

# FORMULACIONES PARA LA DEFINICION DE LA RESISTENCIA A ESFUERZO CORTANTE DE LOS SUELOS PARCIALMENTE SATURADOS (1)

VENTURA ESCARIO (\*)

**RESUMEN.** En este trabajo se describe un aparato de corte directo mediante el cual se puede controlar la succión del suelo, tanto en su estado inicial como durante el proceso de corte. A continuación se presentan y discuten los resultados de los ensayos con tres tipos de suelos compactados, de naturaleza muy diferente. Se proponen seguidamente unas expresiones empíricas que se adaptan muy fielmente a los resultados obtenidos.

**ABSTRACT.** A direct shear test device is described, where the soil suction can be controlled at the initial conditions and during shear. The test results obtained with three compacted soils of very different characteristics are then shown and discussed. An empirical formulation, which follows very accurately the test results, is then proposed.

## 1. INTRODUCCION

La determinación de la resistencia a esfuerzo cortante de suelos parcialmente saturados constituye un problema muy difícil, que ha sido estudiado en numerosos trabajos por diversos investigadores, tratando de encontrar expresiones adecuadas para definir su variación en función de las presiones efectivas que actúan sobre el suelo.

Una de las primeras y más utilizadas se debe a Bishop, Alpan Blight y Donald (1960):

$$\tau = c' + [\sigma - u_a + \chi(u_a - u_w)] \operatorname{tg} \Phi' \quad (1)$$

siendo  $\tau$  la resistencia a esfuerzo cortante del suelo,  $c'$  la cohesión efectiva,  $\Phi'$  el ángulo de rozamiento interno efectivo,  $\sigma$  la tensión total,  $u_a$  la presión intersticial del aire,  $u_w$  la presión intersticial del agua y  $\chi$  un parámetro del suelo con valores que oscilan entre cero y la unidad, dependiendo del grado de saturación, el tipo de suelo, el estado de tensiones y las condiciones histeréticas de la humedad.

El principal inconveniente de esta expresión es el parámetro  $\chi$ , cuyo valor depende de muchos factores, según ha sido ampliamente discutido en la literatura técnica sobre el tema.

Una versión relativamente reciente para la determinación de la resistencia al esfuerzo cortante ha sido propuesta por Fredlund, Morgenstern y Widger (1978):

$$\tau = c' + (\sigma - u_a) \operatorname{tg} \Phi' + (u_a - u_w) \operatorname{tg} \Phi^b \quad (2)$$

siendo  $\Phi^b$  el ángulo de rozamiento interno con relación a la succión matriz. Esta expresión es, sin embargo, poco representativa, según podrá verse como resultado de la investigación que aquí se presenta.

En este trabajo se empieza por describir un aparato de corte directo mediante el cual se puede controlar la succión del suelo, tanto en su estado inicial como durante el proceso de corte. A continuación se presentan los resultados de los ensayos obtenidos con tres tipos de suelos muy distintos, compactados estáticamente. Después de compararlos con las expresiones anteriormente expuestas, se proponen unas nuevas formulaciones que responden con gran precisión a los resultados hasta ahora obtenidos.

(1) Trabajo presentado en la reunión de la Sociedad Española de Mecánica del Suelo y Cimentaciones de mayo de 1988.

(\*) Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. M. S. Univ. Harvard (USA). Laboratorio de Geotecnia del CEDEX.

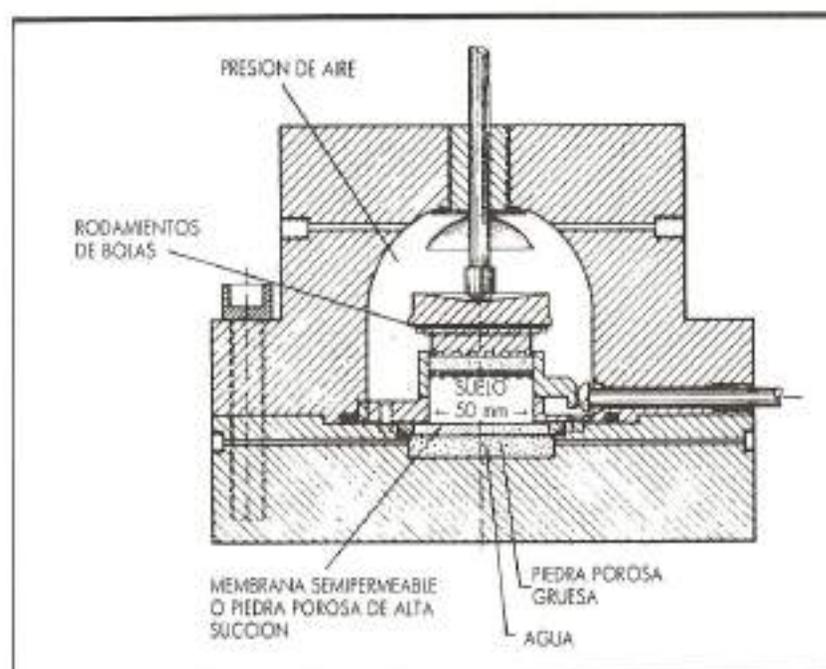


FIGURA 1. Aparato de corte directo con succión controlada.

## 2. NUEVO APARATO DE CORTE CON SUCCION CONTROLADA

La resistencia al esfuerzo cortante de los suelos parcialmente saturados se puede estudiar recurriendo al aparato que se representa esquemáticamente en la figura 1 (Escario, 1980).

El principio del aparato es similar al utilizado para determinar las características de hinchamiento y colapso de suelos bajo succión controlada (Escario, 1967, 1969; Escario y Sáez, 1973 a y b). Pero en lugar de un edómetro, se coloca una caja de corte directo en el interior de una cámara, por medio de la cual se somete a la muestra a una presión de nitrógeno, a través de una piedra porosa de grano grueso colocada en su parte superior. La parte inferior de la muestra, cuya sección es de  $50 \times 50$  mm, se pone en contacto con el agua a la presión atmosférica a través de una piedra porosa de alta resistencia a la penetración del aire ( $15 \text{ kgf/cm}^2$ ) o una membrana semipermeable para valores más elevados de la succión. Cuando se alcanza el equilibrio, la succión en el agua intersticial es igual a la presión de nitrógeno aplicada. Las fuerzas verticales y horizontales, así como los desplazamientos, se aplican y miden a través de los correspondientes pistones.

