

Irregularidades del Código Técnico de la Edificación (CTE) en el diseño y cálculo de pilares compuestos

Irregularities Regarding the Technical Building Code in Design and Calculation of Built-up Pillars

Marco García, Luis J.¹, de Marco Mendivil, Jaime^{2*}

Resumen

El Código Técnico de la Edificación en su Documento Básico SE-A “Seguridad estructural Acero” establece para el diseño y cálculo de los pilares compuestos unas condiciones que no son en lo absoluto las más indicadas a estos efectos, y que entendemos deben ser modificadas.

En el caso de los pilares empresillados, modelo en que nos centraremos, considera como compresión crítica al valor:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EA}{\frac{L_k^2}{i^2} + \frac{L_t^2}{i_t^2}}$$

Expresión que, como demostraremos en esta comunicación, carece de todo rigor teórico y que al no establecer la limitación $N_{cr} \leq AF_y$, proporciona unas resistencias que no quedan del lado de la seguridad de la estructura.

De igual forma, para el cálculo de los elementos de celosía o presillas, al cortante global de la pieza añade el procedente de la imperfección ampliada, indicando que puede tomarse de valor:

$$V_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{150} \frac{1}{1-r}$$

Expresión que, aunque se puede considerar correcta, al no indicar el proceso adecuado de cálculo, deja en manos del proyectista esta responsabilidad.

Palabras clave: Pandeo, teoría de Euler, soportes compuestos, factor de amplificación, rigidez a cortante.

Abstract

CTE establishes, in calculation and design of the built-up columns, conditions that are not at all the best ones for this purpose, and it must therefore be amended.

In the process of calculation proposed by the CTE, it is taken as elastic critical buckling load as:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EA}{\frac{L_k^2}{i^2} + \frac{L_t^2}{i_t^2}}$$

without limitation $N_{cr} \leq AF_y$, providing pillar-resistant capabilities, which may well be above the real.

Likewise, and as indicated in previous regulations, calculations of the battens must be established and not only indicate their forces,

$$V_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{150} \frac{1}{1-r}$$

Although this, as indicated in the old Spanish standard code EA-95, is completely wrong when calculating the batten using the theory of bending, which in this case does not apply, it should be noted that it is a simple way to do it.

Keywords: Buckling, theory of Euler, built-up pillars, amplification factor, shear stiffness.

1. INTRODUCCIÓN

El Código Técnico de la Edificación en su Documento Básico SE-A “Seguridad estructural Acero” (Ref. 1) fundamentándose en el EC3 (Ref. 2), establece para el diseño y cálculo de los pilares compuestos en su artículo 6.3.2.6 “Barras de sección compuesta”, unas determinaciones que entendemos que deben modificarse, ya que no son precisamente las más indicadas a estos efectos.

* Autor de contacto: jaimedemarco@gmail.com

¹ Catedrático of Construcción, Universidad Politécnica de Madrid, Escuela Técnica Superior de Ingeniería Civil, Departamento de Ingeniería Civil: Construcción, Infraestructura y Transporte, Alfonso XII 3-5, 28014 Madrid, España.

² Profesor, Universidad Politécnica de Madrid, Escuela Técnica Superior de Ingeniería Civil, Departamento de Ingeniería Civil: Construcción, Infraestructura y Transporte, Alfonso XII 3-5, 28014 Madrid, España.

Se pretende en esta comunicación, partiendo de los conceptos teóricos fundamentales que justifican su aplicación en diferentes normativas, explicar los motivos de los cambios necesarios a realizar en las futuras ediciones del citado documento.

2. TEORÍA DE EULER PARA EL CÁLCULO A PANDEO DE SOPORTES COMPRIMIDOS

Leonhard Euler estableció la carga crítica de pandeo de una columna comprimida axialmente que, implícitamente, verifica las siguientes hipótesis; figura 1:

- Las deformaciones son lo suficientemente pequeñas (Teoría de Tensiones de Orden II).
- El material cumple indefinidamente la ley de Hooke, así como la hipótesis de Navier.
- El eje de la pieza es matemáticamente recto y la carga P de compresión está exactamente centrada.
- La pieza se encuentra en sus extremos perfectamente articulada, sin rozamientos y con los desplazamientos impedidos en la dirección perpendicular a la directriz de la barra que es de sección constante en toda su longitud, sin planos preferenciales de inercia.
- La pieza se encuentra en un estado tensional neutro, sin tensiones residuales o de cualquier tipo.

