

ANALISIS EN EL TIEMPO DE LAMINAS DE HORMIGON ARMADO Y PRETENSADO TENIENDO EN CUENTA LA NO-LINEALIDAD GEOMETRICA Y DEL MATERIAL ⁽¹⁾

ALEX C. SCORDELIS (*)

RESUMEN. Los proyectos de láminas delgadas de hormigón armado y pretensado se han usado ampliamente en edificios, puentes, depósitos, torres de refrigeración, plataformas petrolíferas off-shore, centrales nucleares y otras muchas estructuras. Durante la pasada década se han realizado muchas investigaciones dirigidas al desarrollo de modelos analíticos no-lineales, métodos de análisis y programas de ordenador para el seguimiento de la respuesta estructural de aquellas estructuras, bajo cargas cada vez mayores, a través de sus comportamientos elástico, de fisuración, inelástico y en rotura.

En primer lugar, este trabajo es una breve revisión histórica de esta investigación en muchos países. Este trabajo se continúa con una descripción más detallada de un programa continuo de investigación, que se ha llevado a cabo en la Universidad de California en Berkeley desde 1973 en análisis no-lineal de láminas delgadas de hormigón. Se presentan los resultados numéricos obtenidos por medio de programas recientemente desarrollados, que indican que, cuando se incluye los factores no-lineales en el análisis, en algunos casos se produce un incremento y en otros una gran reducción en la carga de rotura calculada. Finalmente, se presentan unas recomendaciones para la futura investigación, desarrollo y aplicaciones en este campo de estudio.

ABSTRACT. Reinforced and prestresse concrete designs have been widely used for thin concrete shells in buildings, bridges, tanks cooling towers, offshore oil platforms, nuclear containment vessels, and many other structures. During the past decade much research has been conducted in the development of nonlinear analytical models, methods of analysis and computer programs to trace the structural response of these structures under increasing loads through their elastic, cracking, inelastic and ultimate ranges.

In this paper, first, a brief historical review of this research in many countries is presented. This is followed by a more detailed description of a continuing research program, which has been conducted at the University of California at Berkeley since 1973 on the nonlinear analysis of thin concrete shells. Numerical results obtained with some recently developed computer programs are presented, which indicate that in some cases an increase and in other cases a large reduction in the calculated ultimate load occurs as each of the nonlinear factors is included in the computer analyses. Finally, recommendations for future research, development and applications in this fields of study are presented.

1. INTRODUCCION

Los proyectos de láminas delgadas de hormigón armado y pretensado se han usado ampliamente en edificios, puentes, depósitos, torres de refrigeración, plataformas petrolíferas off-shore, centrales nucleares y otras muchas estructuras. El proyecto de estas estructuras tiene que satisfacer los requisitos de seguridad y servicio. Mientras esto se puede conseguir en la mayoría de los

casos siguiendo procedimientos aproximados o empíricos prescritos por las normas o prácticas recomendadas, es deseable disponer de modelos y métodos analíticos refinados que puedan seguir la respuesta estructural durante la construcción de estas estructuras y su historia de cargas en servicio, así como bajo la acción de cargas crecientes en sus comportamientos elástico, de fisuración, inelástico y en rotura. Tales métodos analíticos refinados, una vez verificados mediante resultados experimentales escogidos, se pueden usar para estudiar de una manera sistemática los efectos de parámetros importantes, al objeto de conseguir una base más firme para normas y especificaciones en las que se basen los proyectos usuales, o bien para utilizarlos directamente

(1) Ponencia del Congreso de IASS, Madrid 1989

(*) Profesor de Ingeniería Estructural, Universidad de California, Berkeley, California.

en el análisis y proyecto de estructuras complejas y singulares.

Durante la pasada década se ha realizado una amplia investigación en el desarrollo, tanto de métodos de análisis no-lineal, como de programas de ordenador para conseguir este objetivo. En este trabajo, se presenta una breve revisión de esta investigación en muchos países. Se continúa con una descripción más detallada de un programa continuo de investigación, llevado a cabo por la Universidad de California en Berkeley desde 1973, sobre modelos analíticos, programas de ordenador y procedimientos numéricos eficientes para el análisis en el tiempo, con consideración de la no-linealidad geométrica y del material, de las láminas delgadas de hormigón armado y pretensado. En el análisis no-lineal de todos estos sistemas estructurales, se ha usado una formulación unificada de elemento finito de rigidez tangente, juntamente con un esquema de integración de incrementos de tiempo, para seguir su respuesta cuasi estática hasta rotura.

En este trabajo se describen brevemente los métodos de análisis y los programas de ordenador, basados en un modelo de desplazamiento de elemento finito de varias capas. Se usan relaciones tensión-deformación no-lineales para el hormigón, acero de armaduras y acero de pretensado, en el análisis no-lineal por elementos finitos, para determinar los desplazamientos, tipos de fisuras, deformaciones y tensiones en el hormigón y el acero de armado y pretensado, en cualquier momento hasta su rotura, bajo cualquier historia de cargas o condiciones ambientales. Se incluyen en el análisis los fenómenos dependientes del tiempo tales como la historia de cargas; historia de temperaturas; fluencia, retracción y envejecimiento del hormigón; así como pérdidas de pretensado debidas a estas causas u otras, tales como deslizamientos de los anclajes, rozamiento y relajación.

Se presentan los resultados numéricos en láminas delgadas de hormigón, obtenidos en programas de ordenador recientemente desarrollados y disponibles, que indican que ocurre en algunos casos un incremento y en otros casos una reducción en la carga última calculada.

Finalmente, se presentan recomendaciones para futuras investigaciones, desarrollo y aplicaciones en este campo de estudio.

2. BREVE REVISION HISTORICA

Con la llegada de los ordenadores y el método de los elementos finitos (FEM), en las décadas de los cincuenta y sesenta se desarrollaron muchos programas de análisis lineal para láminas delgadas en los que se suponía que el material tenía un comportamiento lineal, homogéneo y sin fisuras. La primera aplicación del FEM para vigas fisuradas de hormigón armado se publicó en 1967 por Ngo y Scordelis (1). Se hicieron posteriormente aplicaciones del análisis no-lineal de todo tipo de estructuras de hormigón armado por investigadores de varios países, con sus colegas y/o sus estudiantes.

Las principales contribuciones al desarrollo de pro-

gramas de ordenador para análisis no-lineal de láminas de hormigón armado y pretensado en las décadas de los setenta y ochenta fueron proporcionadas por Argyris (2, 3), Bergan (4, 5), Gupta (6, 7), Hinton (8), Mang (9, 10, 11), Melhorn (12, 13), Owen (14), Ramm (15, 16), Rashid (17, 18), Schnobrich (19, 20, 21, 22, 23), Scordelis (24, 25, 26, 27, 28) y otros. En las referencias de este trabajo solamente se dan como ejemplo unas pocas de las publicaciones de las que han sido autores o coautores los antes mencionados.

Su investigación se ha realizado generalmente con una o más de las siguientes premisas: 1) no-linealidad del material, de su geometría y la dependencia del tiempo; 2) selección de elemento para la lámina, viga de borde o rigidizadores; 3) modelación analítica, relación constitutiva y teoría de fallos, bien independientemente o como parte de un material compuesto, para el hormigón, acero de armado y acero de pretensado; 4) rigidización de tensiones; 5) fluencia, retracción y efectos de la temperatura; 6) pérdidas de pretensado durante las operaciones de postesado debidas al rozamiento y al deslizamiento de anclajes, y después de la transferencia del mismo, debidas a la fluencia y retracción del hormigón, la relajación del acero y los efectos de la historia de cargas y temperaturas, y 7) métodos numéricos para los análisis no-lineales en el ordenador. Mientras se ha realizado un gran progreso en algunos de estos puntos, no se ha conseguido un acuerdo general en otros, por lo que hace falta investigar más.

Las aplicaciones de la investigación anterior y los programas de ordenador se han desarrollado generalmente para problemas y estudios especiales en relación con cubiertas de grandes luces, contenedores de centrales nucleares, plataformas petrolíferas off-shore, torres de refrigeración, tanques de gases licuados, etc. Por su complejidad, necesidad de verificación y limitada disponibilidad, los programas se han utilizado poco aún.

3. PROGRAMA DE INVESTIGACION DE BERKELEY

3.1. BREVE DESCRIPCION

Hace alrededor de 16 años (1973), se comenzó en Berkeley la investigación en análisis no-lineal de láminas de hormigón armado, sabiendo que la demanda de mayores luces, láminas más delgadas y estructuras más complejas, hacían deseable tener refinados modelos analíticos y programas de ordenador, que pudieran seguir la respuesta estructural completa de estas estructuras a través de su historia de cargas de servicio y bajo cargas crecientes hasta rotura.

Las capacidades deseadas eran el análisis en el tiempo con consideración de la no-linealidad geométrica y del material de láminas de hormigón armado con vigas de borde, a través de sus comportamientos elástico, de fisuración, de fluencia, inelástico y en rotura. Se tendrían en cuenta a través del tiempo, la historia de cargas y temperaturas, así como la fluencia y retracción del hormigón. Se realizarían programas de ordenador

bien documentados y se pondrían a disposición de otros investigadores interesados en contrastarlos, así como de ingenieros estructuralistas para su aplicación a los problemas complejos que surgen en los proyectos actuales.

Inicialmente, en 1973, se desarrolló un programa de ordenador (NARCS) por Lin (29), el cual solamente incorporaba las propiedades no-lineales del material: hormigón y acero de armado. Posteriormente en un intervalo de cerca de tres años se incluyeron los efectos dependientes del tiempo en (NOTACS) por Kabir (30). Después se incorporaron las vigas de borde y posteriormente la no-linealidad geométrica en (NOPARC) por Van G reunen y (NASHL) por Chan (32). El programa actual para láminas de hormigón armado con viga de borde (NASHL) incorpora todos estos efectos y da como resultado final para cualquier carga y tiempo hasta rotura: 1) desplazamientos de nudos; 2) deformaciones internas y tensiones en el hormigón y en el acero, y 3) forma de fisuración.

En 1988, como parte de un proyecto de investigación conjunta hispano-norteamericano, entre la Universidad de California en Berkeley, la Universidad de Barcelona, Roca (33) de España, bajo la supervisión de Mari, añadió al (NASHL) la capacidad de incluir tendones de pretensado curvos en tres dimensiones en la superficie de la lámina curva y en las vigas de borde. Este último programa se ha llamado (NASHL1).