La principal ventaja de este equipo de ensayo es que, como el espesor de la muestra es reducido (22 mm en este caso), el equilibrio del fluido intersticial puede alcanzarse en un periodo de tiempo relativamente corto, contrariamente a lo que

puede suceder con las probetas cilíndricas en el aparato triaxial.

Quedan, sin embargo, aún algunos aspectos por valorar en este aparato. Por simplicidad de diseño, la fuerza horizontal se aplica al marco superior de la célula de corte. Esto da origen a una excentricidad en la carga vertical aplicada, con la correspondiente variación en la distribución de tensiones verticales. En los aparatos de corte directo convencionales es el marco inferior el que se desplaza, con lo que se evita este inconveniente, aunque persisten otros efectos secundarios que también alteran la distribución de tensiones verticales. Por otra parte, se observa una tendencia más pronunciada a inclinarse el marco superior que en los de tipo convencional.

## 3. RESULTADOS DE LOS ENSAYOS

Aparte de los ensayos preliminares presentados con el nuevo aparato diseñado (Escario, 1980), se publicó una serie más completa para los tres suelos que seguidamente se indican, pero con valores de la succión  $u_w - u_a$  de hasta solamente  $10 \text{ kgf/cm}^2$  (Escario y Sáez, 1986).

Esta serie de ensayos se ha extendido posteriormente para los mismos suelos hasta succiones de  $150 \text{ kgf/cm}^2$ , habiéndose publicado los resultados de manera progresiva según se iba disponiendo de ellos (Escario y Sáez, 1987 a, b y c). En este trabajo se recogen todos estos resultados y

algunos más disponibles en el momento de su publicación.

En la tabla I se resumen las características de los tres suelos empleados, sus condiciones iniciales, tiempos de equilibrio y velocidad de rotura. Conviene advertir, sin embargo, que el tiempo de equilibrio, que en principio ha sido de 4 días, en algunos de los ensayos correspondientes a succiones elevadas se ha extendido hasta 5 días; en cambio se ha reducido hasta 3 cuando la succión aplicada era del mismo orden de magnitud de la inicial. Las muestras para succión nula se han saturado y ensayado en el mismo aparato, pero prescindiendo generalmente de la membrana semipermeable. A los tiempos de equilibrio citados hay que añadir el preciso para llegar hasta rotura, que supone un número no despreciable de horas.

Los procedimientos de ensayo han sido progresivamente perfeccionados, salvo en los aspectos señalados en el epígrafe anterior. Como consecuencia, puede considerarse que las curvas correspondientes a las presiones verticales de 1,2 kgf/cm<sup>2</sup> y 6,0 kgf/cm<sup>2</sup> corresponden al máximo desarrollo alcanzado en la mejora practicada. En cambio, los puntos correspondientes a una presión vertical de 3 kgf/cm<sup>2</sup> no son tan precisos,

aunque en algunos casos se presentan por considerarse razonablemente representativos.

La arcilla gris de Madrid y la arena de miga se han ensayado solamente para la presión vertical  $\sigma - u_0$  de 3 kgf/cm<sup>2</sup>. Las correspondientes curvas que relacionan la variación de la resistencia al esfuerzo cortante con la succión se presentan en la figura 2. Se comentarán también algunos resultados obtenidos para la arena de miga con presiones verticales de 1,2 y 6 kgf/cm<sup>2</sup>, que aún no han sido totalmente elaborados.

Como puede verse, en el caso de la arcilla gris la resistencia al corte aumenta con la succión, hasta alcanzar su valor máximo para aproximadamente  $u_0 - u_v = 100$  kgf/cm<sup>2</sup>. De ahí en adelante parece producirse una ligera disminución; pero, como solamente se dispone de un solo ensayo después del valor máximo, la pequeña diferencia existente pudiera deberse a imprecisiones experimentales.

Con la arena de miga de Madrid, cuyos valores se han representado en la misma figura, también puede observarse cómo se alcanza un valor máximo, pero en este caso para una succión de unos 10 kgf/cm<sup>2</sup>. Los dos puntos para 20 y 40 kgf/cm<sup>2</sup> dan el mismo valor de resistencia al esfuerzo cortante, y su pequeña diferencia con relación al máximo puede asimismo deberse a la dispersión experimental.

En la figura 3 se han representado tres curvas para la arcilla roja de Guadalix, correspondientes a presiones verticales de 1,2, 3 y 6 kgf/cm<sup>2</sup>. Las curvas superior e inferior se han obtenido para la mayoría de los puntos con los resultados de ensayos realizados en una cámara de aire acondicionado (25 °C ± 0,5°) y descontando el rozamiento en el pistón horizontal; esto se conseguía haciéndolo avanzar en una primera fase sin llegar a ponerse en contacto con la caja de corte y midiendo los correspondientes esfuerzos.

Como puede verse, con la arcilla roja de Guadalix se alcanza el valor máximo para una succión de unos 80 kgf/cm<sup>2</sup>; a partir de dicho valor, la resistencia a esfuerzo cortante se mantiene constante o decrece muy ligeramente, con variaciones dentro de lo que puede considerarse la dispersión normal para este tipo de ensayos.

En los tres tipos de suelos, la tangente en el origen de las curvas tiene que ser igual a  $\text{tg } \Phi'$ , puesto que el material debe de estar en dicho punto completamente saturado y, como consecuencia, cualquier cambio de presión intersticial debe transformarse en una variación igual de presión efectiva.