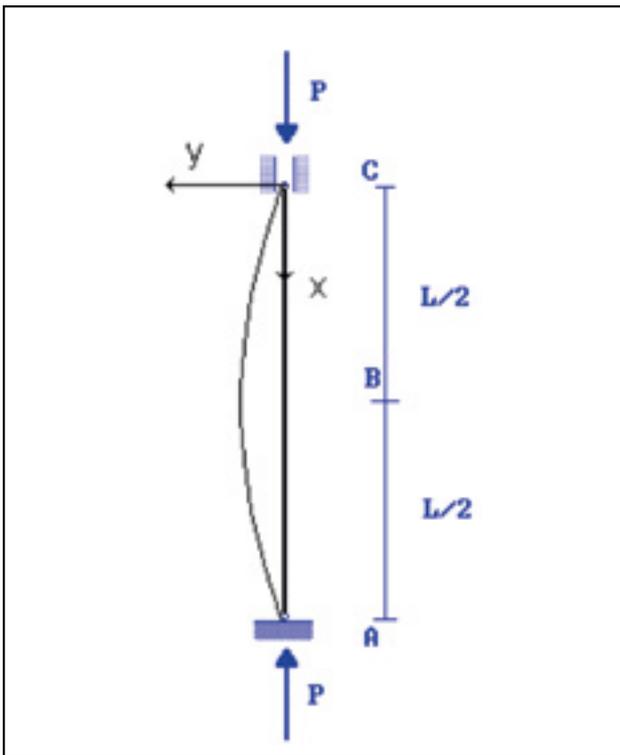


Figura 1. Columna recta bi-apoyada sometida a carga axial centrada.

De la hipótesis "a": $\rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$

Y por tanto, la ecuación de la curvatura de la elástica es:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}} \approx \frac{d^2y}{dx^2}$$

Como por otro lado los momentos flectores que se originan son:

$$M = Py$$

y se relacionan con la curvatura por:

$$-\frac{M}{EI} = \frac{1}{\rho}$$

será:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{P}{EI}y \quad \text{o} \quad \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{P}{EI}y = 0$$

cuya integral general es: $y = C_1 \operatorname{sen} \sqrt{\frac{P}{EI}}x + C_2 \operatorname{cos} \sqrt{\frac{P}{EI}}x$

las condiciones de vinculación implican que:

para $x = 0$ $y = 0$

para $x = L$ $y = 0$

lo que supone:

$$C_2 = 0$$

Si ha de existir una solución diferente a la trivial ($y = 0$, posición recta), deberá ser:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ \operatorname{sen} \sqrt{\frac{P}{EI}}L & \operatorname{cos} \sqrt{\frac{P}{EI}}L \end{vmatrix} = 0$$

y por tanto: $\operatorname{sen} \sqrt{\frac{P}{EI}}L = 0$

ecuación que se satisface para los valores propios:

$$\sqrt{\frac{P}{EI}} = \frac{m\pi}{L}$$

con $m = 1, 2, 3, \dots$

La carga mínima, no nula, corresponderá al valor $m = 1$ y será:

$$P = \frac{m^2 \pi^2 EI}{L^2} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} = \frac{\pi^2 EA}{L^2 \frac{A}{I}} = \frac{\pi^2 EA}{\frac{L^2}{I^2}} = \frac{\pi^2 EA}{\lambda^2} \quad [1]$$

Este valor crítico se denomina "Carga de pandeo de Euler", P_E , y para él existe una bifurcación de equilibrio con ecuación de la deformada:

$$y = C_1 \operatorname{sen} \frac{\pi x}{L}$$

que representa infinitas posiciones de equilibrio próximas a la recta.

Tal y como se ha indicado, la teoría de Euler sólo es válida cuando la carga de compresión da lugar a tensiones inferiores al límite de estricta proporcionalidad del acero F_p .

Llamando tensión crítica de Euler σ_E , a la tensión crítica correspondiente a la carga de pandeo de Euler, P_E .

