigma\} = \{B\}$$

en la que $\{\sigma\}$ y $\{B\}$ son vectores columnas conteniendo las incógnitas y los términos independientes, respectivamente, mientras que $[A]$ es una matriz que tiene la forma:

$$[A] = \begin{bmatrix} e_1 & f_1 & & & \\ d_2 & e_2 & f_2 & & 0 \\ & d_3 & e_3 & f_3 & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & & & d_n & e_n \end{bmatrix} \quad (57)$$

Si descomponemos la matriz $[A]$ en el producto de una matriz triangular inferior $[L]$ por otra triangular superior $[U]$, del tipo siguiente:

$$[L] = \begin{bmatrix} l_1 & & & & \\ d_2 & l_2 & & & \\ & d_3 & l_3 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ 0 & & & d_n & l_n \end{bmatrix} \quad [U] = \begin{bmatrix} 1 & u_1 & & & \\ & 1 & u_2 & & 0 \\ & & 1 & u_3 & \\ & & & \ddots & \ddots \\ 0 & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (58)$$

tenderemos $[A] \{\sigma\} = [L][U] \{\sigma\} = \{B\}$. Si resolvemos el sistema de ecuaciones $[L] \{Y\} = \{B\}$ en el que los y_i son unas incógnitas auxiliares, la solución del sistema original se obtiene resolviendo la nueva ecuación $[U] \{\sigma\} = \{Y\}$. Aparentemente el procedimiento se complica porque tenemos que resolver dos sistemas de ecuaciones en lugar de uno, pero la ventaja está en que cada uno de estos sistemas puede resolverse mediante un procedimiento explícito recurrente. En efecto, como puede comprobarse fácilmente, los elementos de las

matrices $[L]$ y $[U]$ se calculan mediante las expresiones:

$$\begin{aligned} l_1 &= e_1 \\ u_i &= f_i/l_i \quad (i = 1, 2, \dots, n-1) \\ l_i &= e_i - d_i u_{i-1} \quad (i = 2, 3, \dots, n) \end{aligned} \quad (59)$$

La solución intermedia se obtiene por recurrencia directa:

$$\begin{aligned} y_1 &= b_1/l_1 \\ y_i &= (b_i - d_i y_{i-1})/l_i \quad (i = 2, 3, \dots, n) \end{aligned} \quad (60)$$

y la solución final, por recurrencia inversa:

$$\begin{aligned} \sigma_n &= y_n \\ \sigma_i &= y_i - u_i \sigma_{i+1} \quad (i = n-1, n-2, \dots, 1) \end{aligned} \quad (61)$$

Para aplicar esto a nuestro problema, basta con hacer la siguiente identificación:

$$\begin{aligned} d_i &= -\frac{h}{2} - \frac{1}{Pe_{i-1/2}} \quad (i = 2, 3, \dots, n-1) \\ e_i &= \frac{1}{Pe_{i-1/2}} + \frac{1}{Pe_{i+1/2}} \quad (\text{idem}) \\ f_i &= -\frac{h}{2} - \frac{1}{Pe_{i+1/2}} \quad (\text{idem}) \\ b_i &= 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n-1) \\ \text{Además:} \\ d_n &= 0; e_n = 1; b_n = 1 \end{aligned} \quad (62)$$

donde $n = N + 2$.

Los coeficientes e_1 y f_1 toman valores diferentes para los casos a) y c):

Caso a:

$$e_1 = 1; f_1 = 0 \quad (64a)$$

Caso c:

$$e_1 = h + 1/Pe_{1/2}; f_1 = -1/Pe_{1/2} \quad (64c)$$

En el apéndice I se da un listado de programa en lenguaje CT-BASIC para resolver ambos casos. La adaptación a cualquier otra versión de BASIC es muy sencilla.

Se ha supuesto que los valores de Pe se introducen mediante READ/DATA, pero puede modifi-

carse el programa para adaptarlo a otro tipo de entrada de datos, por ejemplo: lectura de ficheros de las secciones A y de los coeficientes de dispersión E (puede ser necesario hacer interpolaciones) y cálculos de los números de Péclet.

El criterio de convergencia para el esquema de diferencias que hemos utilizado, ecuaciones (52) a (54), es el siguiente:

$$h = 1/(N + 1) < 2/\max(Pe_i) \quad (65)$$

siendo $\max(Pe_i)$ el máximo de los valores del número de Péclet utilizados. Este criterio es un caso particular del conocido como "criterio de la diagonal dominante", que consiste en que el módulo del elemento diagonal de cada fila de la matriz [A] debe ser mayor que la suma de los módulos de los restantes elementos de esa misma fila.