Por consiguiente, no parece que puedan acep-

	Arcilla gris de Madrid	Arcilla roja de Guadalix de la Sierra	Arena arcilloso de Madrid
Límites Atterberg $w_L$ $w_P$	71 35	33 13,6	32 15
Granulométrica: % peso			
10	—	—	100
16	—	100	94
40	100	97	48
200	99	86,5	17
Proctor normal			
$\gamma_{max}$ : g/cm <sup>3</sup>	1,33	1,80	1,91
$w_{opt}$ : %	33,7	17,0	11,5
Condiciones iniciales			
$\gamma$ : g/cm <sup>3</sup>	1,33	1,80	1,91
$w$ : %	29*	13,6	9,2
Succión: kgf/cm <sup>2</sup>	8,5	2,8	0,7
Tiempo de equilibrio bajo sobrecarga y succión inicial **	4	4	4
Velocidad de corte: mm/día	2,4	2,4	2,4

\* Realmente 27 a 28 %.

\*\* Ver comentarios en el texto.

TABLA I. Características de los suelos. Condiciones iniciales. Tiempo de equilibrio y velocidad de rotura.

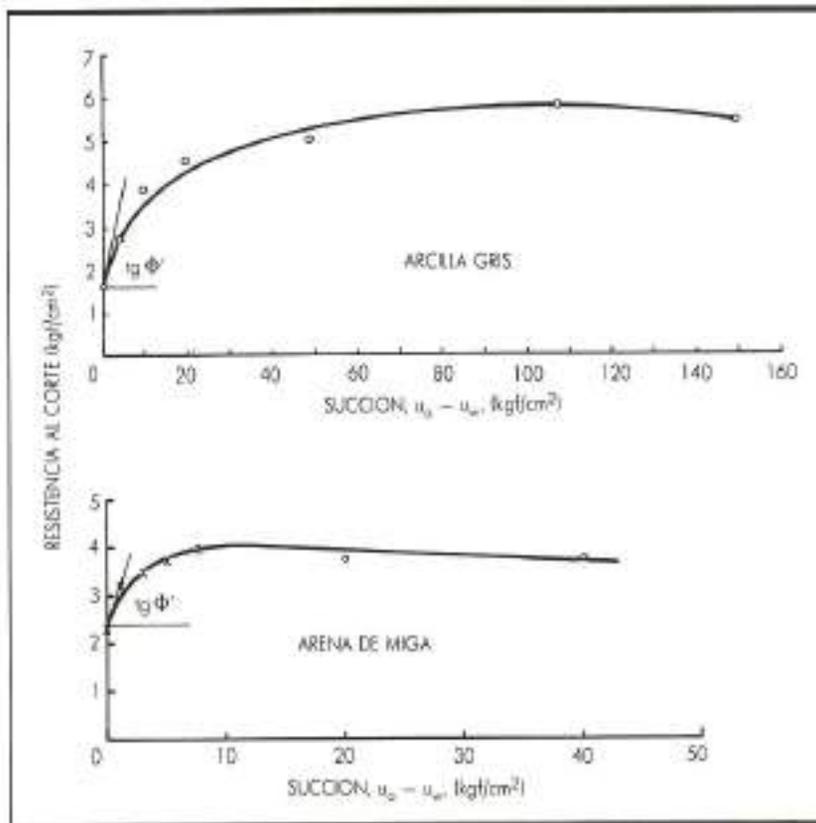


FIGURA 2. Ensayos de corte directo con diferentes succiones y tensión vertical  $\sigma - u_o = 3 \text{ kgf/cm}^2$ .

tarse expresiones para la resistencia a esfuerzo cortante de suelos parcialmente saturados como la propuesta por Fredlund, presentada en la introducción a este trabajo (2).

Se observa, en efecto, en las curvas experimentales obtenidas, cómo  $\Phi^b$  disminuye progresivamente desde el valor  $\Phi'$  que tiene en el origen, se-

gún va aumentando la succión. El valor  $\Phi^b = 15^\circ$  señalado por el autor, mencionado como un «valor común» (aún por investigar) no es sorprendente, pero no es representativo y puede conducir a resultados erróneos.

En la figura 4 se han reproducido los mismos resultados de los ensayos de la arcilla de Guadalix,

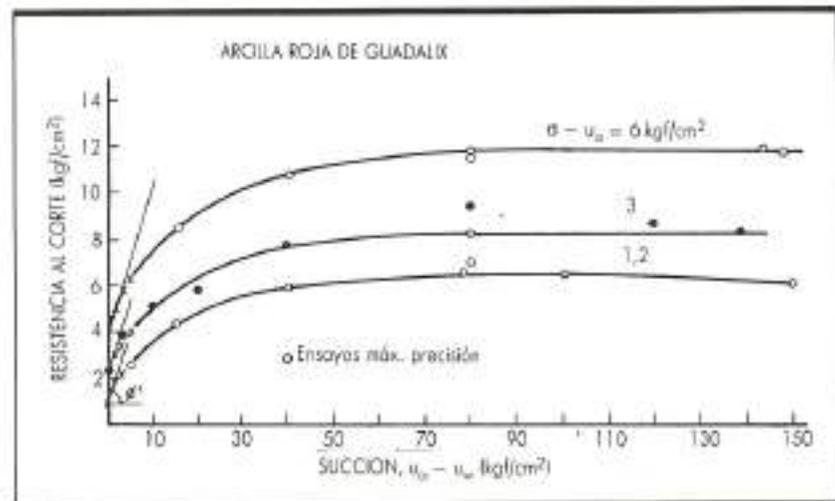


FIGURA 3. Ensayos de corte directo con distintas succiones y los tres valores indicados de la tensión vertical.

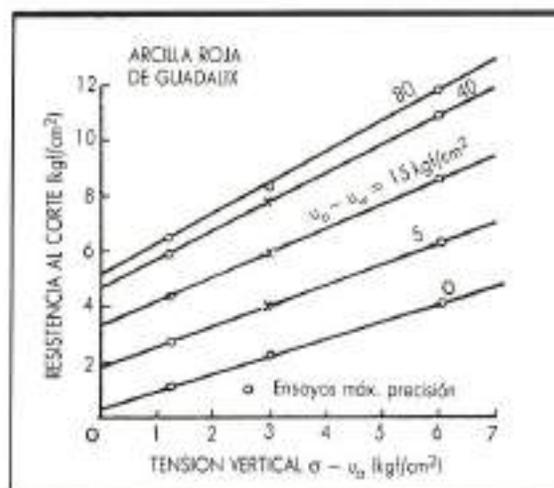


FIGURA 4. Variación de la resistencia a esfuerzo cortante con la tensión vertical, para distintos valores de la succión.

pero en forma distinta, con las tensiones verticales en abscisas y los correspondientes valores de la resistencia a esfuerzo cortante en ordenadas, para diferentes valores de la succión  $u_v - u_w$ . La mayoría de los puntos correspondientes a  $\sigma - u_v = 1,2$  y  $6,0$  kgf/cm² proceden de ensayos muy precisos, según se mencionó anteriormente, y es a partir de estas dos series de valores con las que se han dibujado las rectas representadas. Los puntos correspondientes a  $\sigma - u_v = 3,0$  kgf/cm² también se han situado y, como puede verse, encajan muy bien en las correspondientes líneas.