Será:

$$\sigma_E = \frac{P_E}{A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

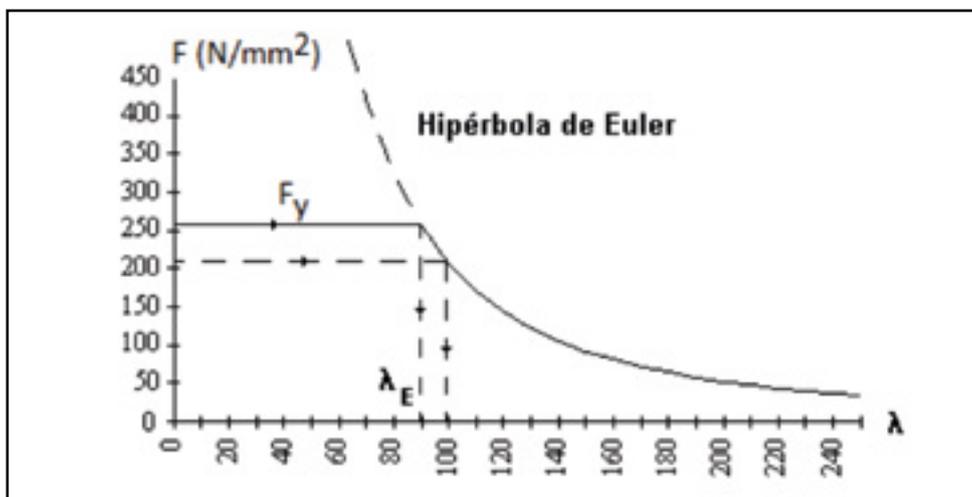


Figura 2. Representación gráfica de la hipérbola de Euler.

Ecuación de una hipérbola denominada de Euler cuya representación gráfica se encuentra en la figura 2.

Como:

$$\lambda = \pi \sqrt{E/\sigma_E}$$

el valor de la hipérbola de Euler estará limitada, como es lógico, por el límite elástico del acero, F_y . A la esbeltez correspondiente se la denomina "Esbeltez de Eules λ_E ",

$$\lambda_E = \pi \sqrt{E/F_y}$$

Y que establece la forma de fallo de la columna en cuanto que, suponiendo válidas las hipótesis consideradas, para esbelteces inferiores a λ_E , o piezas cortas, la tensión crítica de Euler es superior al límite elástico, y por tanto el soporte fallará por aplastamiento, mientras que si éste es inferior, se producirá por pandeo (piezas largas).

Así mismo, y ya que la fórmula de Euler es solo válida para valores $\sigma_E \leq F_p$, para que sea aplicable ha de ser:

$$\lambda \geq \pi \sqrt{E/F_p}$$

Dado que se puede considerar que aproximadamente es $F_p = 0,80 F_y$

$$\lambda \geq \pi \sqrt{E/0,8F_y}$$

Con lo que, en función del límite elástico del acero, debe ser:

$$\begin{array}{ll} F_y = 235 \text{ N/mm}^2 & \lambda \geq 105 \\ F_y = 275 \text{ N/mm}^2 & \lambda \geq 97,06 \\ F_y = 355 \text{ N/mm}^2 & \lambda \geq 85,43 \end{array}$$

Para valores inferiores a los anteriores de λ se entra dentro del campo elastoplástico del acero correspondiente y hay que aplicar teorías que consideren este efecto, como la de Engesser.

3. APROXIMACIÓN A LA COLUMNA REAL

Es evidente que las hipótesis contempladas en la teoría de Euler no se cumplen en la realidad, por lo que es necesario ver, con su suspensión, qué repercusiones supone sobre ésta y que,

como es lógico, se traducirá siempre en una carga real de fallo por pandeo inferior a la que la teoría anterior propone.

Aportación de Schneider:

Notemos que si se superase la carga crítica de pandeo

$$P_E = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

la pieza no podría mantener, según la teoría de Euler, otra forma de equilibrio diferente de la recta, puesto que al ser entonces

$$\text{sen} \sqrt{\frac{P}{EI}} L \neq 0$$

debe ser $C_1=0$ y por tanto, para satisfacer las ecuaciones de borde, idénticamente nula la ecuación que rige el fenómeno.

Este contrasentido desaparece si recurrimos a la Teoría de orden III.

En efecto, si no admitimos la primera hipótesis, la ecuación diferencial que controla la situación es:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{P}{EI} y = 0$$

$$\left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2} + \frac{P}{EI} y = 0$$

que puede resolverse mediante funciones elípticas admitiéndose una forma senoidal para la ecuación de la elástica.