En la referencia [21] puede encontrarse una interesante deducción del mismo criterio de convergencia por un procedimiento diferente tomando como ejemplo el problema del caso a) con Pe constante. Para este caso, la solución exacta del sistema de ecuaciones en diferencias finitas puede expresarse mediante:

$$\sigma_i = \frac{q^i - 1}{q^{i+1} - 1} \quad (66)$$

siendo:

$$q = \frac{2 + hPe}{2 - hPe} \quad (67)$$

La ecuación (66) tiende a la solución (26a) de la ecuación diferencial cuando h tiende a cero, como se desprende del siguiente desarrollo:

$$q^i = \left(\frac{2 + hPe}{2 - hPe} \right)^{i/\lambda} = \exp \left\{ \lambda_i Pe \left[1 + \frac{h^2 Pe^2}{12} + O(h^4) \right] \right\} \quad (68)$$

Por lo tanto, si no se cumple (65), el denominador de (67) será negativo, q también lo será y q^i tomará valores positivos o negativos según que el exponente i sea par o impar, lo cual llevaría a oscilaciones inadmisibles en la solución numérica de la ecuación diferencial.

Para ilustrar todo lo anterior, en la tabla II se comparan los resultados correspondientes a las soluciones analíticas y numéricas de los casos a) y c), para distintos valores del número de Péclet Pe y del intervalo de discretización h . Puede observarse que para valores del producto hPe inferiores a 0,1 los errores son despreciables, y también, que para

$hPe = 4$ que no satisface el criterio de convergencia, los resultados son absurdos, mostrando la alternancia de signos antes comentada debido a que el denominador de (67) se hace negativo.

Hasta ahora hemos resuelto los casos a) y c) mediante la integración numérica de una ecuación diferencial de segundo orden. Veamos a continuación un procedimiento aplicable sólo al caso c) mediante la integración numérica de una integral simple.

La ecuación de partida es la (48). Esta ecuación puede integrarse una vez dando como resultado:

$$\sigma = (1/Pe) \int \sigma/d\lambda + K \quad (69)$$

siendo K una constante de integración que, al aplicar la condición de contorno (50c), resulta ser igual a cero. Teniendo en cuenta esto, (69) puede volver a integrarse. Reordenando:

$$\frac{d\sigma}{\sigma} = Pe d\lambda$$

e integrando:

$$[\ln \sigma]_{\lambda}^1 = \ln \frac{1}{\sigma} = - \ln \sigma = \int_{\lambda}^1 Pe d\lambda \quad (70)$$

es decir:

$$\sigma = \exp \left\{ - \int_{\lambda}^1 Pe d\lambda \right\} \quad (71)$$

que para Pe constante coincide con (26c).

El cálculo numérico de (71) puede hacerse por cualquiera de las fórmulas de cuadratura existentes para integración aproximada de integrales simples (trapezoidal, de Simpson, etc.).

Contra lo que puede parecer a simple vista, la integración numérica de la ecuación (71) no es menos laboriosa que la de la ecuación (48), al menos cuando los valores de Pe tienen que obtenerse a partir de los datos de una tabla (tabla I), que es lo habitual. Además, para cada valor de λ requiere el cálculo de una función exponencial, que en los ordenadores se lleva a cabo mediante una aproximación polinómica, y por lo tanto, consume bastante tiempo en comparación con las operaciones algebraicas.

EJEMPLOS DE APLICACION

Como ilustración, vamos a aplicar algunas de las soluciones anteriores (analíticas y numéricas) a dos estuarios españoles: el del río Guadalquivir y el del río Guadalete.

			Valores de λ								
			0,2	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,85	0,9	0,95
Caso a	Pe = 1	Análisis	.1288	.2862	.3775	.4785	.5900	.7132	.7796	.8495	.9228
		Número hPe = 0,05	.1288	.2862	.3775	.4784	.5900	.7132	.7796	.8494	.9228
		Número hPe = 0,1	.1288	.2861	.3774	.4784	.5899	.7132	—	.8494	—
	Pe = 20	Análisis	.110E-6	.614E-5	.454E-4	.335E-3	.248E-2	.0183	.0498	.1353	.3679
		Número hPe = 0,1	.109E-6	.608E-5	.450E-4	.333E-3	.246E-2	.0183	.0497	.1351	.3676
		Número hPe = 4	.0164	.0327	—	.1147	—	.3279	—	—	—
Caso c	Pe = 1	Análisis	.4493	.5488	.6065	.6703	.7408	.8187	.8607	.9048	.9512
		Número hPe = 0,05	.4544	.5530	.6101	.6733	.7432	.8204	.8620	.9057	.9517
		Número hPe = 0,1	.4595	.5571	.6137	.6764	.7455	.8220	—	.9066	—
	Pe = 20	Análisis	.113E-6	.614E-5	.454E-4	.335E-3	.248E-2	.0183	.0498	.1353	.3679
		Número hPe = 0,1	.123E-6	.608E-5	.450E-4	.333E-3	.246E-2	.0183	.0497	.1351	.3676
		Número hPe = 4	.0204	.0266	—	.1184	—	.3224	—	—	—

TABLA I. Comparación entre los resultados de las soluciones analíticas y numéricas.