Del examen de la figura 4 se deduce que las rectas representadas no son paralelas, variando en este caso el ángulo de fricción aparente  $\Phi_{ap}$  desde  $32,5^\circ$  a  $48^\circ$ , para un cambio de succión de 0 a  $8$  kgf/cm², como puede verse en la figura 5. La cohesión aparente  $c_{ap}$  varía de  $0,13$  a  $5,15$  kgf/cm², para la misma gama de succiones. Ambas curvas muestran cómo el incremento tanto de  $c_{ap}$  como de  $\Phi_{ap}$  es mucho mayor en la gama de succiones bajas. Parece también que tienden a alcanzar un máximo. Los puntos correspondientes a  $u_v - u_w = 150$  kgf/cm² no se han dibujado ya que, como se comentó anteriormente, las pequeñas variaciones en resistencia a esfuerzo cortante observadas están dentro de los márgenes de error experimental.

Si bien para la arcilla roja de Guadalix las rectas que se obtienen en la figura 4 está claro que no son paralelas, podemos adelantar aquí que, en el caso de la arena de miga, para la que ya se dispone de bastantes resultados, aunque aún incompletos, por lo que no son publicados en este trabajo, las rectas que resultan parecen ser prácticamente

paralelas. Esta tendencia ya podía deducirse, aunque para un rango mucho más reducido de succiones, de los resultados publicados anteriormente (Escario y Sáez, 1986). La conclusión provisional que puede sacarse es, por tanto, que en unos casos existirá paralelismo y en otros no.

#### 4. TIEMPO DE EQUILIBRIO Y VELOCIDAD DE CORTE

Un aspecto que necesita una investigación adicional, que ya ha sido iniciada, es conocer si los tiempos escogidos para consolidación e igualación de las presiones intersticiales son suficientemente largos. El problema es difícil de resolver de una manera general e incluso aún más el saber si las velocidades de rotura son asimismo suficientemente lentas para que la succión durante el proceso de rotura sea la deseada.

Respecto a este último aspecto, hemos tratado de valorar la situación a través del siguiente método práctico. El ensayo se efectúa con el tiempo establecido de 4 días para la consolidación y equilibrio de succiones y  $2,4$  mm por día para la velocidad de corte. Después de sobrepasar la resistencia de pico, se para el ensayo, deteniendo el avance del pistón horizontal. Se mantiene la muestra con la misma presión de nitrógeno durante dos días más de equilibrado y, acto seguido, se reanuda el ensayo de corte; se comparan las resistencias obtenidas antes y después de las 48 horas adicionales de equilibrio.

Se han realizado unos pocos ensayos de este

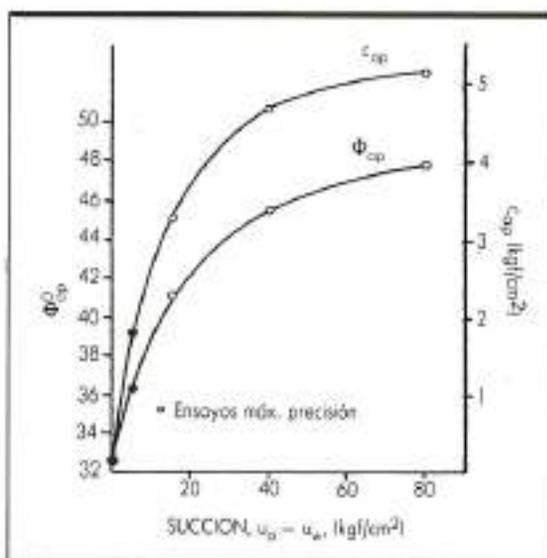


FIGURA 5. Variación de la cohesión aparente,  $c_{ap}$ , y el ángulo de rozamiento interno aparente,  $\Phi_{ap}$ , con la succión, para la arcilla roja de Guadalix.

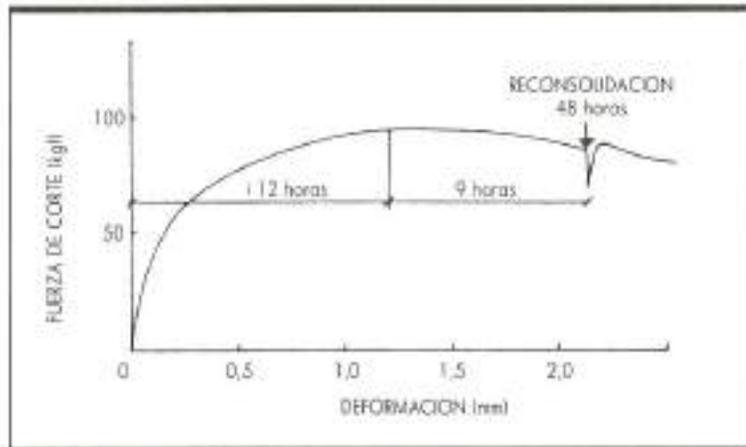


FIGURA 6. Ensayo de corte con ciclo de reconsolidación de 48 horas para comprobar el equilibrio de succión arcilla roja de Guadalix,  $u_a - u_w = 3 \text{ kgf/cm}^2$ ,  $\sigma - u_w = 3 \text{ kgf/cm}^2$ .

tipo con la arcilla gris de Madrid y con la arcilla roja de Guadalix, aplicando succiones entre 3 y 150 kgf/cm<sup>2</sup>, para una presión vertical de 3 kgf/cm<sup>2</sup>. En la figura 6 se muestra un ejemplo con los resultados obtenidos. Como puede verse, al reanudar el ensayo solamente se produce un insignificante incremento de resistencia. En otras pruebas ni siquiera este ligero incremento puede detectarse. Ciertamente, antes de alcanzar la resistencia de pico, las presiones intersticiales generadas por el ensayo de corte pueden ser mayores que en la fase posterior al pico y esta diferencia no puede tenerse en cuenta mediante este procedimiento. También pueden producirse fenómenos tixotrópicos que alteren los resultados. Prescindiendo, sin embargo, de estos y otros posibles efectos, los resultados de los ensayos efectuados parecen ser satisfactorios.