Una solución aproximada, que presenta una precisión del 1% para valores inferiores a $U/L = 0,25$ viene dada por:

$$\frac{P}{P_E} = 1 + \frac{\pi^2}{8} \left(\frac{U}{L} \right)^2 \quad [2]$$

Donde U representa la deflexión máxima que se produce en el centro de la columna, $y_{L/2}$.

La representación gráfica de la relación anterior se indica en la figura 3, en la que se pone de manifiesto que en el origen la tangente a la curva es horizontal, de manera que, al inicio del pandeo, para un aumento de la carga crítica P_E , se obtienen deformaciones pequeñas de segundo orden, lo que concuerda con que cuando se desprecian las cantidades de esta magnitud, la deflexión es indeterminada.

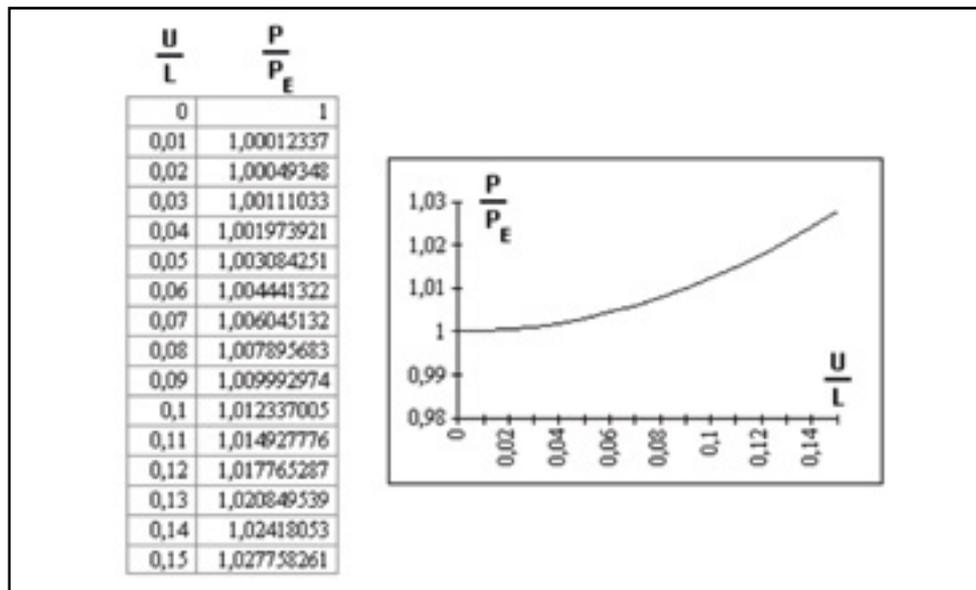


Figura 3. Variación de la relación de la carga aplicada, respecto a la de Euler, frente a la deformación en el centro de la columna dividida por su longitud.

Una aproximación de la solución correspondiente a la deflexión máxima ($y=L/2$) fue calculada por Schneider y, aunque limitada a flexiones pequeñas, es más precisa que la correspondiente a la fórmula de Euler.

Realmente tiene únicamente un valor teórico, pues todas las aproximaciones muestran que las flechas de la forma curva crecen muy rápidamente a partir de la carga crítica de Euler.

Así, despreciando los términos de segundo orden en adelante, la fórmula de Schneider proporciona como flecha en el centro de la columna para una carga superior a la carga crítica de Euler, de P_E en ΔP_E a:

$$U = y_{L/2} = 0,9 \sqrt{\frac{\Delta P_E}{P_E}}$$

Que puede deducirse directamente de la ecuación (2) anterior

La supresión de la hipótesis b) de que el material cumple indefinidamente la ley de Hooke ya se ha analizado anteriormente, mientras que la hipótesis de Navier, que implica que las secciones planas antes de la deformación continúan siendo planas después de esta, no puede obviarse sin desarrollar el cálculo en Teoría de Orden III con una complejidad que en ningún caso justifica su supresión desde el punto de vista práctico y de sus efectos reales por lo que en todas las normativas se ha mantenido.