En las referencias (32) y (33) se puede encontrar una descripción detallada del desarrollo teórico, modelos y elementos analíticos, propiedades de los materiales, técnicas de solución, y formatos de entrada y salida para los programas de ordenador (NASHL) y (NASHL1). Más adelante se hace una breve descripción de algunas de sus características. Quien esté interesado en conseguir copias de algunos de los trabajos (29, 30, 31, 32, 33) ya mencionados o los propios programas, debe escribir al autor para mayor información.

3.2. MODELO ANALITICO

En el programa de ordenador, el modelo analítico consiste en series de nudos interconectados por elementos lámina y viga (fig. 1). El elemento lámina tiene nueve nudos, con curvatura en dos direcciones y 5 grados de libertad en cada nudo (fig. 2). El espesor del elemento se divide en capas de hormigón y de acero, y cada capa se supone que está sometida a un estado tensional en dos direcciones. La armadura de acero se puede situar en cualquier capa y en varias direcciones si se desea. La fisuración y la respuesta no-lineal del material se siguen capa a capa bajo la acción de una carga creciente y de los efectos dependientes del tiempo, fluencia y retracción. Se usa la fórmula de Lagrange actualizada para tener en cuenta los efectos del cambio de geometría estructural.

Se pueden analizar láminas delgadas con vigas de borde, añadiendo dos vigas rectas unidimensionales junto a un elemento lámina curvo (fig. 3). Cada elemento de viga con 12 grados de libertad es prismático (fig. 4);

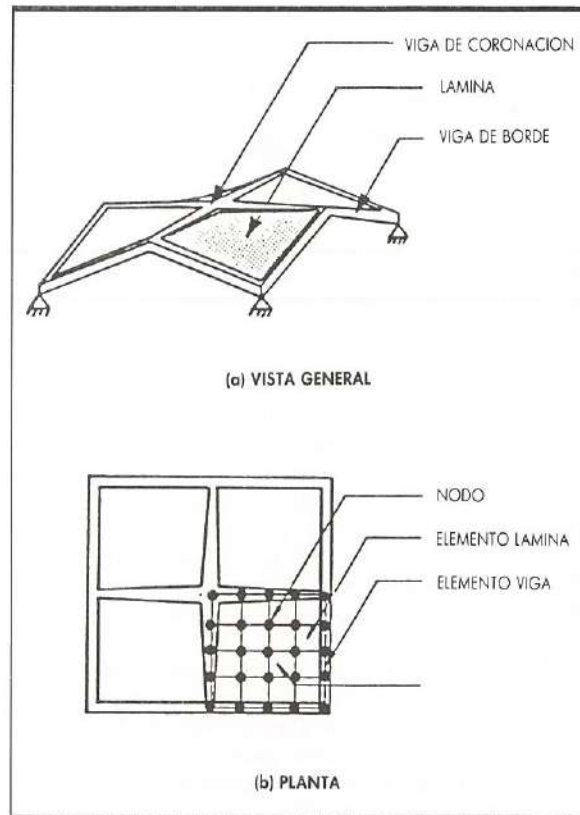


FIGURA 1. Modelo analítico del programa de ordenador NASHL.

pero tiene una sección transversal arbitraria compuesta de un número discreto de filamentos de hormigón y de acero en los que se controlan las tensiones y deformaciones uniaxiales.

Con objeto de simular apoyos elásticos, obtener las reacciones en el apoyo o precisar las condiciones de contorno irregulares, se pueden colocar elementos muelle lineales en cualquier dirección específica situados en puntos nodales discretos.

3.3. MODELOS ANALITICOS DE LOS TENDONES DE PRETENSADO

Los tendones de pretensado, añadidos por Roca (33) en el programa NASHL1, se definen individualmente como

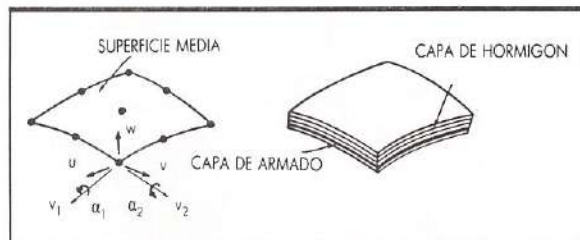


FIGURA 2. Elemento lámina de hormigón armado en capas isoparamétricas.

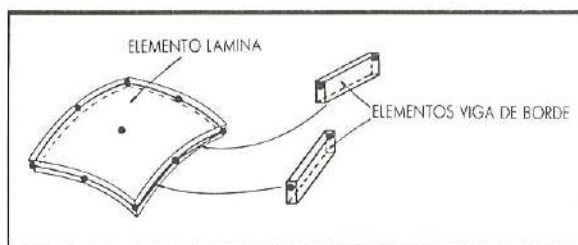


FIGURA 3. Unión de dos elementos viga a un elemento lámina curvo.

curvas especiales arbitrarias contenidas en el espesor de la lámina. El tratamiento geométrico de los tendones se basa en un método introducido inicialmente por Hofstetter (11), donde las expresiones analíticas paramétricas se usan para la definición de la capa intermedia de la lámina, así como para la geometría de los tendones; de esta manera se determina automáticamente el trazado de los tendones a través de la malla del elemento lámina, así como los puntos límite de cada segmento de tendón incluido en el mismo.

Una vez generados, los segmentos de tendón, juntamente con los elementos lámina, se interpolan por medio de funciones de forma para permitir el cálculo automático de sus propiedades geométricas así como la posterior adaptación de toda la geometría en el análisis con no-linealidad geométrica.

Las fuerzas interactivas, distribuidas tangencial y normalmente entre el hormigón y los tendones de pretensado, se calculan teniendo en cuenta las fuerzas de rozamiento y de deslizamiento de anclajes, y además, junto con las fuerzas del segmento final del cordón, se convierten en cargas nodales de acuerdo con el procedimiento general empleado para las cargas externas. Este método asegura que cada conjunto de fuerzas está equilibrado en cada elemento de lámina.

Se pueden considerar tendones postesados adheridos o libres así como pretensados.

Para tendones adheridos, la deformación axial, en cualquier etapa del análisis, se calcula a través del campo de deformación del elemento lámina, mediante una transformación tensorial. Para un tendón libre, la defor-

mación axial se calcula a través del incremento total de elongación causada en él. Teniendo en cuenta el efecto de rozamiento, se puede obtener una distribución de deformaciones a lo largo de la longitud del tendón, que cuando se integran es igual a la elongación total.

Cada tendón de pretensado en la viga borde se divide en un número de segmentos, cada uno de los cuales es recto, liga un único elemento viga y se supone que tiene una carga constante. Usando álgebra vectorial para definir las fuerzas nodales del cordón, se pueden obtener las deformaciones y tensiones.

3.4. PROPIEDADES MATERIALES DEL HORMIGÓN

Para las capas de hormigón de los elementos lámina se usa una ley del material ortótropa biaxial basada en la elasticidad no-lineal, junto con un modelo de fisuración, al objeto de representar el comportamiento del hormigón usando deformaciones uniaxiales equivalentes. Una curva típica de tensión-deformación uniaxial equivalente, que depende de la relación de la tensión biaxial existente, consiste en una curva parabólica hasta el punto de tensión máxima (σ_{ic} , ϵ_{jc}), seguida por una curva de descarga lineal hasta el punto de rotura final del hormigón (σ_{cu} , ϵ_{cu}), donde $\sigma_{cu} = 0,2\sigma_{ic}$ y $\epsilon_{cu} = 4\epsilon_{jc}$. Al someterse a tensión, se supone la aparición de fisuras en dos direcciones perpendiculares en cada capa del elemento lámina para una tracción límite. Una vez que se produce la fisuración en una dirección, la tensión en el hormigón normal a la fisura se hace nula, el hormigón se comporta como un material uniaxial en la dirección ortogonal, hasta que aparece la fisura en dos direcciones. En este punto, el hormigón sólo puede soportar esfuerzos cortantes gracias a la capacidad a cortante existente entre fisuras. Esto se lleva a cabo afectando a la rigidez a cortante por un factor de minoración, donde $0 \leq \beta \leq 1$.

Se debe hacer constar que la actual versión del NASHL utiliza un modelo de fisura fijo mejor que uno de rotación. Recientes investigaciones de Schnobrich (23) y otros han demostrado que el modelo de fisura de rotación puede ser más real. En el futuro el NASHL incorporará la opción del modelo de fisura de rotación.

3.5. PROPIEDADES DEL ACERO DE ARMADO

Se supone un diagrama tensión-deformación bilineal para el acero. El acero cede con un módulo de elasticidad E_{sh} reducido, una vez que ha alcanzado su límite elástico f_y y, se supone, que cualquier descarga posterior se realiza con el módulo inicial E_s . El acero rompe al alcanzar su tensión de rotura, ϵ_{sh} .

Una vez que se fisura el hormigón, la tensión normal a la fisura es cero y la fisura permanece en dirección fija; sin embargo, la presencia de la armadura permite al hormigón soportar alguna tensión entre fisuras. Esta tensión adicional es convenientemente agregada a nivel del acero y aparece como una tensión de reserva adicional en éste. Este procedimiento se usa en NASHL porque tiene en cuenta los efectos de la situación del acero

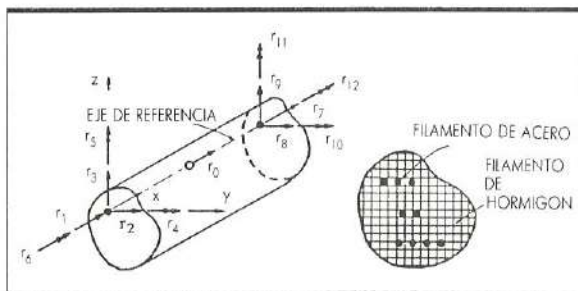


FIGURA 4. Filamento de elemento viga de hormigón armado.

Líderes por méritos propios.



Palau d'Esports Sant Jordi. BARCELONA

Para llegar a ser líderes hay que afrontar todos los retos. Por eso, en ORONA seguimos investigando día a día con los últimos

avances tecnológicos para diseñar y fabricar Estructuras Espaciales que ofrezcan eficaces resultados en estética, arquitectura

y funcionalidad. Y hoy, más que nunca, nos sentimos orgullosos de ser líderes en el sector de las Estructuras Espaciales. Por méritos propios.