Los datos de base que vamos a utilizar están tomados de las referencias [18] y [19], respectivamente.

El estuario del Guadalquivir tiene 110 km de longitud desde la desembocadura (Bonanza) hasta la cabecera (presa de Alcalá del Río). Las secciones transversales, que son muy variables, se determinaron en el estudio de referencia por consideraciones de volúmenes almacenados aguas arriba de cada sección donde se medía el recorrido de marea. Los coeficientes de dispersión se midieron utilizando trazadores isotópicos mediante inyecciones en distintos puntos del estuario y medidas de concentración para varios períodos de marea. Los resultados completos pueden verse en la referencia [18]; no obstante, una primera aproximación puede obtenerse mediante una interpolación lineal por tramos entre los valores que se dan en la tabla II.

El estuario del Guadalete tiene 23,4 km de longitud entre la desembocadura (espigón de levante del puerto de Puerto de Santa María) hasta la cabecera (presa-azud de la Cartuja). En este caso las secciones transversales se determinaron a partir de un conjunto de unos 180 perfiles batimétricos

x (km)	A (m ²)	E (m ² /s)	$L/ AE $ (s/m ²)
0	360	13	23,5
30	830	57	2,32
60	1.450	44	1,72
80	1.450	33	2,30
110	3.000	122	0,012

TABLA II. Áreas transversales y coeficientes de dispersión en el estuario del Guadalquivir.

transversales distribuidos a lo largo del estuario, lo cual permitiría en caso necesario calcular el área de la sección mojada para cualquier nivel de llenado. Los coeficientes de dispersión se midieron por un procedimiento análogo al ya descrito para el Guadalquivir, pero en este caso, dada la corta longitud del estuario, se encontró que éstos variaban muy poco a lo largo del estuario, pero bastante en función de la carrera de marea. Como primera aproximación podemos suponer en este caso valores constantes de A y E en los tramos superiores, medio e inferior del estuario, de acuerdo con los datos de la tabla III:

(km)	A(m ²)	E(m ² /s)	L(AE) (s/m ²)
De 0 a 6,7	130	6	22,5
De 6,7 a 13,6	320	11	6,65
De 13,6 a 23,5	550	15	2,84

TABLA III. Areas transversales y coeficientes de dispersión en el estuario del Guadalquivir.*

*Redondeando se ha construido una presa a 16,6 km de la desembocadura, con la cual actualizaba las condiciones hidrodinámicas y dispersivas pueden ser muy diferentes.

Para ambos estuarios vamos a resolver el problema que hemos venido denominando "caso c)" (flujo total de sal nulo en cualquier sección) para varias hipótesis de caudales de agua dulce y de variabilidad del número de Péclet.

Para el Guadalquivir consideramos caudales de 10, 20, 40 y 100 m³/s, mientras que para el Guadalete serán mucho menores: 1/2, 1, 2 y 4 m³/s.

En ambos casos se considerarán tres hipótesis diferentes sobre el número de Péclet. En la primera se supondrá constante e igual a $2,30 \cdot Q_d$ para el Guadalquivir y $6,65 \cdot Q_d$ para el Guadalete; como puede deducirse de las tablas III y IV, se han tomado los valores correspondientes a un amplio tramo central. La solución en este caso viene dada por la ecuación (26c).

En la segunda hipótesis se supondrá que Pe varía de forma inversamente proporcional a x^2 como consecuencia de la variación del recorrido de marea. Tomando una sección media del estuario y el coeficiente de dispersión en la desembocadura se obtiene $F = 0,67 \cdot Q_d$ para el Guadalquivir y $F = 4,87 \cdot Q_d$ para el Guadalete. La solución a aplicar en este caso es la de la expresión (41).

Finalmente supondremos que Pe varía de acuerdo con una variación lineal por tramos de A y E , tomando los valores indicados en las tablas III y IV.

La solución se obtendrá por el método de las diferencias finitas, resolviendo el sistema de ecuaciones (54), (55) y (56c).

En las tablas IV y V se han dispuesto los resultados de estos cálculos para el Guadalquivir y el Guadalete, respectivamente.