La supresión de que el eje de la pieza es matemáticamente recto y/o la carga P de compresión está exactamente centrada se puede abordar mediante la fórmula de la secante (Ref. 3), que desde el punto de vista práctico se traduce en el cálculo del soporte en teoría de segundo orden mediante el método del factor de amplificación que básicamente establece que un pilar sometido a un axil de valor P , que actúa con una excentricidad “ e ”, una flecha en el centro del pilar de valor y_0 y una ley de momentos flectores $M_0(x)$ generados por la actuación de cargas transversales al pilar, en su fibra más cargada tendría una tensión máxima en Teoría de Orden I de acuerdo a la Resistencia de Materiales de valor:

$$F_{max} = \frac{P}{A} + \frac{P(y_0 + e) + M_0}{W_e}$$

Siendo A el área resistente de la sección y W_e el módulo resistente de la sección efectiva.

Mientras que en Teoría de Orden II es:

$$F_{max} = \frac{P}{A} + \eta \frac{P(y_0 + e) + M_0}{W_e}$$

Siendo “ η ” el factor de amplificación cuyo valor es:

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{P}{P_E}}$$

Que presenta la dificultad de tener que establecer por normativa el valor de una excentricidad inicial arbitraria e_0 , siendo normal adoptar como tal a $e_0=L/500$.

Su tratamiento en la mayoría de las normativas de basa en un desarrollo teórico experimental que se traduce en la utilización de curvas de pandeo mucho más conservadoras que las que plantea la teoría de Euler como es el caso del método de Dutheil, aplicado en la EA95 (Ref. 5), en la EAE (Ref. 6), el método del AISC (Ref. 7) o el EC3.

El hecho de que la pieza no se encuentre en sus extremos perfectamente articulada, sin rozamientos y con los desplazamientos impedidos en la dirección perpendicular a la directriz de la barra se afronta modificando las condiciones de borde de la teoría de Euler lo que, desde el punto de vista práctico se traduce en emplear en lugar de la longitud mecánica de la pieza L , su longitud de pandeo o longitud efectiva $L_k=\beta L$, donde β es el coeficiente de pandeo del soporte que depende la vinculación de sus extremos.

Con relación a que la sección del pilar es constante en toda su longitud se cumple en los soportes compuestos considerados aquí, y aunque evidentemente existen planos preferenciales de inercia, para su tratamiento basta considerar el comportamiento en sus planos principales de inercia, diferenciando si se trata de un plano de inercia material o de inercia libre.

El considerar que el pilar no presenta un estado tensional neutro, con tensiones residuales o de cualquier tipo, se recoge en el empleo de diferentes curvas de pandeo en el EC3.

4. INFLUENCIA DEL CORTANTE

La resistencia axial de los pilares compuestos se ve fuertemente afectada por las deformaciones por cortadura, (Ref. 4) siendo necesario incluir en el análisis la actuación del esfuerzo cortante, V , con lo que la expresión de la deformada es:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} + \frac{k}{GA_e} \frac{dv}{dx}$$

Donde:

k = constante que es función de las características de la sección transversal.

G = módulo de elasticidad transversal del material.

A_e = área que absorbe el esfuerzo cortante.

Como:

$$V = \frac{dM}{dx} = \frac{d(Py)}{dx} = P \frac{dy}{dx}$$

Será:

$$\frac{dv}{dx} = P \frac{d^2y}{dx^2}$$

Y por tanto la ecuación de Euler queda:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{Py}{EI} + \frac{kP}{GA_e} \frac{d^2y}{dx^2}$$

Operando:

$$y'' + \sqrt{\frac{\frac{P}{EI}}{1 - \frac{kP}{GA_e}}} y = 0$$

Cuya solución general, diferente de la trivial, con las condiciones iniciales de borde de Euler implica una carga crítica:

$$P'_E = \frac{P_E}{1 + \frac{kP_E}{GA_E}}$$

Tomando un valor aproximado de $k \approx 1$ y llamando S_v a la rigidez a cortante del soporte o esfuerzo cortante necesario para producir una deformación unitaria, $S_v = GA_e$:

$$P'_E = \frac{P_E}{1 + \frac{P_E}{S_v}}$$

Por tanto:

$$\frac{1}{P'_E} = \frac{S_v + P_E}{S_v P_E} = \frac{1}{P_E} + \frac{1}{S_v}$$

De manera que el factor de amplificación será ahora:

$$\eta = \frac{P'_E}{P'_E - P} = \frac{1}{1 - P/P'_E} = \frac{1}{1 - \frac{P}{P_E} - \frac{P}{S_v}}$$