Iglesia Pío X. GIPUZKOA



La Pirámide. MURCIA



Feria Iberoamericana. SEVILLA



ORONA

**Ascensores
Escaleras Mecánicas
Estructuras Espaciales**

Orona S. Coop. Ltda.
20120 - HERNANI
Tel. (943) 55.44.58



ADOQUINES FABRICADOS POR: VANGUARD HORMIGÓN MOLDEADO, S.A.

Aparcar en color

Bayer tiene la solución para alegrar y embellecer parques, jardines, calles, plazas, andenes, zonas peatonales y por supuesto, aparcamientos, sin perder las propiedades mecánicas de los adoquines de hormigón, material básico de los pavimentos.

Los pavimentos de adoquines coloreados con Bayferrox[®] son resistentes a las inclemencias meteorológicas. Igual que los grises adoquines tradicionales, son de fácil colocación y no resbalan. Los nuevos



adoquines, con Bayferrox incorporado, no se decoloran y no requieren un mantenimiento especial.

Los pigmentos inorgánicos Bayferrox pueden aplicarse a cualquier pavimento y transformar espacios urbanos habitualmente tan grises como un aparcamiento, en zonas de gran belleza y colorido. En el futuro, ya no ha de aparcarse su idea del color; cualquier problema puede resolverlo con Bayferrox.

Pigmentos inorgánicos
Bayferrox
 El color a lo grande

Bayer Hispania Comercial, S.A. - Pau Claris, 196 - Tel. 217 40 12 - 08037 Barcelona.

en la dirección transversal y la dirección de la fisura en relación con la dirección de la armadura.

3.6. PROPIEDADES DEL ACERO DE PRETENSADO

Además de una gran diferencia en la magnitud de la carga de rotura, el diagrama tensión-deformación del acero de pretensar difiere del diagrama del acero de armar en que no tiene zona de cedencia definida. Por tanto, se adopta un diagrama tensión-deformación multilíneal para el acero de pretensar. Además, se utilizan las fórmulas empíricas usuales para las tensiones de relajación y rozamiento del acero de pretensar.

3.7. RELACION MOMENTO-TORSION EN LOS ELEMENTOS VIGA

Se usa un modelo trilineal para la respuesta efectiva momento-torsión en los elementos viga de hormigón armado. La curva queda completamente definida por tres puntos: el momento torsor de fisuración T_{cr} y la correspondiente torsión α_{cr} , el momento torsor en el momento en que la armadura longitudinal alcanza el límite elástico T_{yp} y la correspondiente torsión α_{yp} y el momento torsor de rotura α_r . Estos puntos se pueden determinar mediante pruebas experimentales adecuadas. En el actual programa NASHL se supone que los efectos de flexión longitudinal y torsión en los elementos viga están completamente desligados. Se necesitan mejoras en este modelo para incorporar el acoplamiento y actualmente se están estudiando por varios investigadores.

3.8. FLUENCIA Y RETRACCION DEL HORMIGON

Se usa una fórmula numérica, desarrollada por Kibir (30), para la fluencia del hormigón en la que se supone válido el principio de superposición para calcular la deformación por fluencia $\epsilon'(t)$ en cualquier momento t como se expresa en la siguiente integral:

$$\epsilon'(t) = \int_0^t C(\tau, t-\tau, T) \frac{\partial \sigma(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (1)$$

en la que $C(\tau, t-\tau, T)$ es la función de fluencia específica dependiente de la edad de carga τ y de la variación de temperatura T , y donde (τ) es la tensión aplicada en el instante τ .

La deformación total por fluencia se puede hallar como la suma de las deformaciones independientes producidas por los cambios de tensión a diferentes edades y con diferentes duraciones hasta t .

Para el efecto de las variaciones de la temperatura en la fluencia, se supone que el hormigón obedece al principio de cambio temporal.

Los cambios de carga y temperatura se supone que ocurren solamente en distintos intervalos de tiempos t_n ; $n = 1, 2, \dots, N$. Asimismo, se acepta que la carga y la temperatura permanecen constantes en un intervalo dado.

Se ha encontrado que ciertas formas de aproximaciones matemáticas a las funciones de fluencia específica, evitan la necesidad de almacenar todos los incrementos de tensión de las etapas anteriores, cuando se represen-

tan con precisión las curvas de fluencia experimentales o empíricas. Tal modelo se adopta como sigue:

$$C(\tau, t-\tau, T) = \sum_{i=1}^m a_i(\tau) [1 - e^{-\lambda_i(T)(t-\tau)}] \quad (2)$$

en donde m , $a_i(\tau)$, i , $\lambda_i(T)$ se determinan por mínimos cuadrados sobre las curvas de fluencia experimentales o empíricas, tal como las recomendadas por el ACI o el CEB-FIP.

Un eficaz procedimiento numérico para evaluar las deformaciones por fluencia se puede desarrollar usando las siguientes definiciones para incrementos de tiempo, tensiones y deformaciones por fluencia:

$$\Delta t_n = t_n - t_{n-1} \quad (3)$$

$$\Delta \sigma_n = \sigma_n - \sigma_{n-1} \equiv \sigma(t_n) - \sigma(t_{n-1}) \quad (4)$$

$$\Delta \epsilon_n' = \epsilon_n' - \epsilon_{n-1}' \equiv \epsilon'(t_n) - \epsilon'(t_{n-1}) \quad (5)$$

Combinando las ecuaciones (1) a (5), tras unas cuantas operaciones algebraicas, las relaciones recurrentes necesarias para calcular el incremento de deformación por fluencia ϵ_n' en cualquier intervalo de tiempo t_n son las siguientes:

$$\Delta \epsilon_n' = \sum_{i=1}^m A_{i,n} [1 - e^{-\lambda_i(T_{n-1})\Delta t_n}] \quad (6)$$

$$A_{i,n} = A_{i,n-1} [e^{-\lambda_i(T_{n-2})\Delta t_{n-1}}] + \Delta \sigma_{n-1} a_i(t_{n-1}) \quad (7)$$

$$A_{i,2} = \Delta \sigma_1 a_i(t_1) \quad (8)$$

Una ventaja muy importante de las fórmulas anteriores radica en que el cálculo de cada nuevo incremento de la deformación por fluencia, requiere solamente la historia tensional del último intervalo y no la historia total. El procedimiento anterior se aplica en una dirección uniaxial en las líneas de los elementos viga y en las direcciones de las tensiones principales en las capas de los elementos lámina.

Las deformaciones por retracción se pueden hallar mediante datos experimentales o fórmulas empíricas tales como las recomendadas por el ACI o el CEB-FIP. Estas deformaciones por retracción no responden a estados tensionales y se suponen formadas únicamente por componentes axiales siendo uniformes en todas las direcciones.

3.9. EFECTOS DE LA NO-LINEALIDAD GEOMETRICA

Los pasos más importantes en la consideración de la no-linealidad geométrica son la inclusión de las deformaciones debidas a los giros y la actualización de la geometría estructural.

El procedimiento empleado se basa en pequeñas deformaciones y pequeños incrementos en los giros del cuerpo rígido. Se usa una formulación de Lagrange actualizada donde todas las tensiones y deformaciones se

refieren a la última configuración conocida. La suposición de pequeñas deformaciones implica una superposición lineal de incrementos de deformación y la suposición de pequeños giros implica que éstos se pueden tratar como vectores.

3.10. METODOS DE ANALISIS

Se supone que las cargas externas R se aplican solamente en los nudos (fig. 1). Son dadas la historia de cargas exteriores en nudos, la historia de temperaturas, las curvas tensión-deformación a corto plazo, las propiedades reológicas de los materiales y las condiciones de contorno. En cada instante, se tienen que calcular, en cualquier punto de la estructura, los desplazamientos desconocidos de los nudos r , las deformaciones internas ϵ y las tensiones σ en el hormigón y en el acero. La relación resultante carga-desplazamiento (R vs. r) será no-lineal a causa de la posible no-linealidad geométrica, del material o su dependencia del tiempo.

Para incorporar las no-linealidades dependientes del tiempo, éste se divide en un número discreto de intervalos y la integración se lleva a cabo haciendo que los incrementos de los desplazamientos y deformaciones se añadan sucesivamente a los totales previos, según se avanza en el dominio del tiempo.

En cada etapa se lleva a cabo en el dominio del espacio un análisis directo de la rigidez basado en la compatibilidad de desplazamientos, en el que las ecuaciones de equilibrio resultantes serán no-lineales, para reflejar propiedades del material y de la geometría a lo largo del tiempo.

Para tener en cuenta la no-linealidad geométrica, se usa una formulación de Lagrange actualizada, en la que la dirección del sistema de coordenadas locales se actualiza continuamente a la vez que la estructura se deforma. Las fuerzas internas y las rigideces se calculan en el sistema de coordenadas locales para cada elemento y se transforman al sistema de coordenadas globales, donde las ecuaciones de equilibrio para la estructura global se ensamblan por el método directo de rigidez y se resuelven. De esta forma, la matriz de transformación de desplazamientos de cada elemento, que cambia de forma continua, tiene en cuenta el efecto de la no-linealidad geométrica, junto con el carácter no-lineal de la relación deformación-desplazamiento.

Las ecuaciones de equilibrio total (9a) o tangencial (9b) expresadas en forma matricial son:

$$Kr = R \quad (9a)$$

$$K_t dr = dR \quad (9b)$$

en las que las matrices de rigidez K o K_t son funciones del desplazamiento r y de las propiedades del material. Las ecuaciones (9a) o (9b) se resuelven por ordenador usando un método de incrementos de carga con iteraciones para cada uno de los mismos.

En NASHL se facilita una opción para usar la rigidez tangente o la rigidez constante durante cada etapa o series de iteración. Además, se puede especificar un

procedimiento de control de desplazamientos cuando se han de analizar estructuras que presentan grandes deformaciones.

Los programas de ordenador NASHL hacen posible analizar láminas de hormigón armado y pretensado de formas arbitrarias y vigas de borde. Para cada intervalo de tiempo se pueden especificar como datos de entrada las cargas exteriores: la gravedad, cargas superficiales, presión, pretensado, cargas en nudos, así como desplazamientos y cambios de temperatura. Se pueden realizar varios tipos de análisis: 1) análisis elástico lineal; 2) análisis no-lineal con cualquiera de los siguientes casos: no-linealidad geométrica, no-linealidad del material y fenómenos dependientes del tiempo.