5. ECUACIONES NUMERICAS DE VARIACION

Para efectuar cálculos de estabilidad es preciso expresar en forma de ecuación las leyes de variación de la resistencia a esfuerzo cortante con la tensión normal y con la succión. Con este fin, hemos seguido dos tipos diferentes de enfoque: uno de ellos tratando de buscar apoyo en formulaciones teóricas y otro totalmente empírico.

5.1. FORMULACION TEORICA

El problema de la presión efectiva originada por las fuerzas capilares que actúan en un conjunto de esferas (fig. 7) fue resuelto por Haines (1925), quien incluso cita contribuciones anteriores. Si  $r_1$  y  $r_2$  son los radios de curvatura de la película de agua en las dos direcciones principales, la expresión que da la presión  $u_a - u_w$  en el interior del menisco, en función de la tensión superficial  $T$ , viene dada por:

$$u_a - u_w = T \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{T(r_2 - r_1)}{r_1 r_2} \quad (3)$$

Los valores de  $r_1$  y  $r_2$  pueden expresarse en función de ángulo  $\theta$ , y el radio  $a$ , de las esferas, en la forma:

$$r_1 = a \operatorname{tg} 2\theta \operatorname{tg} \theta \quad (4)$$

$$r_2 = a \operatorname{tg} 2\theta (1 - \operatorname{tg} \theta) \quad (5)$$

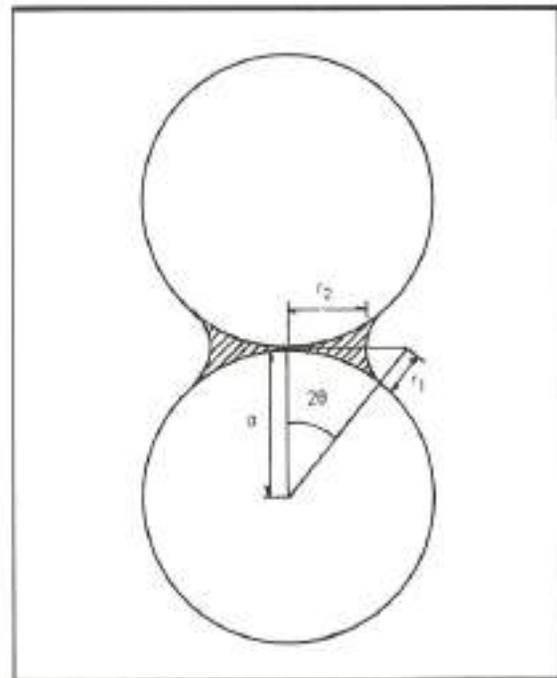


FIGURA 7. Interacción entre los meniscos capilares y el contacto de dos partículas esféricas.

El esfuerzo total entre las dos esferas se obtiene multiplicando el valor de  $(u_a - u_w)$  por el área de contacto  $\pi r_0^2$ , resultando, después de sustituir y simplificar:

$$Q = 2 \pi a T \frac{1 - 2 \operatorname{tg} \theta}{1 + 2 \operatorname{tg} \theta} \quad (6)$$

Para calcular el esfuerzo por unidad de área del conjunto de esferas, es decir la presión efectiva equivalente, Haines considera los dos casos de estructura cerrada y estructura abierta.

Para el caso de estructura cerrada hay doce contactos para cada partícula, lo que puede considerarse equivalente a cuatro contactos por cada dirección ortogonal. La fracción de la sección transversal asignable a cada partícula es  $2 \times \sqrt{3} a^2$  (paralelogramo de ángulo  $60^\circ$  y lados  $2a$ ). Por consiguiente, el esfuerzo total  $\Delta \sigma$  por unidad de área resulta ser:

$$\begin{aligned} \Delta \sigma &= 4 \times 2 \pi a T \frac{1 - 2 \operatorname{tg} \theta}{1 + 2 \operatorname{tg} \theta} \times \frac{1}{2 \sqrt{3} a^2} = \\ &= 7,25 \frac{T}{a} \frac{1 - 2 \operatorname{tg} \theta}{1 + 2 \operatorname{tg} \theta} \end{aligned} \quad (7)$$

Para el caso de estructura abierta, el número de contactos por partícula es de seis y el área proyectada por cada partícula  $4 a^2$ , resultando la expresión:

$$\Delta \sigma = \pi \frac{T}{a} \times \frac{1 - 2 \operatorname{tg} \theta}{1 + 2 \operatorname{tg} \theta} \quad (8)$$

Las expresiones de Haines conviene transformarlas poniendo  $\operatorname{tg} \theta$  en función de la succión  $u_x - u_w$ , obteniéndose para  $\Delta \tau = \Delta \sigma \cdot \operatorname{tg} \Phi'$ , en el caso de estructura cerrada, la nueva expresión:

$$\Delta \sigma = 0,908 \operatorname{tg} \Phi' \left( \sqrt{9\mu^2 + 8 \frac{T}{a}} - 3\mu \right)^2 \quad (9)$$

$$\text{siendo } \mu = \frac{T}{a \sqrt{u_a - u_w}}$$

Esta expresión es válida solamente para valores intermedios de la succión capilar. En efecto, según indica el mismo Haines, cuando al aumentar el contenido de humedad los meniscos entran en contacto entre ellos, deja de ser aplicable. Según Keen (1924) este contacto empieza a producirse para el caso de estructura cerrada, a partir de  $\theta = 15^\circ$  y de  $\theta = 22,5^\circ$  si es abierta. Por otra

parte, para succiones muy altas ( $\theta$  próximo a cero), la expresión (6) tiende al valor límite  $2 \pi a T$ . Pero Haines también advierte que, entonces, la teoría capilar no es aplicable, al reducirse  $r_1$  y  $r_2$  a valores moleculares.