5. CÁLCULO DE SOPORTES COMPUESTOS MEDIANTE EL MÉTODO DE LA ESBELTEZ COMPLEMENTARIA

Dado que la esbeltez de la pieza se relaciona con el radio de giro respecto a un eje perpendicular al del plano donde se produce el pandeo, cuando este sea un eje de inercia

material la pieza tiene un comportamiento resistente equivalente al de la suma de las piezas simples que lo forman, mientras que si se trata de un eje de inercia libre, al trabajar los enlaces, su capacidad resistente disminuye, lo que se tenía en cuenta en la norma alemana DIN 4114 y en la española EA95 (4) a través de la denominada esbeltez complementaria, λ_1 , que, para los soportes empresillados en que nos centraremos, viene definida como:

$$\lambda_1 = \frac{L_1}{i_1}$$

Siendo i_1 el radio de giro mínimo de los cordones.

De esta manera, se establece como esbeltez mecánica de una pieza compuesta en un plano perpendicular a un eje de inercia material a:

$$\lambda = \frac{L_k}{i}$$

Mientras que para un plano perpendicular a un eje de inercia libre se toma la esbeltez mecánica ideal λ_i definida como:

$$\lambda_i = \sqrt{\left(\frac{L_k}{i}\right)^2 + \frac{m}{2} \lambda_1^2}$$

Donde:

L_k = longitud de pandeo de la pieza en el plano considerado.

i = radio de giro de la sección bruta de la pieza respecto al eje de inercia considerado.

m = número de perfiles simples, o que trabajan como si fuesen un perfil simple cortados por el plano de pandeo considerado.

λ_1 = esbeltez complementaria definida anteriormente.

Las relaciones anteriores correspondientes a los diferentes tipos de celosía, así como en el caso de los soportes empresillados, se obtienen calculando para todas ellas el valor de su alma equivalente, tomada como el valor del área del alma de una pieza ficticia de sección en doble T, de forma que, por causa del cortante, presente la misma deformación que el miembro que se analiza.

6. PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO A PANDEO DE LOS SOPORTES COMPUESTOS

En base a todo lo anterior se ve que existen dos métodos propuestos en diferentes normativas para el cálculo de los pilares compuestos:

- Mediante el método de la esbeltez complementaria de acuerdo al concepto de alma equivalente, A_e , empleando los mismos criterios utilizados que en el caso de las piezas simples, tal como se efectuaba en la DIN4114 y en la EA95
- Mediante método del factor de amplificación

$$\eta = \frac{P'_E}{P'_E - P} = \frac{1}{1 - \frac{P}{P_E} - \frac{P}{S_v}}$$

7. CÁLCULO DE PILARES COMPUESTOS EMPRESILLADOS SEGÚN EL CTE Y CRÍTICA A SU PLANTEAMIENTO

Aunque el CTE se fundamenta en el EC3 a diferencia de lo que este admite explícitamente que, para simplificar el cálculo, se puede ignorar cualquier restricción que pueda darse en los extremos de los pilares de modo que su longitud de pandeo puede tomarse como su longitud mecánica, o lo que es igual tomando un coeficiente de pandeo $\beta=1$, el CTE considera como longitud de pandeo a $L_k=\beta L$, donde β representa sus condiciones reales de vinculación, de forma que en situaciones como en el caso de pilares en ménsula, o en los menos habituales de pilares con un extremo empotrado que puede desplazarse lateralmente frente al otro que es articulado, su cálculo, además de ser más correcto, queda del lado de la seguridad tal como se hace en normativas como la AISC, situación que no se da en el EC3.

El EC3 en su cálculo de pilares empresillados exige la comprobación a pandeo, entre ejes de presillas, del cordón más cargado mediante el factor de amplificación γ , dado que es más restrictivo que el resultado del estudio del pandeo global del pilar calculado mediante este método, no exige esta verificación.

Por el contrario, en el CTE el cálculo se realiza mediante el método de la esbeltez complementaria estableciendo como compresión crítica al valor:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EA}{\frac{L_k^2}{i^2} + \frac{L_t^2}{i_t^2}} = \frac{\pi^2 EA}{(\lambda^2 + \lambda_1^2)} = \frac{\pi^2 EA}{\lambda_t^2}$$

lo que supone de facto calcular el pilar mediante la aplicación de la teoría de Euler sin considerar ninguno de los efectos de aproximación a la columna real, por lo que la carga crítica que se propone es, ya per se, muy superior a la que se prevé en la realidad.