4. EJEMPLOS NUMERICOS

Se presentan aquí los resultados numéricos de cuatro ejemplos obtenidos con NASHL para ilustrar las aplicaciones y capacidades del programa. El ejemplo 1 es una lámina cilíndrica de hormigón armado, con vigas de borde armadas o pretensadas.

El ejemplo 2 es una lámina cilíndrica pretensada con vigas de borde también pretensadas. El ejemplo 3 es una lámina de hormigón armado de forma libre con o sin imperfecciones iniciales. El ejemplo 4 es una lámina de hormigón armado formada por dos paraboloides hiperbólicos con vigas de coronación y de borde.

4.1. EJEMPLO 1: + LAMINA CILINDRICA DE HORMIGON ARMADO CON VIGA DE BORDE ARMADA O PRETENSADA

Una serie de once láminas cilíndricas, simplemente apoyadas en los dos extremos y construidas en hormigón armado, se han probado experimentalmente por Bouma (34). Las láminas eran modelos a escala 1/8 de estructuras reales y tenían idéntica sección transversal y vigas de borde, pero diferentes luces y cuantía de armaduras. En este ejemplo, se ha escogido la lámina denominada A2 (fig. 1). Las cargas sobre este modelo fueron el peso propio de la lámina de 41 psf y una carga lineal de 33,6 lb/ft en cada viga de borde, y se añadía un 25 % de estas cargas como carga viva. La carga total en el modelo era, por tanto, de 3.360 lb. En el ensayo esta carga se fue aumentando escalonadamente hasta el colapso final.

El NASHL (32) se usó para determinar analíticamente la respuesta no-lineal y la carga de rotura de la lámina. La geometría de la lámina se muestra en la figura 5. Debido a la simetría se modeló sólo un cuarto de la misma formado por 6 elementos lámina y 6 elementos viga (fig. 6). El espesor del elemento lámina se dividió en seis capas mientras que se usaron 10 capas para cada una de las dos direcciones de la sección transversal de la viga. El modelo se cargó proporcionalmente para conseguir una carga de referencia de 1,0 psi en la superficie de la lámina y 7,78 lb/in en cada viga de borde. La carga distribuida se substituyó por cargas nodales a efecto del análisis.

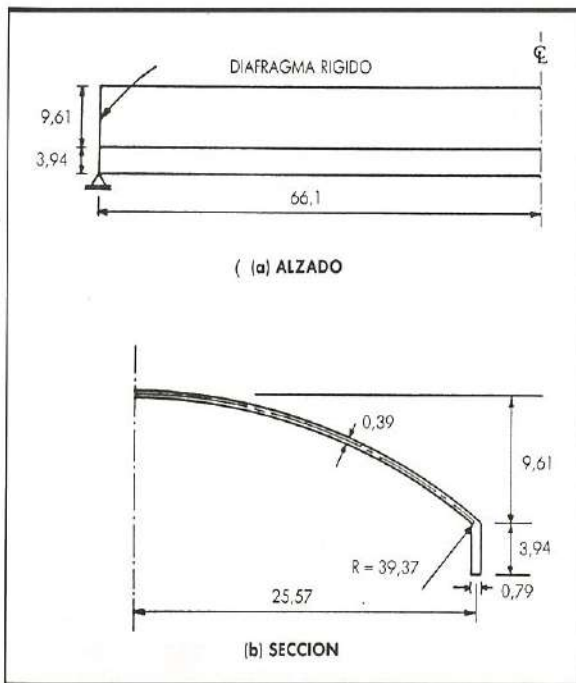


FIGURA 5. EJEMPLO 1. Lámina cilíndrica (dimensiones en pulgadas).

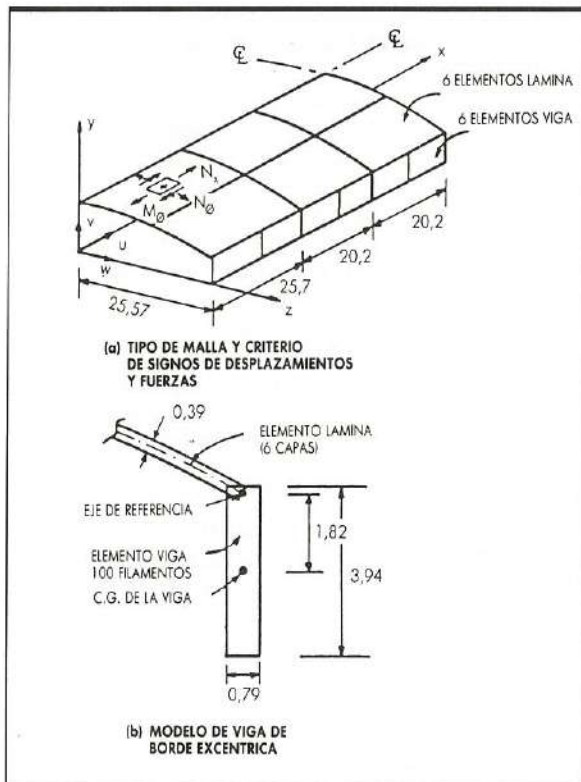


FIGURA 6. EJEMPLO 1. Disposición de la malla en la lámina y vigas de borde (dimensiones en pulgadas).

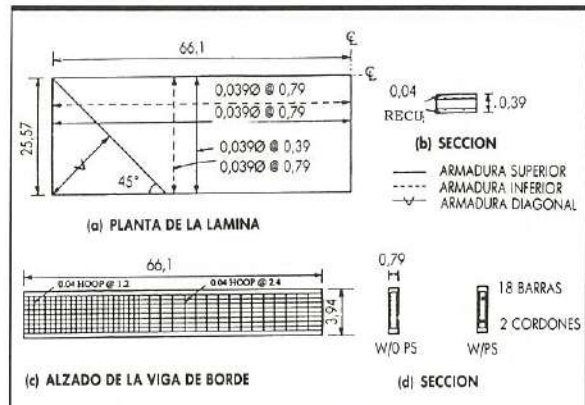


FIGURA 7. EJEMPLO 1. Armado de la lámina y vigas de borde. Con y sin pretensado en la viga de borde (dimensiones en pulgadas).

Los detalles de las armaduras utilizadas en el análisis se muestran en la figura 7. La sección de acero en la viga de borde se reemplaza por 10 alambres de acero equidistantes. Los datos de los materiales usados en el análisis son:

Hormigón

$$\begin{aligned} E_c &= 4,37 \cdot 10^3 \text{ ksi} \\ f'_c &= 4,12 \text{ ksi} \\ f_t &= 0,711 \\ \nu &= 0,3 \\ \epsilon_c &= 2 f'_c / E_0 \end{aligned}$$

Acero

$$\begin{aligned} E_s &= 29,9 \cdot 10^3 \text{ ksi} \\ E_{sh} &= 0,0 \text{ ksi} \\ f_y &= 42,7 \text{ ksi} \\ \epsilon_{uw} &= 0,1 \end{aligned}$$

En la figura 9 se presenta la respuesta carga-desplazamiento resultante para la lámina obtenida usando NASHL junto con los resultados de Bouma y col. La concordancia entre los resultados analíticos y experimentales es satisfactoria para el caso en que se

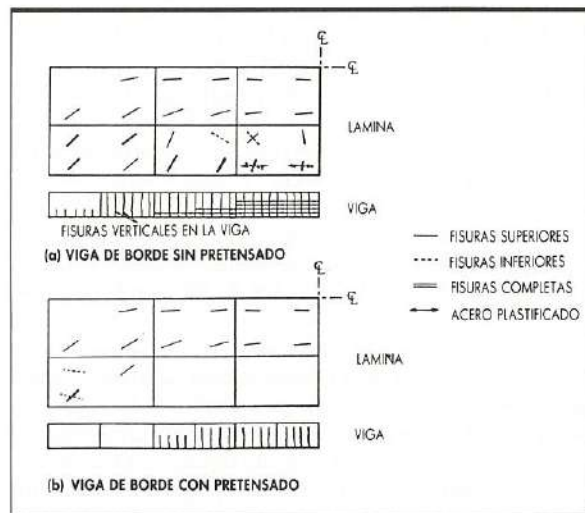


FIGURA 8. EJEMPLO 1. Modelos de fisuras en la lámina y las vigas, con y sin pretensado en viga de borde.

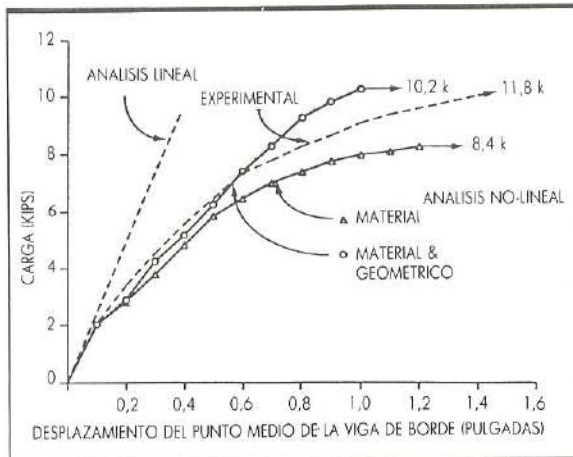


FIGURA 9. EJEMPLO 1. Curvas cargas/desplazamientos para vigas de borde armadas.

incluye la no-linealidad geométrica. Se obtiene una carga de rotura de 8,4 k en el análisis en que se incluye solamente la no-linealidad del material. Este resultado es cercano al que se obtiene con la teoría de vigas. Sin embargo, cuando se incluye la no-linealidad geométrica se obtiene una carga de rotura de 10,2 k. Esto significa un incremento de un 21 % en la resistencia, pero aún es más baja que la carga de rotura de 11,8 k obtenida en el ensayo.

Investigando el modelo de rotura en el caso de incluir la no-linealidad geométrica, se observa que la cedencia inicial remanente del acero longitudinal de la lámina origina mayores desplazamientos y fisuraciones, rompiendo finalmente por tensión diagonal cerca de los puntos de apoyo. Los tipos de fisuras se muestran en la figura 8a.