Por estas razones, en los intentos efectuados hemos podido ajustar la expresión teórica a los valores experimentales solamente en una zona intermedia. Para succiones próximas a saturación sucede, por otra parte, que la expresión (9) tiene una tangente al origen vertical, cuando, según se ha expuesto en el epígrafe 3, debe de ser igual a  $\operatorname{tg} \Phi'$ . Además, al aumentar la succión en los ensayos de laboratorio, se alcanza un máximo para un valor finito y no de forma asintótica en el infinito, como ocurre con la expresión teórica.

En todo caso, la utilización de esferas para representar a las partículas de suelo se comprende que está muy alejada de la realidad, al menos cuando se trate, por ejemplo, de suelos arcillosos.

## 5.2. FORMULACION EMPIRICA

Según se ha visto, la formulación teórica presenta dificultades básicas que impiden su aplicación directa. Se ha intentado mejorar la situación aplicando algunos parámetros correctores, con los cuales se ha conseguido un mayor ajuste, pero sin que se haya podido llegar a eliminar los problemas existentes.

Por ello, se ha procedido a determinar de forma totalmente empírica una expresión matemática que recoja adecuadamente los resultados experimentales.

Como se ha indicado, la resistencia a esfuerzo cortante aumenta con la succión hasta alcanzar un valor máximo. A partir de dicho máximo parece que disminuye lentamente, pero sin que la evolución haya quedado claramente definida por los ensayos realizados hasta el momento. Por otra parte, la rama más interesante desde el punto de vista práctico es la de ascenso hasta el valor máximo. Por ello, es solamente este tramo el que se ha intentado reproducir.

La curva que se adopte deberá cumplir las condiciones: que su tangente en el origen sea igual a  $\operatorname{tg} \Phi'$  y que alcance un valor máximo para un valor finito de la succión.

Después de efectuados diversos tanteos, se ha llegado a la conclusión de que con elipses de grado 2,5:

$$\left( \frac{x}{a} \right)^{2,5} + \left( \frac{y}{b} \right)^{2,5} = 1 \quad (10)$$

es posible conseguir un ajuste prácticamente perfecto. Por otra parte, debido al exponente 2,5, este

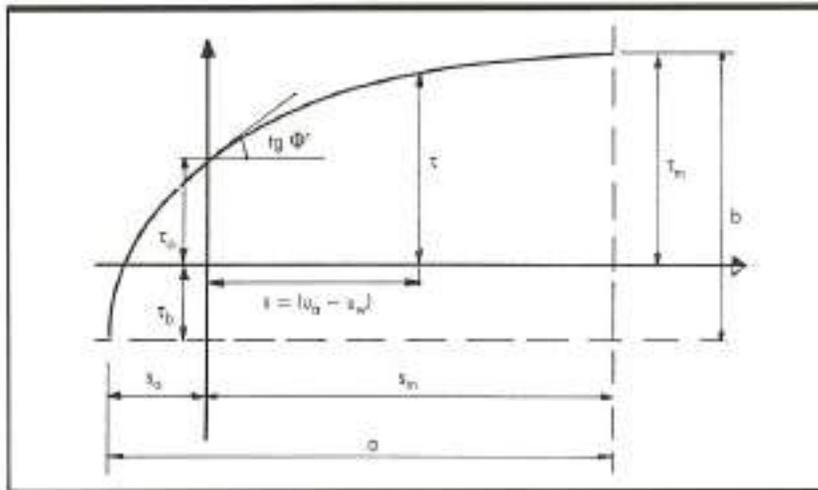


FIGURA 8. Parámetros para la derivación de la ecuación de la elipse.

tipo de elipse termina precisamente en el máximo.

En la figura 8 se representa una elipse general con semiejes  $a$  y  $b$  y la nomenclatura adoptada para las derivaciones que siguen.

La ecuación de la elipse que relaciona la resistencia a esfuerzo cortante  $\tau$  con la succión  $s = u_w - u_a$  en función de la succión,  $s_w$ , correspondiente a la resistencia a esfuerzo cortante máxima  $\tau_w$  será:

$$\left(\frac{s_w - s}{s_w + s_w}\right)^{2,5} + \left(\frac{\tau + \tau_b}{\tau_m + \tau_b}\right)^{2,5} = 1 \quad (11)$$

Obligando a que para  $s = 0$  resulte  $\tau = \tau_0$  y que  $\left(\frac{d\tau}{ds}\right)_0 = \text{tg } \Phi'$ , se deducen fácilmente las dos expresiones:

$$\left(\frac{s_w}{s_w + s_w}\right)^{2,5} + \left(\frac{\tau_0 + \tau_b}{\tau_m + \tau_b}\right)^{2,5} = 1 \quad (12)$$

$$\left(\frac{\tau_m + \tau_b}{s_m + s_w}\right)^{2,5} + \left(\frac{s_w}{\tau_0 + \tau_b}\right)^{1,5} = \text{tg } \Phi' \quad (13)$$

Eliminando  $s_w$ , se obtiene la ecuación:

$$\text{tg } \Phi' \left(\frac{\tau_0 + \tau_b}{s_w}\right)^{1,5} (s_w - s)^{2,5} + (\tau + \tau_b)^{2,5} = (\tau_m + \tau_b)^{2,5} \quad (14)$$

debiendo deducirse el valor de  $\tau_b$  de la ecuación implícita:

$$(\tau_m + \tau_b)^{2,5} - (\tau_0 + \tau_b)^{2,5} = (\tau_0 + \tau_b)^{1,5} s_m \text{tg } \Phi' \quad (15)$$

Para el caso de la arcilla roja de Guadalix se ha tomado  $\text{tg } \Phi' = 0,636$  y se ha hecho el ajuste de las elipses partiendo de los datos señalados en la tabla II, todos ellos obtenidos a partir de los resultados experimentales. En la misma tabla se indican los valores de  $\tau_b$  deducidos.