Además no se incluye en el CTE limitación a la esbeltez complementaria λ_1 , tal como sucede en otras normativas como la DIN 4114 en donde se exigía se cumpliera $\lambda_1 = L_1/i_1 \leq 50$, de forma que se garantizaba que el fallo de los cordones se produce por aplastamiento y no por pandeo, por lo que el CTE debería en todo caso haber establecido esta restricción.

En el CTE se toma como número de perfiles simples, o que trabajan como si fuesen un perfil simple cortados por el plano de pandeo considerado a dos ($m=2$), por lo que su aplicación sólo es aplicable a este tipo de pilares.

Como en el CTE no se limita, en la aplicación de la relación de la compresión crítica la esbeltez del soporte a la de Euler, λ_E , o lo que es lo mismo al no establecer la limitación $N_{cr} \leq AF_y$, se obtienen unas supuestas cargas críticas del pilar que pueden estar muy por encima de las reales.

Así por ejemplo si se considera un pilar empresillado de 4,5 m de altura, realizado en acero S235, formado por dos UPN-300, separados 430 mm entre las caras externas, con presillas intermedias de 420x200x8 y las extremas de 420x300x8, y cuatro campos, si el soporte se puede considerar empotrado y libre en sus extremos, la carga máxima que puede soportar a compresión de acuerdo al CTE sería de:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EA}{\lambda_t^2} = \frac{\pi^2 \times 210.000 \times 11.760}{59,58^2} = 6,8663 \times 10^6 \text{ N} = 6866,3 \text{ kN,}$$

mientras que su carga de aplastamiento es $AF_y = 11760 \times 235 = 2,7636 \times 10^6 \text{ N} = 2763,6 \text{ kN}$ es decir en torno al 40% de la resistencia que le presupone el CTE, siendo la capacidad resistente prevista, si se empleara el método de Dutheil, de:

$$\frac{AF_y}{\omega} = \frac{2763,6}{1,185} \text{ kN} = 2332,15 \text{ kN}$$

o lo que es igual 2,99 veces inferior a la que prevé el CTE, lo que pone de manifiesto que al no considerar la aproximación al pilar real la teoría de Euler, tal como se desarrolla en el CTE se obtienen unos resultados inaceptables.

Si bien el CTE establece el esfuerzo cortante que hay que considerar,

$$V_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{150} \frac{1}{1-r}$$

para comprobar la capacidad resistente de las presillas, no indica cómo debe efectuarse este cálculo, tal como lo hacen algunas normativas como las ya aludidas EA95 y AISC, en donde aunque el procedimiento indicado es evidentemente incorrecto al calcular la presilla según la teoría de la flexión y no ser ésta aplicable, dado que la luz es del orden de la altura de la presilla, es totalmente admisible en sus resultados por estar claramente del lado de la seguridad.

8. CONCLUSIONES

De acuerdo a lo aquí expuesto, queda claro que el cálculo de pilares compuestos según el CTE presenta defectos importantes, muchos de los cuales están en contra de la seguridad, por lo que es necesaria su modificación y adecuación a una situación más real y práctica como sucede en otras Normas de aplicación a las estructuras de acero.

9. REFERENCIAS

¹ Ministerio de Fomento (2007). *Código Técnico de la Edificación* Documento Básico SE-A Seguridad estructural Acero. Madrid: Ministerio de Fomento (Gobierno de España).

² AENOR (2008). *Eurocódigo 3: Proyecto de estructuras de acero, Parte 1-1: Reglas generales y reglas para edificios*. Madrid: AENOR.

³ Marco García, L.J. (1998). *Fundamentos para el cálculo y diseño de estructuras metálicas de acero laminado*. Madrid: Editorial McGraw-Hill.

⁴ De Marco Mendivil, J., y Marco García, L.J. (2017). Necessary modifications to EC3 for design and calculation of built-up pillars. XI CMM - *Conference on Steel and Composite Construction Coimbra, Portugal, 2017*.

⁵ Ministerio de Obras Públicas, Transportes y Medio Ambiente (1996). *Norma Básica de la Edificación NBE-EA 95 Estructuras de Acero en Edificación*, BOE de 18 de enero 1996.

⁶ Ministerio de Fomento (2011). *Instrucción de Acero Estructural (EAE)*, BOE de 23 de junio 2011. Madrid: Ministerio de Fomento (Gobierno de España).

⁷ American Institute Steel Construction (2016). *AISC LRFD Manual 2016*.