Se ha realizado una comprobación estática en el centro del vano, en el caso de incluir la no-linealidad geométrica, para una carga de 9,7 k justamente antes de romper la lámina. El momento externo en el centro del vano debido a esta carga es de 80,6 *inch-kips*. La integración de las tensiones internas en el centro del vano da una tracción de 7,86 *kip* y una compresión de 7,97 *kips*. Teniendo en cuenta la geometría deformada, el momento interno en el centro del vano se puede calcular por integración de las tensiones multiplicadas por sus brazos, alcanzando un valor de 80,4 *inch-kips*. De esta forma la comprobación estática de los resultados analíticos resulta excelente.

Más recientemente la misma lámina se analizó usando NASHL1 (33), con o sin pretensado en las vigas de borde, consistente en dos tendones rectos adheridos en cada viga como se indica en la figura 7. El acero de pretensar tenía $E_p = 29,0 \times 10^6$ *ksi* y $f_{py} = 247$ *ksi*. Una comparación de los dos análisis se muestra en la figura 10. Se puede observar que los principales efectos de añadir el pretensado han sido el significativo incremen-

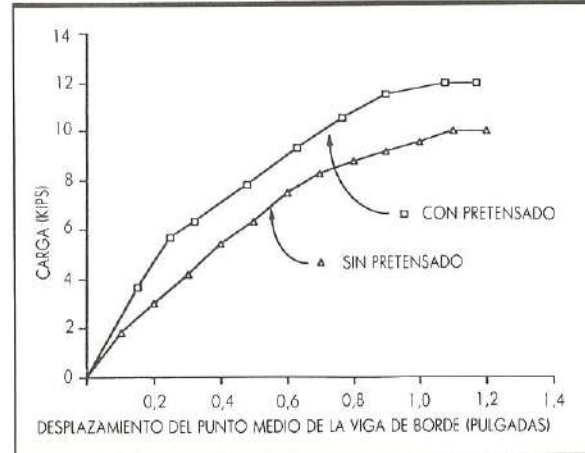


FIGURA 10. EJEMPLO 1. Curvas cargas/desplazamientos para vigas de borde armadas y pretensadas.

to del campo de comportamiento lineal y el incremento de la carga de rotura hasta 12,0 k. La comparación de los tipos de fisura analítica para las dos láminas con la misma carga (fig. 8) muestra que la adición del pretensado en la viga de borde, supone una significativa reducción de la fisuración.

4.2. EJEMPLO 2: LÁMINA CILÍNDRICA CON PRETENSADO EN LA LÁMINA Y VIGAS DE BORDE

Bouma (34) ensayó también una lámina cilíndrica con pretensado en la lámina y en las vigas de borde. En las figuras 11, 12 y 13 se muestran la geometría de la lámina, las armaduras y los tendones de pretensado. Todos los tendones de pretensado son alambres sencillos de 2 mm de diámetro. Tanto en la lámina como en las vigas de borde tienen un perfil definido por la ecuación siguiente:

$$\beta = a_i \alpha + b_i \quad (10)$$

donde a_i y b_i son constantes dadas para cada tendón. β y α se definen en la figura 11. Se emplearon los materiales con las siguientes características:

Hormigón

$$\begin{aligned} E_c &= 33,675 \text{ N/mm}^2 \\ f_c &= 27,670 \text{ N/mm}^2 \\ f_t &= 3,4 \text{ N/mm}^2 \\ \nu &= 0,2 \\ \Gamma_c &= 25 \text{ KN/m}^3 \end{aligned}$$

Acero

$$\begin{aligned} E_s &= 210,000 \text{ N/mm}^2 \\ E_{sh} &= 10,500 \text{ N/mm}^2 \\ f_y &= 300 \text{ N/mm}^2 \\ \epsilon_{su} &= 0,1 \end{aligned}$$

Acero de pretensar

$$\begin{aligned} E_p &= 200,000 \text{ N/mm}^2 \\ f_{py} &= 1,700 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

La lámina se analizó en primer lugar por Hofstetter (11). Recientemente, Roca (33) analizó la misma lá-

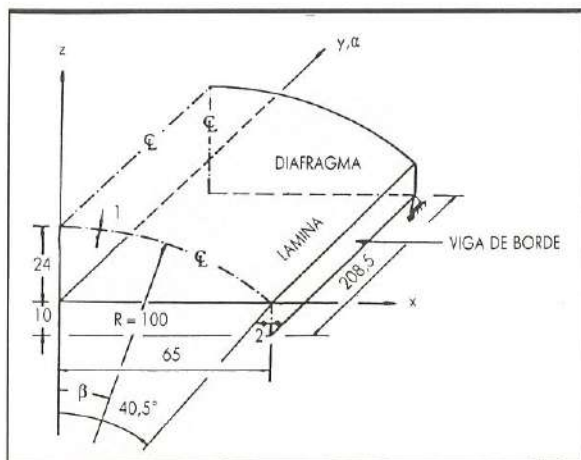


FIGURA 11. EJEMPLO 2. Geometría de la lámina cilíndrica pretensada (dimensiones en cm).

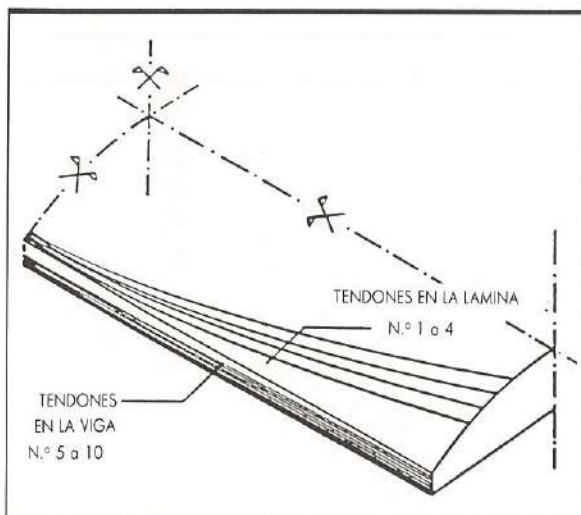


FIGURA 12. EJEMPLO 2. Tendones de pretensado en la lámina y vigas de borde.

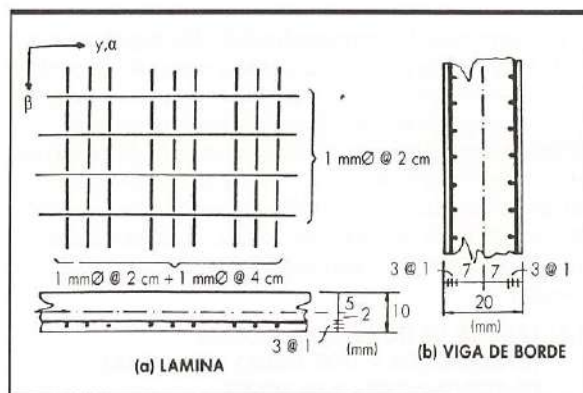


FIGURA 13. EJEMPLO 2. Armado de la lámina y viga de borde.

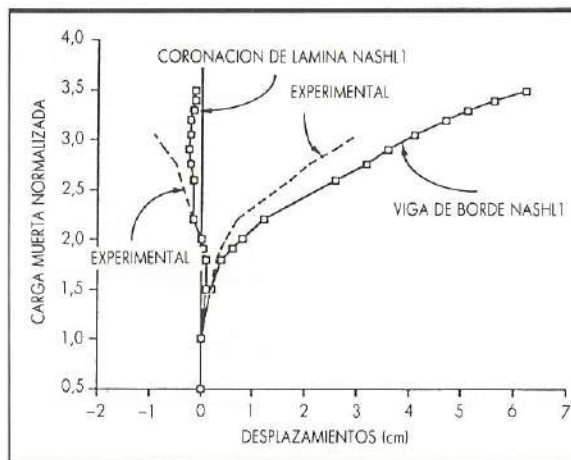


FIGURA 14. EJEMPLO 2. Curva carga/desplazamiento en el centro del vano de la viga de borde y la coronación de la lámina.

mina utilizando el NASHL1. Debido a la simetría solamente se usó un cuarto de la lámina en el modelo analítico. Se usaron 8 elementos para definir la lámina, mientras que la viga de borde se definió con 4 elementos lámina.

En la figura 14 se muestra una comparación de los puntos de la curva carga-desplazamiento obtenidos por el análisis de NASHL1 y los resultados experimentales. Los resultados de NASHL1 indican una fisuración vertical en las vigas de borde para una carga de 1,5 veces la carga de proyecto. Las fisuras longitudinales aparecen a lo largo de la coronación de la lámina para una carga doble de la de proyecto, lo que coincide con un cambio en la pendiente de la curva descarga-desplazamiento (fig. 14). Estas observaciones coinciden de forma muy aproximada con los resultados de los ensayos de Bouma y con el análisis de Hofstetter. El NASHL1 también predijo correctamente el cambio experimental de signo del desplazamiento vertical en la coronación (fig. 14).

4.3. EJEMPLO 3: LAMINA DE HORMIGÓN ARMADO DE FORMA LIBRE CON Y SIN IMPERFECCIONES INICIALES

Kolleger (13) realizó recientemente un estudio analítico y experimental de una lámina de hormigón armado con forma libre (fig. 15). La lámina tiene unas dimensiones en planta de $5,5 \times 5,5$ m y una altura máxima de 1 m. La lámina tiene un espesor en coronación de 22 mm. En los apoyos el espesor crece progresivamente hasta 58 mm en el punto más bajo. Las armaduras se muestran en las figuras 17 y 18. Estudió la influencia de una imperfección geométrica en la forma de la lámina respecto a su carga de rotura.

Roca (33) analizó la misma lámina con y sin imperfecciones usando el NASHL1. Debido a la simetría solamente se empleó un cuarto de la lámina en el modelo analítico. La malla de elementos finitos empleada en el análisis se muestra en la figura 15(c). La geometría de

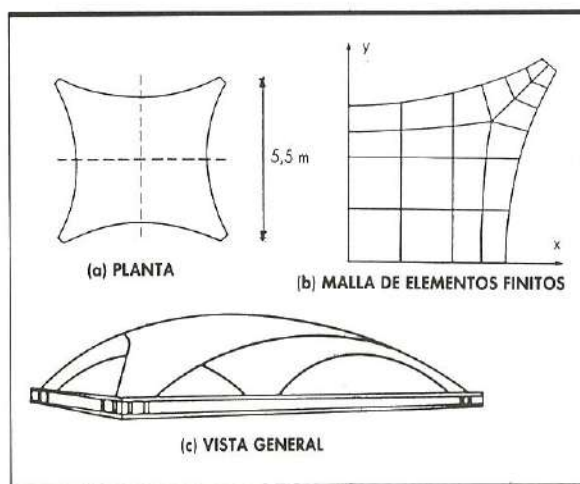


FIGURA 15. EJEMPLO 3. Lámina de hormigón armado de forma libre.