Las expresiones de las correspondientes elipses, son las siguientes:

$$\text{para } \sigma - u_a = 1,2 \text{ kgf/cm}^2, (\tau + 0,88)^{2,5} = 148 - 0,00248 (80 - s)^{2,5}$$

$$\text{para } \sigma - u_a = 6,0 \text{ kgf/cm}^2, (\tau + 0,22)^{2,5} = 501 - 0,00806 (80 - s)^{2,5}$$

Para la arcilla gris no se dispone más que de la curva relativa a  $\sigma - u_a = 3,0 \text{ kgf/cm}^2$ , cuyos ensayos se efectuaron en la primera fase y son por tanto menos precisos. En la misma tabla II se dan los parámetros deducidos para la correspondiente elipse, para  $\text{tg } \Phi' = 0,471$ . La ecuación que resulta para la misma es:

$$(\tau - 0,5)^{2,5} = 66 - 0,000642 (100 - s)^{2,5}$$

En las figuras 9 y 10 se han dibujado en línea continua estas expresiones; los resultados experi-

	$\sigma - u_a$	$s_m$	$\tau_m$	$\tau_0$	$\tau_b$
	1,2	80	6,5	0,9	1,25
Arcilla roja de Guadalix	6	80	11,8	3,9	0,74
Arcilla gris	3	100	5,85	1,73	-0,5

TABLA II. Parámetros de las elipses (kgf/cm<sup>2</sup>).

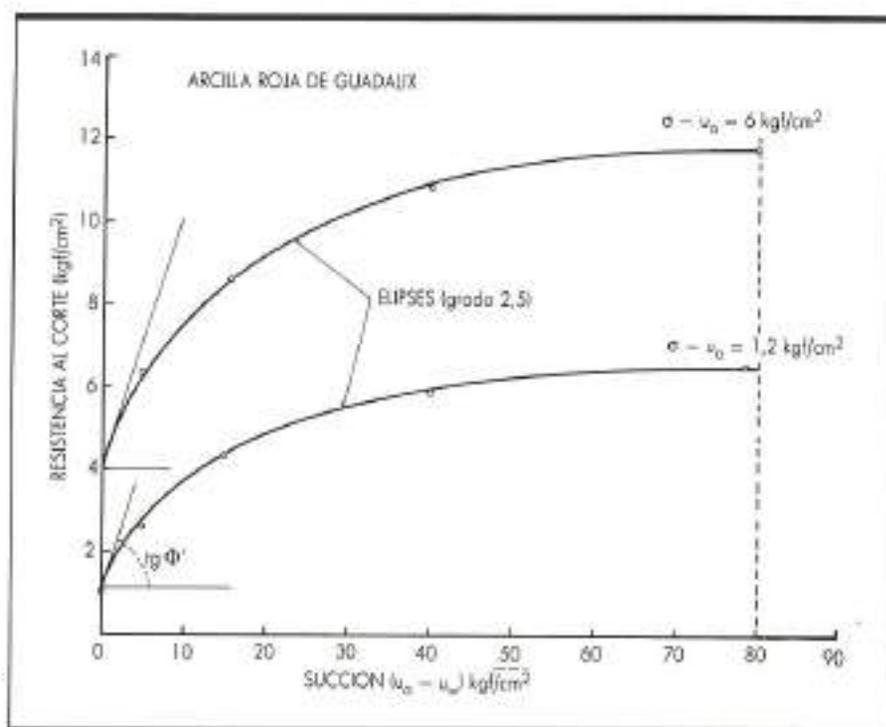


FIGURA 9. Ajuste de elipses de grado 2,5 a los valores experimentales.

mentales están representados por puntos. Como se puede observar, las elipses de grado 2,5 se adaptan de manera precisa a los puntos experimentales en el caso de la arcilla de Guadalupe, para las dos presiones verticales de 1,2 y 6,0 kgf/cm<sup>2</sup>. Para la

arcilla gris constituye una buena interpolación, dada la dispersión de los ensayos disponibles.

También podemos adelantar que de los ensayos realizados para la arena de miga, que aún no han sido totalmente elaborados, se deduce que las elip-

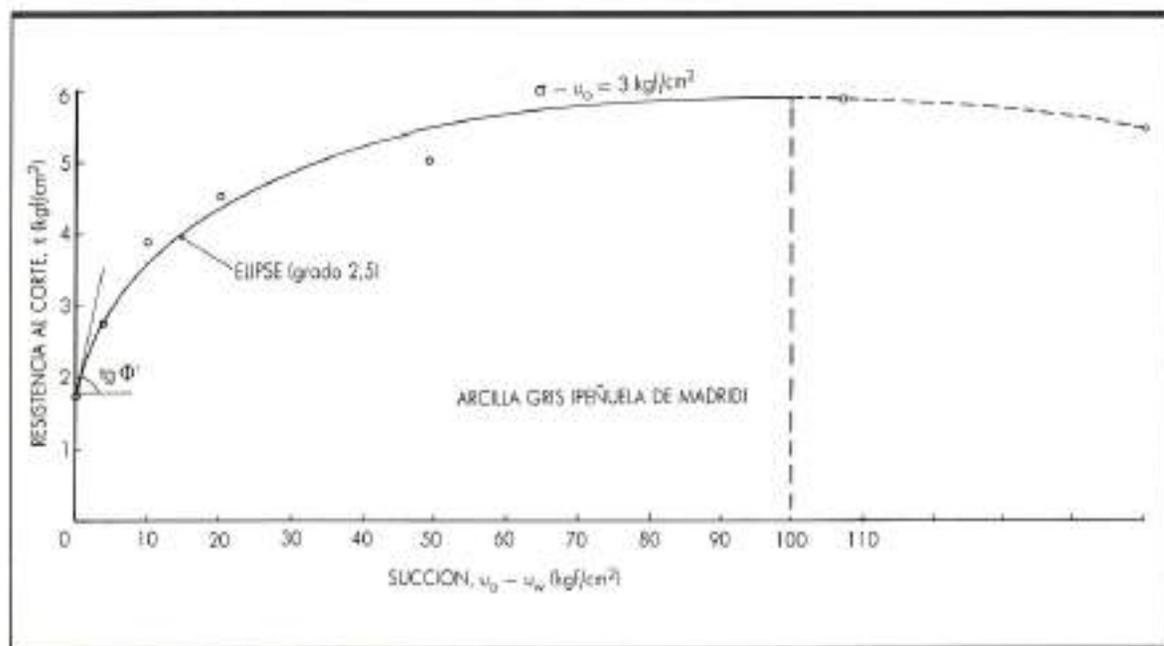


FIGURA 10. Ajuste de un elipse de grado 2,5 a los valores experimentales.