Los resultados se han expresado en forma de concentración de ión cloruro, en gramos por litro. Se ha supuesto que la concentración en el agua del mar es de 20 g/l de Cl^- . En la tabla V sólo se han incluido los resultados correspondientes a los 40 km más próximos a la desembocadura, pues en los puntos situados más aguas arriba las concentraciones son despreciables.

Un criterio de valoración de estas distribuciones puede ser observar la situación de la concentración de 0,8 g/l de Cl^- , que es la máxima admisible para los cultivos de arroz.

En los cálculos correspondientes al Guadalquivir, los resultados de la hipótesis de variación lineal por tramos de A y E son intermedios entre los obtenidos para Pe constante y para Pe proporcional a x^{-2} . Sin embargo, para el Guadalete las salinidades obtenidas son mucho mayores en el caso de variación lineal por tramos. Esto sólo quiere decir que no estuvimos muy acertados al elegir los valores medios de Pe y de F para aplicar las soluciones analíticas, pero sirve para hacer resaltar el riesgo que existe de cometer errores importantes cuando se aplican este tipo de soluciones.

En cuanto a la contrastación con las medidas

		X: Distancia a la presa de cabecera, en km (x _c : Distancia a la desembocadura, en km)											
		70 (40)	80 (30)	90 (20)	92,5 (17,5)	95 (15)	97,5 (12,5)	100 (10)	102 (8)	104 (6)	106 (4)	108 (2)	110 (0)
Q _d = 10	Pe = 23	<.01	.03	.30	.51	.86	1.46	2.47	3.75	5.70	8.66	13.16	20.00
	F = 6.7	.43	1.62	4.51	5.63	6.94	8.47	10.23	11.82	13.58	15.53	17.66	20.00
	Pe por tramos	<.01	.04	1.51	2.52	3.88	5.62	7.74	9.72	11.95	14.41	17.10	20.00
Q _d = 20	Pe = 46	<.01	<.01	<.01	.01	.04	.11	.31	.70	1.62	3.75	8.66	20.00
	F = 13.4	<.01	.13	1.01	1.58	2.41	3.59	5.23	6.99	9.23	12.06	15.60	20.00
	Pe por tramos	<.01	<.01	.11	.32	.75	1.58	3.00	4.73	7.14	10.38	14.62	20.00
Q _d = 40	Pe = 92	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	.02	.13	.70	3.75	20.00
	F = 26.6	<.01	<.01	.05	.13	.29	.64	1.37	2.44	4.36	7.27	12.17	20.00
	Pe por tramos	<.01	<.01	<.01	<.01	.03	.12	.45	1.32	2.54	5.39	10.68	20.00
Q _d = 100	Pe = 230	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	.00	20.00
	F = 67	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	.02	.10	.42	1.60	5.78	20.00
	Pe por tramos	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	.01	.11	.75	4.15	20.00

TABLA IV. Distribuciones de salinidad (g/l de Cl^-) en el estuario del Guadalquivir.

		X: Distancia a la presa de cabecera, en km (x _d : Distancia a la desembocadura, en km)											
		0 (23,4)	4 (19,4)	8 (15,5)	12 (11,5)	16 (7,5)	18 (5,5)	20 (3,5)	21 (2,5)	22 (1,5)	22,5 (1)	23 (0,5)	23,5 (0)
Q _d = 0,5	Pe = 3,32	.72	1,27	2,24	3,96	6,99	9,29	12,34	14,22	16,99	17,60	18,89	20,00
	F = 2,43	.0	<.01	.18	1,98	6,46	9,63	13,22	15,14	17,12	18,14	19,17	20,00
	Pe por tramos	.17	1,12	5,00	8,82	12,70	14,33	16,16	17,19	18,26	18,82	19,40	20,00
Q _d = 1	Pe = 6,65	.03	.08	.25	.78	2,44	4,31	7,61	10,11	13,43	15,48	17,85	20,00
	F = 4,87	0	<.01	<.01	.20	2,10	4,64	8,74	11,46	14,67	16,45	18,37	20,00
	Pe por tramos	<.01	.06	1,25	3,89	8,06	10,27	13,08	14,77	16,67	17,72	18,82	20,00
Q _d = 2	Pe = 13,30	<.01	<.01	<.01	.03	.29	.93	2,89	5,11	9,02	11,99	15,90	20,00
	F = 9,74	0	<.01	<.01	<.01	.22	1,07	3,81	6,57	10,76	13,54	16,88	20,00
	Pe por tramos	<.01	<.01	.08	.75	3,24	5,27	8,56	10,91	13,90	15,69	17,72	20,00
Q _d = 4	Pe = 26,6	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	.04	.41	1,30	4,07	7,18	12,69	20,00
	F = 19,48	0	<.01	<.01	<.01	<.01	.05	.72	2,15	5,78	9,17	14,25	20,00
	Pe por tramos	<.01	<.01	<.01	.03	.52	1,39	3,66	5,94	9,66	12,31	15,69	20,00