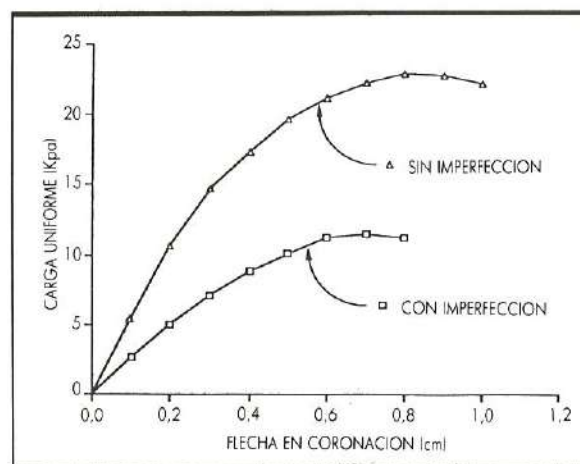


FIGURA 16. EJEMPLO 3. Curva cargas/flechas de la coronación, con y sin imperfecciones.

la lámina con imperfecciones se basaba en un modelo deformado obtenido en un análisis previo. Este modelo deformado se generó sometiendo al modelo a una carga uniforme de 2 Kpa sobre la proyección horizontal y multiplicando los desplazamientos así obtenidos de manera que la flecha en la coronación fuese de 2 cm. La forma así obtenida se usó para definir las imperfecciones iniciales y se aplicaron las cargas externas para llevar a cabo el análisis no-lineal. Las propiedades de los materiales empleados eran:

Hormigón

$$\begin{aligned} E_c &= 32,000 \text{ N/mm}^2 \\ f_c &= 60 \text{ N/mm}^2 \\ f_t &= 6 \text{ N/mm}^2 \\ \nu &= 0,2 \\ \Gamma_c &= 25 \text{ KN/m}^3 \end{aligned}$$

Acero

$$\begin{aligned} E_s &= 210,000 \text{ N/mm}^2 \\ E_{sh} &= 0,0 \text{ N/mm}^2 \\ f_y &= 600 \text{ N/mm}^2 \\ \epsilon_{su} &= 0,1 \end{aligned}$$

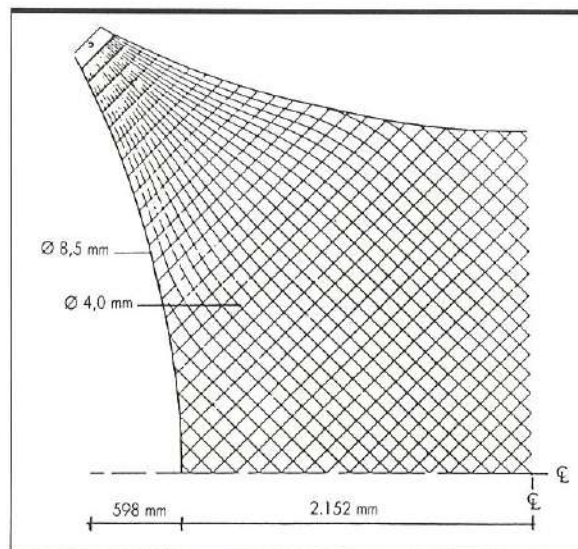


FIGURA 17. EJEMPLO 3. Armado de la lámina.

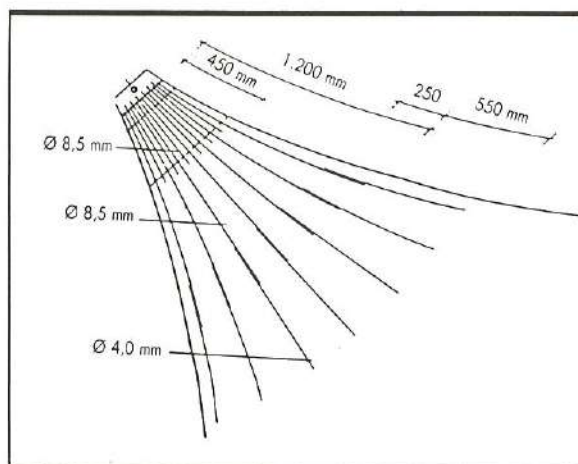


FIGURA 18. EJEMPLO 3. Armaduras adicionales en el soporte.

Las curvas de la carga en función del desplazamiento de la coronación para los dos casos, con y sin imperfecciones, se muestran en la figura 16. Se puede observar que las imperfecciones geométricas han causado una dramática reducción de la carga de rotura de la estructura: Una imperfección geométrica del orden del espesor de la lámina ha producido una reducción de alrededor del 50 % de la carga de rotura, confirmando así que la no-linealidad geométrica ha de ser tomada en cuenta.

4.4. LÁMINA DE DOS PARABOLOIDES HIPERBÓLICOS A DOS AGUAS CON VIGAS DE CORONACION Y DE BORDE

En este ejemplo se analiza una lámina formada por dos paraboloides hiperbólicos a dos aguas, para determinar

su comportamiento bajo la influencia de cargas vivas y muertas. Se demuestran la importancia de la no-linealidad geométrica y la fluencia y retracción.

Las dimensiones de la lámina empleada en el presente ejemplo se muestran en la figura 19. La lámina tiene dimensiones en planta de 80×80 ft, una altura de tan sólo 8 ft y un espesor constante de 3 in. El tamaño de las vigas de borde y coronación son respectivamente $B \times H$ y $b \times h$. Se han realizado una serie de análisis no-lineales usando NASHL, todos con las mismas dimensiones de viga de borde $b \times h = 12 \times 16$ in, pero con dos tamaños diferentes para la viga de coronación, $B \times H = 24 \times 8$ in y 48×12 in. Aquí se presentan solamente los resultados de la viga de coronación mayor ($B \times H = 48 \times 12$ in) para mostrar el efecto perjudicial de usar una viga sobredimensionada.

Se presentan los resultados seleccionados para demostrar el dramático descenso de la carga de rotura que puede ocurrir cuando se incluyen la no-linealidad geométrica y del material y los fenómenos reológicos. Debido a las simetrías, tan sólo se tomó un cuarto de lámina en el modelo analítico. Para su análisis con el NASHL se tomaron mallas de 4×4 ó 2×2 elementos.

La disposición de las armaduras (fig. 20) para la lá-

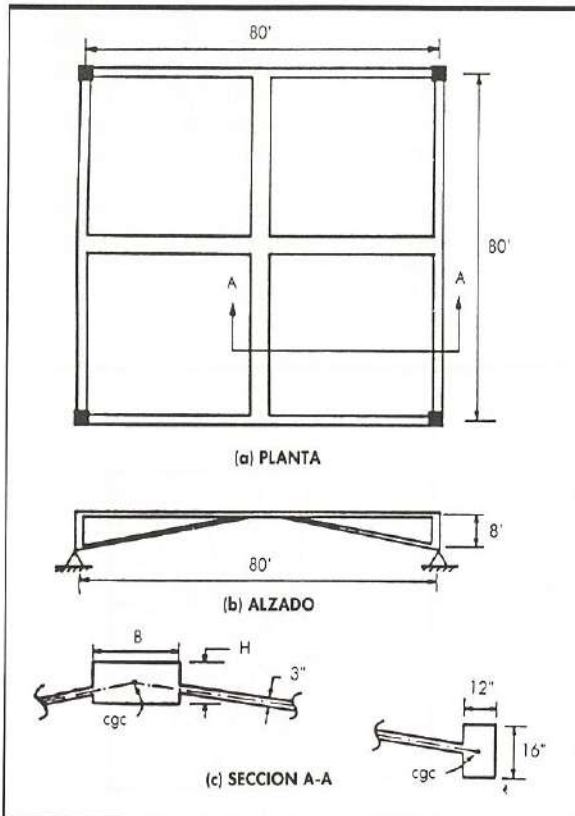


FIGURA 19. EJEMPLO 4. Geometría de la lámina de dos paraboloides hiperbólicos a dos aguas.

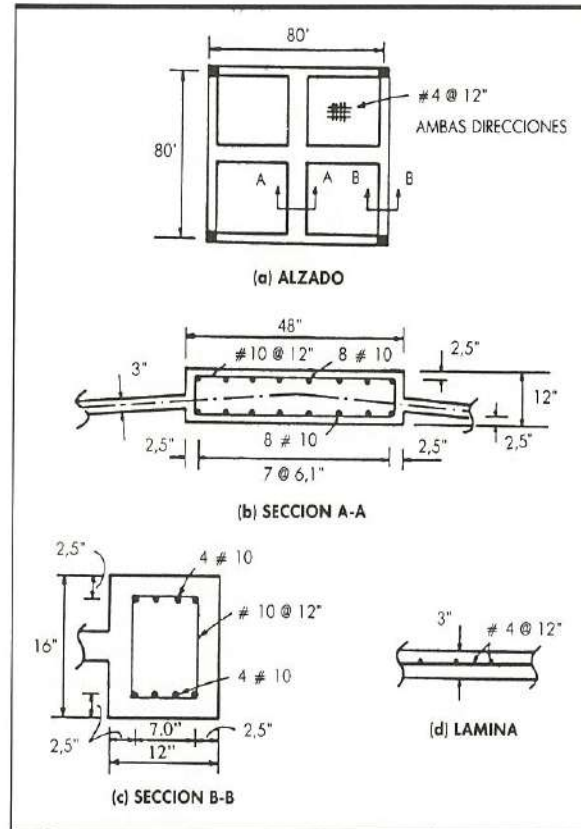


FIGURA 20. EJEMPLO 4. Armaduras en la lámina y las vigas de borde.

mina y las vigas se proyectó en base a la teoría de la membrana para una carga muerta (CM) más una carga viva (CV) de 20 psf.