ses de grado 2,5 representan con muy buena aproximación el fenómeno en este tercer tipo de material.

## 6. CONCLUSIONES

Se han ensayado tres tipos de suelos que representan una amplia gama de materiales: arena algo arcillosa, arcilla limosa poco plástica y arcilla con límite líquido elevado. Las muestras remoldeadas se han compactado estáticamente, con las densidades y humedades indicadas. Las conclusiones a que se ha llegado, con los tipos de ensayos realizados y con las limitaciones del aparato señaladas en el texto, son las siguientes:

— La variación de la resistencia a esfuerzo cortante con la succión, para carga vertical constante, queda representada en todos los casos por curvas cuya pendiente en el origen es igual a  $\text{tg } \Phi'$ , disminuyendo dicha pendiente gradualmente con el aumento de succión, hasta llegar al valor máximo de la curva.

Los máximos se han alcanzado para succiones de unos 10 kgf/cm<sup>2</sup> en la arena, 80 kgf/cm<sup>2</sup> en la arcilla roja de Guadalix y 100 kgf/cm<sup>2</sup> en la arcilla gris de Madrid.

A partir del máximo, las resistencias parecen disminuir suavemente, en la gama de succiones alcanzada, aunque las diferencias acusadas se encuentran aún dentro del posible margen de error de los ensayos.

— La variación de la resistencia a esfuerzo cortante con la carga normal se ha representado por líneas rectas, para cada valor de la succión.

Estas rectas no forman un haz paralelo en el caso de la arcilla roja de Guadalix. La variación de  $\Phi_{sp}$  y  $c_{sp}$  es especialmente fuerte para el tramo de succiones relativamente reducidas.

De los resultados disponibles para la arena de miga, aún no totalmente elaborados y por tanto no incluidos en este trabajo, parece deducirse que para dicho material el haz sí está constituido por rectas aproximadamente paralelas.

— La ley de variación de la resistencia a esfuerzo cortante con la succión, a carga vertical constante, puede representarse, hasta el valor máximo, por medio de elipses de grado 2,5, cuya tangente en el origen sea igual a  $\text{tg } \Phi'$ .

En la arcilla roja de Guadalix la coincidencia con los valores experimentales es extraordinariamente exacta para las dos presiones de 1,2 y 6,0 kgf/cm<sup>2</sup>.

En la arcilla gris de Madrid, este mismo tipo de curva es una buena representación de los valores disponibles para una presión normal de 3 kgf/cm<sup>2</sup>.

Los datos correspondientes a la arena de Madrid, aún sin elaborar totalmente, muestran también una excelente coincidencia para las dos presiones de 1,2 y 6,0 kgf/cm<sup>2</sup>.

## 7. REFERENCIAS

- BISHOP, A. W.; ALPAN, I.; BLIGHT, G. H., y DONALD, I. B., 1960. «Factors controlling the strength of partly saturated cohesive soils». Proc. Am. Soc. Civ. Engrs Research Conf. Shear Strength of Cohesive Soils, Boulder, pp. 503-532; 1027-1042.
- ESCARIO, V., 1967. «Measurement of the swelling characteristics of a soil fed with water under tensions. International Cooperative Research Meeting on the Prediction of Moisture Content under Road Pavements, Madrid: OCDE.
- ESCARIO, V., 1969. «Swelling of soils in contact with water at a negative pressure. Proc. 2nd Int. Conf. Expansive Clay Soils, Texas A&M University, pp. 207-217.
- ESCARIO, V., 1980. «Suction controlled penetration and shear tests». Proc. 4th Int. Conf. Expansive Soils, II, 781-797, Denver: American Society of Civil Engineers.
- ESCARIO, V., y SAEZ, J., 1973a. «Measurement of the properties of swelling and collapsing soil under controlled suctions». Proc. 3rd Int. Conf. Expansive Soils, Haifa, pp. 195-200.
- ESCARIO, V., y SAEZ, J., 1973b. «Gradual collapse of soils induced by a decrease in suctions». Proc. 3rd Int. Conf. Soil Mech. Fdn. Engng. Moscow 4.1, pp. 123-124.
- ESCARIO, V., y SAEZ, J., 1986. «The shear strength of partly saturated soils». Geotechnique, Vol. 36, N.º 3, pp. 453-456.
- ESCARIO, V., y SAEZ, J., 1987a. «Discussion presented by H.D. Schreiner and authors reply». Geotechnique. Vol. 37, N.º 4, pp. 523-524.
- ESCARIO, V., y SAEZ, J., 1987b. «Shear strength of soils under high suction values». 9th European Conf. S.M.F.E., Dublin, Discussion.
- ESCARIO, V., y SAEZ, J., 1987c. «Shear strength of partly saturated soils versus suctions». 6th Int. Conf. on Expansive Soils. New Delhi. Vol. 2.
- FREDLUND, D. G., MORGENSTERN, N. R., y WIDGER, A., 1978. «Shear strength of unsaturated soils». Can. Geotech. J. 15, N.º 3, 313-321.
- HAINES, W. B., 1925. «Studies in the physical properties of soils. II. A note on the cohesion developed by capillary forces in an ideal soils». Journal of Agricultural Science. Vol. XV, pp. 529-535.
- KEEN, B. A., 1924. Journal Agricultural Science. Vol. XIV, 170.