TABLA V. Distribuciones de salinidad (g/l de Cl⁻) en el estuario del Guadalete.

realizadas en el estuario, los datos contenidos en las referencias [18] y [19] resultan escasos. En el caso del Guadalquivir sólo se hace el comentario de que "para pequeños caudales de río, el punto de concentración igual a 0,8 g/l oscila entre los 9 y 15 km contados desde la desembocadura". Para el Guadalete los datos son más abundantes pues se hicieron cuatro perfiles longitudinales de conducti-

vidades dos en bajamar y dos en pleamar, para una marea viva y una marea muerta. A partir de estos perfiles y teniendo en cuenta que la relación entre la conductividad c (en mS/cm) y la salinidad s (en g/l de Cl⁻) puede representarse aproximadamente por la expresión:

$$c = 2.16 s e^{-0.01 s}$$

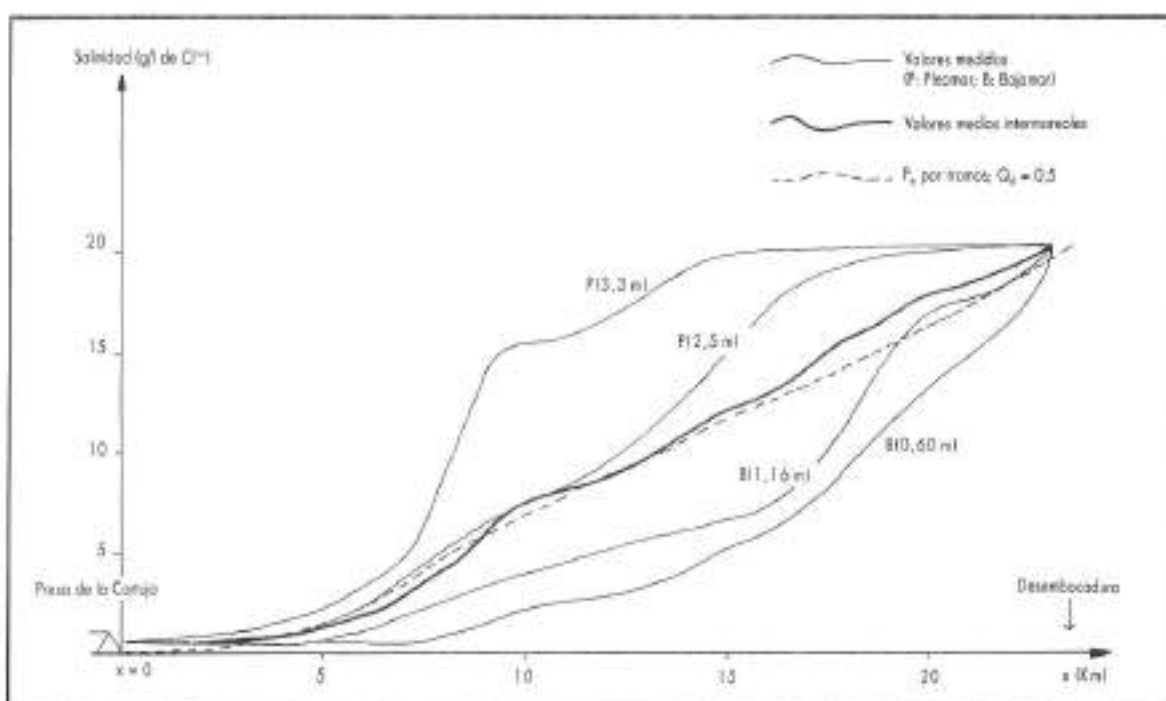


FIGURA 4. Perfiles longitudinales de salinidad en el estuario del río Guadalete.

podemos obtener, para una temperatura constante, los perfiles correspondientes de salinidad en g/l de Cl^- . Promediando para cada sección los valores correspondientes a estos 4 perfiles, el resultado se puede interpretar como el valor medio intermareal que en definitiva es lo que se supone que estamos calculando. Desgraciadamente no se dan medidas de caudal en cabecera, aunque se sabe que era "muy pequeño". El autor, que estuvo presente en aquella campaña de medidas, tuvo oportunidad de ver dichas aportaciones, y pueden estimarse en torno a los $0,5 \text{ m}^3/\text{s}$.