Las propiedades de los materiales empleados en el análisis son:

Hormigón

$$\begin{aligned} E_c &= 3,33 \cdot 10^3 \text{ ksi} \\ f_c &= 3,0 \text{ ksi} \\ f_t &= 0,471 \\ v &= 0,15 \\ \beta &= 0,5 \\ \epsilon_c &= 2 f_c / E_c \end{aligned}$$

Acero

$$\begin{aligned} E_s &= 29,0 \cdot 10^3 \text{ ksi} \\ E_{sh} &= 0,0 \text{ ksi} \\ f_y &= 60,0 \text{ ksi} \\ \epsilon_{su} &= 0,1 \end{aligned}$$

Se usaron las recomendaciones del ACI para la fluencia y retracción.

Todos los análisis no-lineales se realizaron aplicando en primer lugar la carga muerta (CM) total de la lámina y vigas, añadiendo múltiplos de 20 psf como carga viva (CV) hasta rotura.

Los resultados del desplazamiento de la coronación obtenidos del análisis de un modelo de hormigón homogéneo sin fisuras, con y sin linealidad geométrica, indican que la carga de rotura en este último caso es

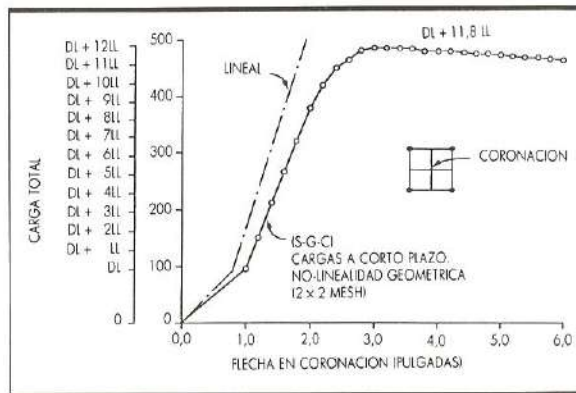


FIGURA 21. EJEMPLO 4. Curvas cargas/flechas de la coronación para un modelo analítico de hormigón homogéneo sin fisuras.

CM + 11,8 CV. La respuesta es casi lineal hasta una carga CM + 10,0 CV, a partir de la cual el cambio continuo de la geometría origina inestabilidad local en las proximidades de la coronación, donde la curvatura de la lámina es mínima (fig. 24) y la fuerza axial es máxima.

La figura 22 muestra los resultados de tres análisis para el modelo analítico de hormigón armado de una lámina de dos paraboloides hiperbólicos a dos aguas, incluyendo el comportamiento no-lineal del material, tal como la fisuración, etc. Primero, cargando durante un corto período de tiempo y tomando en consideración solamente la no-linealidad del material, la carga de rotura fue CM + 6,5 CV. Segundo, cargando durante un corto período de tiempo y tomando en consideración la no-linealidad geométrica y del material, la carga de rotura cae a CM + 3,3 CV. Finalmente, para el caso en que la carga muerta se aplica primero y se deja durante cinco meses, en los que la fluencia y la retracción originan un incremento en las flechas y una redistribución de tensiones, y posteriormente se aplican los incrementos de la

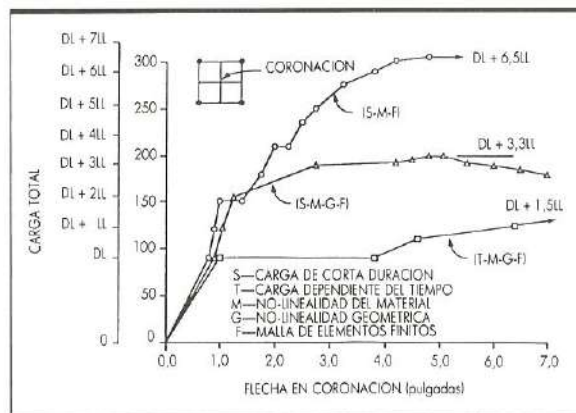


FIGURA 22. EJEMPLO 4. Curvas cargas/flechas en coronación para un modelo analítico en hormigón armado fisurado, etc.

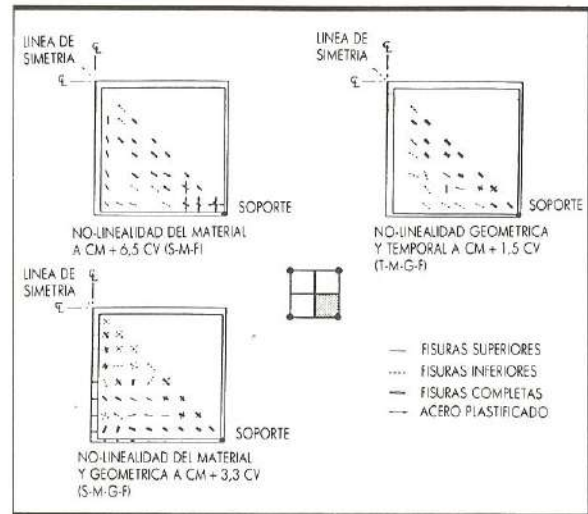


FIGURA 23. EJEMPLO 4. Tipos de fisuras para carga de rotura en los tres casos no-lineales de la figura 22.

carga viva en la estructura considerando la no-linealidad geométrica y del material, la carga de rotura cae a CM + 1,5 CV. Esto ilustra la gran disminución en la carga de rotura que puede ocurrir en láminas de este tipo cuando se incluye en el análisis la no-linealidad. Resultados generalmente similares se han encontrado recientemente por Gallegos y Schnobrich (23).

Esta disminución en la capacidad de carga es debida, en primer lugar, a la redistribución de fuerzas axiales entre la lámina y la viga de coronación y por ello una ampliación del efecto $P-\delta$ en la región de la coronación. Esta redistribución ocurre debido a la fisuración y a la fluencia y retracción.

Los tipos de fisuras para la carga de rotura en los

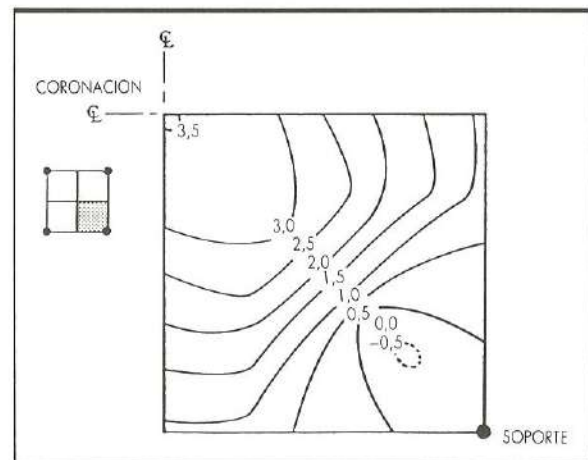


FIGURA 24. EJEMPLO 4. Líneas de desplazamiento para CM + 11,8 CV en el caso de no-linealidad geométrica de la figura 21.

Es lo nuestro,
*de nuestra investigación y experiencia nacen los
productos que triunfan en la construcción*

TECNOLOGIA Y EXPERIENCIA EN OBRA

*Un equipo de profesionales
a su servicio*

HORMIGON

Reparación

Morteros preparados : Texland

Refuerzo

Resinas epoxi : Epokol

Inyección de fisuras y microfisuras

Sistema Bics

Protección

Epopint DC - 70



texsa

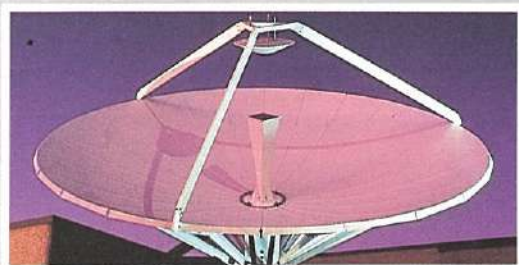
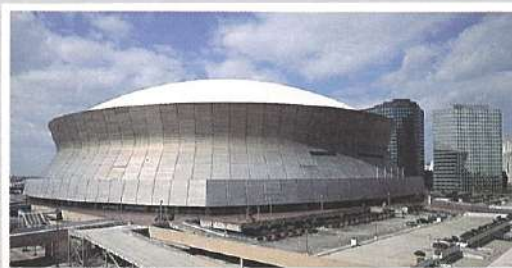
DIVISION OBRA PUBLICA

40 delegaciones en España

Presente en 50 países

Barcelona (93) 331 40 00

Madrid (91) 754 45 61



Fibra de líderes.

Los líderes de la moderna industria de la construcción utilizan en la fabricación de sus materiales la Fibra de Vidrio de Refuerzo VETROTEX por sus grandes prestaciones: resistencia mecánica y ligereza, aislamiento térmico, estabilidad dimensional y larga duración.

VETROTEX forma parte importante en la fabricación y acabado de placas de cubiertas, cemento reforzado, revestimiento, paneles de fachada, construcciones industriales, sanitarios... una extensísima gama de aplicaciones en diferentes transformados que se benefician de las ventajas que les aporta VETROTEX.

VETROTEX, líder europeo de Fibra de Vidrio de Refuerzo, investiga y colabora con todos los sectores líderes de la industria, testando sus propios productos a escala industrial y prestando la más completa asistencia técnica a sus clientes transformadores.



Hilos y filamentos de vidrio de refuerzo

tres análisis con no-linealidad del material (fig. 22) se muestran en la figura 23. En todos los casos la fisuración comienza cerca del soporte y se propaga hacia arriba a lo largo de la diagonal. El tipo de fallo es dúctil para el caso de carga de corta duración con consideración solamente de la no-linealidad del material. Sin embargo, cuando se incluye la no-linealidad geométrica, los tipos de rotura son frágiles para ambos casos de carga. En este último caso, la fisuración adicional en los elementos de apoyo deteriora aún más la rigidez de la lámina y produce el colapso final de la estructura.

5. INVESTIGACION FUTURA, DESARROLLO Y APLICACIONES

Se ha presentado una revisión de la investigación, desarrollo y aplicaciones del análisis no-lineal de las láminas de hormigón armado y pretensado. Este trabajo se inició por unos pocos investigadores al comienzo de la década de los setenta. Se ha continuado por un creciente número de investigadores en la década de los ochenta, lo que ha dado lugar en la misma a un progreso sustancial en los modelos analíticos no-lineales, métodos de análisis y programas de ordenador para predecir la respuesta con consideración de los efectos reológicos y la no-linealidad geométrica y del material de láminas de hormigón armado y pretensado, en sus campos de comportamiento elástico, de fisuración, inelástico y en rotura.

Se necesitan investigaciones futuras para comparar los resultados analíticos con los experimentales disponibles u otros nuevos cuidadosamente preparados (véase, p. ej., Ref. 18). Se necesitan establecer ensayos normalizados. Se precisa continuar la investigación básica en modelos analíticos de materiales compuestos incluyendo fisuración, rigidización de esfuerzos, fluencia y retracción, momentos torsores acoplados en elementos viga y otros fenómenos. Solamente un limitado número de investigaciones han incorporado, hasta el momento, el pretensado en los modelos analíticos, lo que añade una complejidad adicional a la solución y necesita mayor estudio. Se debería añadir un análisis que permitiera seguir la respuesta de la estructura en cualquier etapa de su construcción.

Se necesita seguir el desarrollo de los programas de ordenador para estas soluciones complejas, de manera que los datos de entrada y salida sean fácilmente interpretados. Se necesita complementar los programas pre y postproceso, incluyendo gráficos por ordenador, antes que las soluciones se usen ampliamente. Lo más importante de todo sería que los programas estuvieran bien documentados y disponibles para todos aquellos que deseen usarlos.

Indudablemente aumentarán las aplicaciones futuras para problemas especialmente complejos en proyectos importantes y de altos costes, a causa de la falta de otra alternativa razonable. Se deberían llevar a cabo estudios de determinados problemas en proyectos importantes, tales como respuestas al pandeo y en función del

tiempo, para varios tipos de láminas de hormigón armado y pretensado, de forma que se puedan establecer normas acordes con la realidad de los proyectos.

6. CONCLUSIONES

Como alguien que ha tenido un especial interés en enseñar, investigar y asesorar en el campo de las láminas de hormigón armado y pretensado durante los últimos treinta años, yo creo que se ha hecho un enorme progreso en nuestra capacidad analítica para predecir su respuesta. Por supuesto, el último objetivo de esta mejora es su puesta a disposición del proyectista para producir estructuras mejores, más seguras y más económicas, independientemente de su complejidad. Este es un desafío permanente, continuado y motivador para todos los ingenieros estructuralistas.

7. RECONOCIMIENTOS

Quiero mostrar mi agradecimiento a las contribuciones a este campo de estudio de muchos estudiantes, citados y no citados en este trabajo. Mención especial merecen Sajid Abbas y Pedro Roca por su ayuda en la preparación de este trabajo.

8. REFERENCIAS

1. NGO, D. y SCORDELIS, A. C. «Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams», *ACI Journal*, vol. 64, núm. 3, march 1967.
2. ARGYRIS, J. H.; FAUST, G.; SZIMMET, J.; WARNKE, K. J. y WILLAM, K. J. «Recent Developments in the Finite Element Analysis of Prestressed Concrete Reactor Vessels», 2nd International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, september 1973.
3. ARGYRIS, J. H.; FAUST, G. y WILLAM, K. J. «Limit Load Analysis of Thick Walled Concrete Structures - A Finite Element Approach to Fracture», *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 8, 1976.
4. ARNESEN, A.; BERGAN, P. G. y SORENSEN, S. I. (1980). «Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Structures», *Computers and Structures*, vol. 12, 1980.
5. ARNESEN, A.; BERGAN, P. G. y OTTOSEN, N. S. «Large Scale Analysis of Gravity Platforms», *Proc. JABSE Colloquium on Computational Mechanics of Concrete Structures*, Delft, Netherlands, august 1987.
6. GUPTA, A. K. y AKBAR, H. «Cracking in Reinforced Concrete Analysis», *Journal of Structural Engineering*, ASCE, vol. 110, núm. 8, august 1984.
7. MAESTRINI, S. R. y GUPTA, A. K. «Membrane Behavior of Reinforced Concrete Shell Elements Including Tension Stiffening», *Research Report*, Department of Civil Engineering, North Carolina State University, february 1987.
8. CERVERA, M.; KENT, A. J. y HINTON, E. «A Finite Element Model for the Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Shell Structures», *Proc. IASS Symposium on Computational Aspects*, Leuven, Belgium, Springer-Verlag, july 1986.
9. MANG, H. A. y FLOEGL, H. «Tension Stiffening Concept for Reinforced Concrete Surface Structures», *Proc. of JABSE Colloquium on Advanced Mechanics of Reinforced Concrete*, Delft, Netherlands, june 1981.

10. MANG, H. A.; FLOEGL, H.; TAPPEL, I., y WALTER, H. (1988). «Wind-Loaded Reinforced Concrete Cooling Towers: Buckling or Ultimate Load?», *Engineering Structures*, núm. 5.
11. HOFSTETTER, G., y MANG, H. A. (1986). «Nonlinear Finite Element Analysis of Prestressed Concrete Shells», *Numerical Methods for Nonlinear Problems*, vol. 3, Pineridge Press, Swansea, U.K.
12. KOLLEGER, J.; SCHULZ, J., y MELHORN, G. «Material Model for the Analysis of Reinforced Concrete Shells», *Proc. Conference on Numerical Methods in Engineering Theory and Applications*, Swansea, 1987.
13. KOLLEGER, J., y MELHORN, G. «Ultimate Load Experiment on a Free Form Reinforced Concrete Shell», *Forschungsbericht Nr. 7 aus dem Fachgebiet Massivbau der Gesamthochschule, Kassel*, 1989.
14. THANNON, A. Y.; BICANIC, N., y OWEN, D. R. J. «Ultimate Load Analysis of Eccentrically Stiffened Shell Structures», *Proc. JABSE Colloquium on Computational Mechanics of Concrete Structures*, Delft, Netherlands, august 1987.
15. RAMM, E., y KOMPFFNER, T. A. «Reinforced Concrete Shell Analysis Using an Inelastic Large Deformation Finite Element Formulation», *Proc. Int. Conf. on Computer-Aided Analysis and Design*, Split, Yugoslavia, 1984.
16. RAMM, E. «Ultimate Load and Stability Analysis of Reinforced Concrete Shells», *Proc. JABSE Colloquium on Computational Mechanics of Concrete Structures*, Delft, Netherlands, august 1987.
17. RASHID, Y. R. «Analysis of Prestressed Concrete Pressure Vessels», *Nuclear Engineering and Design*, vol. 7, núm. 4, april 1968.
18. DAMERON, R. A.; DUNHAM, R. S.; RASHID, Y. R., y TANG, H. T. (1988). «Analytical Correlation and Post-Test Analysis of the Sandia 1:6 Scale Reinforced Concrete Containment Test», *Proc. 4th Workshop on Containment Integrity*, NUREG/CP-0095, Sandia National Laboratories.
19. HAND, R. R.; PECKNOLD, D. A., y SCHNOBRICH, W. C. «Nonlinear Layered Analysis of RC Plates and Shells», *Journal of the Structural Division, ASCE*, vol. II, ST7, july 1973.
20. SCHNOBRICH, W. C. «Behavior of Reinforced Concrete Structures Predicted by the Finite Element Method», *Proc. 2nd National Symposium on Computerized Structural Analysis*, Washington, D.C., march 1976.
21. SCHNOBRICH, W. C. «Prediction of Nonlinear Behavior of Reinforced Concrete Shells», *Proc. IASS Symposium on Nonlinear Behavior of Reinforced Concrete Structures*, vol. 3, Darmstadt, july 1978.
22. MILFORD, R. V., y SCHNOBRICH, W. C. «Nonlinear Behavior of Reinforced Concrete Cooling Towers», *University of Illinois, Structural Research Series*, núm. 514, may 1984.
23. GALLEGOS-CAZARES, S., y SCHNOBRICH, W. C. «Effects of Creep and Shrinkage on the Behavior of Reinforced Concrete Gable Roof Hyperbolic Paraboloids», *University of Illinois, Structural Research Series*, núm. 543, november 1988.
24. LIN, C. S., y SCORDELIS, A. C. «Nonlinear Analysis of RC Shells of General Form», *Journal of the Structural Division, Proceedings ASCE*, vol. 101, núm. ST3, march 1975.
25. MUELLER, G.; KABIR, A. F., y SCORDELIS, A. C. «Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Hyperbolic Paraboloid Shells», *IASS Symposium on Nonlinear Behavior of Reinforced Concrete Structures*, vol. 1, Darmstadt, Germany, july 1978.
26. KABIR, A. F., y SCORDELIS, A. C. «Analysis of RC Shells for Time Dependent Effects», *Bulletin of the International Association for Shell and Spatial Structures*, vol. XXI, núm. 69, april 1979.
27. SCHAPER, G., y SCORDELIS, A. C. «Comparative Linear and Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete HP Groined Vaults», *Bulletin of the International Association of Shell and Spatial Structures*, vol. XXIII, núm. 79, august 1983.
28. SCORDELIS, A. C., y CHAN, E. C. (1987). «Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Shells», *Proc. ACI Symposium on Computer Applications in Concrete Technology*, San Francisco, ACI Special Publication SP-98.
29. LIN, C. S. «Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Slabs and Shells», *Ph. D. Dissertation, Structural Engineering and Structural Mechanics Report núm. UC-SESM 73-7*, University of California, Berkeley, april 1973.
30. KABIR, A. F. «Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Panels, Slabs and Shells for Time Dependent Effects», *Ph. D. Dissertation, Structural Engineering and Structural Mechanics Report núm. UC-SESM 76-6*, University of California, Berkeley, december 1976.
31. VAN GREUNEN, J. «Nonlinear Geometric, Material and Time Dependent Analysis of Reinforced and Prestressed Concrete Slabs and Panels», *Ph. D. Dissertation, Structural Engineering and Structural Mechanics Report núm. UC-SESM 79-3*, University of California, Berkeley, october 1979.
32. CHAN, E. C. «Nonlinear Geometric, Material and Time Dependent Analysis of Reinforced Concrete Shells with Edge Beams», *Ph. D. Dissertation, Structural Engineering and Structural Mechanics Report núm. UC-SESM 82-8*, University of California, Berkeley, december 1982.
33. ROCA, P. «A Numerical Model for the Nonlinear Analysis of Prestressed Concrete Shells» (in Spanish), *Doctoral Dissertation, Technical University of Catalonia, Barcelona, Spain*, septembre 1988.
34. BOUMA, A. L.; VAN RIEL, A. C.; VAN KOTEN, H., y BERANEK, W. J. (1961). «Investigations on Models of Eleven Cylindrical Shells Made of Reinforced and Prestressed Concrete», *Proc. Symposium on Shell Research*, Delft.