En la figura 4 se han representado los perfiles longitudinales de salinidad deducidos a partir de los de conductividad ya mencionados, y el perfil medio. También se ha representado el perfil calculado bajo la hipótesis de variación lineal por tramos de A y E para el caudal $Q_e = 0,5 \text{ m}^3/\text{s}$. Como

puede verse, la coincidencia es notable. Las diferencias más importantes se encuentran en el tramo cercano a la desembocadura y se deben a que en este tramo la variación de salinidades con respecto al tiempo no es senoidal, ya que tiene un valor máximo (el del agua del mar) que está presente durante una fracción de período, mayor cuanto mayor es la carrera de marea y más cercana se encuentra la sección considerada a la desembocadura. El efecto es similar al de una onda eléctrica rectificadora con un diodo. Esto hace que la representación del transporte de sal en el tramo cercano a la desembocadura se represente mal mediante una hipótesis como la ley de Fick. No obstante, si se utiliza esta hipótesis deben adoptarse valores bastante elevados del coeficiente de dispersión en esta zona.

APENDICE

Programa en Lenguaje CT-BASIC para el cálculo de salinidades en estuarios. (Régimen Estacionario)

```

10 * ***** PROGRAMA SALEST *****
20 * * Calcula salinidades en estuarios *
30 * * (Régimen estacionario)
40 * *****
50 * REFERENCIA: Revista INGENIERIA
    CIVIL, No 65 CEDEX (MOPU)
90 *
100 * Se integra la siguiente ecuación:
105 *
110 *  $d(\text{SIG})/d(\text{LAM}) = d((1/\text{Pe}) * d(\text{SIG})/$ 
     $d(\text{LAM}))/d(\text{LAM})$ 
115 *
120 * siendo:  $\text{SIG} = C/s_0$  ;  $\text{LAM} = x/L$  ;
     $\text{Pe} = Q * L / A * E$ 
130 * C: concentración de sal (g/l)
140 *  $s_0$ : salinidad del agua del mar (g/l)
150 * x: distancia a la cabecera del estuario (m)
160 * L: longitud total del estuario (m)
170 * Pe: número adimensional de Péclet
180 * Q: Caudal de agua dulce en cabecera
    ( $\text{m}^3/\text{s}$ )
190 * A: Sección transversal media intermareal
    ( $\text{m}^2$ )
200 * E: Coeficiente de dispersión medio
    intermareal ( $\text{m}^2/\text{s}$ )
210 *
220 * CONDICIONES DE CONTORNO:
230 *
```

```

240 * Caso 1:  $\text{SIG} = 0$  para  $\text{LAM} = 0$  ;  $\text{SIG} = 1$ 
    para  $\text{LAM} = 1$ 
250 * Caso 2:  $\text{Pe} * \text{SIG} - d(\text{SIG})/d(\text{LAM}) = 0$  para
     $\text{LAM} = 0$  ;  $\text{SIG} = 1$  para  $\text{LAM} = 1$ 
260 *
270 * PROCEDIMIENTO DE INTEGRACION
280 *
290 * DIFERENCIAS FINITAS CENTRADAS.
    APROXIMACION DE SEGUNDO
    ORDEN
300 * ALGORITMO DE THOMAS PARA
    RESOLVER EL SISTEMA
    TRIDIAGONAL RESULTANTE
400 INPUT "Número de puntos intermedios";N
410  $H2 = .5/(N + 1)$ 
430 * DATA .....(N + 1)valores de Pe...
500 DIM PE(N + 1)
510 FOR I = 1 TO N + 1
515 PE(I) = Pe
518 NEXT I
520 DIM D(N + 2),E(N + 2),F(N + 1),
    U(N + 1),Y(N + 2),SIG(N + 2)
530  $D(N + 2) = 0$ ;  $E(N + 2) = 1$ 
540 FOR I = 2 TO N + 1
550  $D(I) = -H2 - \text{PE}(I - 1)$ 
560  $E(I) = \text{PE}(I) + \text{PE}(I - 1)$ 
570  $F(I) = H2 - \text{PE}(I)$ 
580 NEXT I
630 INPUT "INTRODUCE UN 1 O UN
    2:";CASO
640 IF CASO = 1 THEN
    E(1) = 1;F(1) = 0;GOTO 700
```

OCISA

OBRAS Y CONSTRUCCIONES INDUSTRIALES, S.A.

CONSTRUCCION Y SERVICIOS

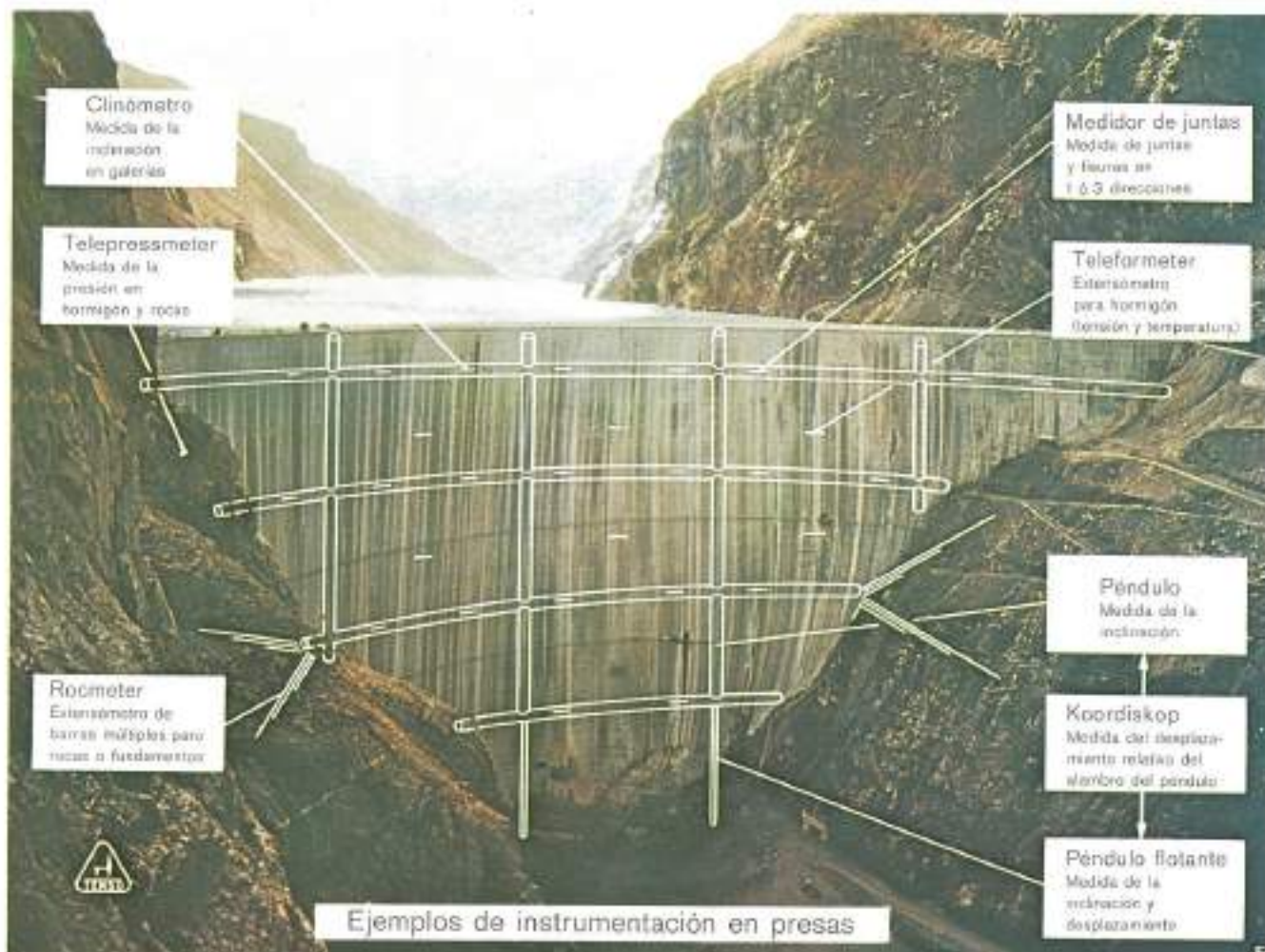
CAPITAL SOCIAL: 4.140.242.000 Pts.



OBRAS MARITIMAS



Oficinas Centrales: Princesa, n.º 3 - 28008 Madrid - Télex 42211 - OBYC-E - Tel. (91) 542 40 00 - Fax (91) 246 83 92



HUGGENBERGER, S.A. Zurich

Instrumentos aparatos y equipos para supervisión en las construcciones y obras de ingeniería civil.

Tensiones, torsiones, inclinaciones, deformaciones, presiones, temperaturas, filtraciones; en presas de hormigón y tierra, estructuras, túneles, fundamentos, excavaciones y centrales nucleares.

Instrumentos mecánicos para medidas en rocas.

Más de 200 presas han sido equipadas en todo el mundo con instrumentos HUGGENBERGER.



Representante General para España:

**SANCHEZ-RAMOS
Y SIMONETTA • INGENIEROS S.A.**

CASA FUNDADA EN 1926

Gran Vía, 27 - 28013 Madrid
Apertado 1033
Teléfono: 521 46 45 - Telex: 23173

Badal 75, Entlo. 3.^a
08014 Barcelona
Teléfono: 332 31 27

```

650 IF CASO=2 THEN E(1)=2*H2+PE(1):
      F(1)=-PE(1):GOTO 700
660 GOTO 630
700 Y(1)=0:U(1)=F(1)/E(1)
710 FOR I=2 TO N+1
720 LI=E(I)-D(I)*U(I-1)
730 U(I)=F(I)/LI
740 Y(I)=-D(I)*Y(I-1)/LI
750 NEXT I
760 SIG(N+2)=1
770 FOR I=N+1 TO 1 STEP -1
780 SIG(I)=Y(I)-U(I)*SIG(I+1)
790 NEXT I
830 INPUT "INTRODUCIR OPCION
      IMPRESION";RE$

```

```

840 SUB$="=====
850 IF RE$="A" OR RE$="C" THEN PRINT
      "I","LAMBDA","SIGMA":PRINT SUB$
860 IF RE$="B" OR RE$="C" THEN LPRINT
      "I","LAMBDA","SIGMA":LPRINT SUB$
870 FOR I=1 TO N+2
880 IF RE$="A" OR RE$="C" THEN PRINT
      I,(I-1)*2*H2,SIG(I)
890 IF RE$="B" OR RE$="C" THEN LPRINT
      I,(I-1)*2*H2,SIG(I)
900 NEXT I
910 STOP

```

REFERENCIAS

- [1] PRITCHARD, D. W. (1952). "Estuarine hydrography". *Advances in Geophysics*, 1, 243-280.
- [2] HANSEN, D. V. y RATTRAY, M. (1966). "New dimensions in estuary classification". *Limnology and Oceanography*, 11, 319-326.
- [3] IPPEN, A. T. (1966). "Estuary and Coastline Hydrodynamics", cap. 13. McGraw-Hill.
- [4] HARLEMAN, D. R. F. y Abraham, G. (1966). "One dimensional analysis of salinity intrusion in the Rotterdam Waterway". *Delft Hyd. Lab. Publicación n.º 44*.
- [5] SIMMONS, H. B. (1955). "Some effects of upland discharge on estuarine hydraulics". *Proceeding of the ASCE*, 81, 792, 1-20.
- [6] ERINGEN, A. C. (1975). "Deformation and Motion". En *Continuum Physics*, vol. II, Part I, 61-63. Academic Press.
- [7] PRITCHARD, D. W. (1985). "The equations of mass continuity and salt continuity in estuaries". *J. Marine Res.*, 13.
- [8] TAYLOR, G. I. (1954). "The dispersion of matter in turbulent flow through a pipe". *Proc. Roy. Soc. A.*, 223.
- [9] FISCHER, H. B. (1979). "Mixing in Inland and Coastal Waters". Academic Press.
- [10] O'CONNOR, D. J. (1965). "Estuarine distribution of non-conservative substances". *J. San. Eng. Div. ASCE*, 91, SA1.
- [11] O'KANE, J. P. (1980). "Estuarine Water-Quality Management". pp. 17-23 Pitman publishing Ltd.
- [12] OKUBO, A. (1964). "Equations describing the diffusion of an introduced pollutant in a one dimensional estuary". *Studies on Oceanography*, Tokio.
- [13] McDOWELL, D. M. y O'CONNOR, B. A. (1977). "Hydraulic Behaviour of Estuaries". p. 62-65. McMillan Press.
- [14] BOWDEN, K. F. (1963). "The mixing processes in a tidal estuary". *Int. J. Air Water Pollut.* 7, 343-356.
- [15] PAULSON, R. W. (1969). "The longitudinal diffusion coefficient in the Delaware River estuary as determined from a steady state model". *Water Resour. Res.* 5, 59-67.
- [16] HETLING, L. J. y O'CONNELL, R. L. (1966). "A study of tidal dispersion in the Potomac River". *Water Resour. Res.* 2, 825-841.
- [17] GLENNE, B. y SELLECK, R. E. (1969). "Longitudinal estuarine diffusion in San Francisco Bay, California". *Water Resour. Res.*, 3, 1-20.
- [18] BAONZA, E., PLATA BEDMAR, A., JIMENEZ, J. A. y RUIZ MATEO, A. (1978). "Estudio del comportamiento dinámico del estuario del río Guadalquivir". *Isotope Hydrology*. Vol. II. pp. 847-874. Symposium del OIEA.
- [19] BAONZA, E., PLATA BEDMAR, A. y RUIZ MATEO, A. (1983). "Estudio sobre la renovación del agua en el estuario del río Guadalete". Pub. I-1C5/92. Servicio de Aplicaciones Nucleares (CEDEX).
- [20] RINDER, G. F. y GRAY, W. G. (1977). "Finite element simulation in surface and subsurface hydrology". pp. 23-25. Academic Press.
- [21] PEYRET, R. y TAYLOR, T. D. (1983). "Computational Methods for Fluid Flow". pp. 24-28. Springer-Verlag.