

ANÁLISIS RETROSPECTIVOS USANDO UN CRITERIO DE MÁXIMA VEROSIMILITUD (1)

A. LEDESMA (*)
A. GENS (*)
E. E. ALONSO (*)

RESUMEN. El artículo presenta una formulación probabilística del problema del análisis retrospectivo, basado en un criterio de máxima verosimilitud. La formulación está organizada de forma jerárquica, de manera que se pueden considerar análisis de diferente grado de complejidad dentro de un mismo marco teórico. Se presentan dos ejemplos de aplicación. El primero (el depósito de ensayo de Mundford) sólo requiere la adopción de un criterio de optimización de mínimos cuadrados, mientras que para el segundo (excavación de la caverna de la central reversible de Estanygento), es necesario introducir información previa sobre los parámetros y adoptar una expresión para la función objetivo basada en un criterio de optimización de máxima verosimilitud más general. Los ejemplos presentados ilustran las posibilidades de este procedimiento para llevar a cabo análisis retrospectivos.

ABSTRACT. *The article presents a probabilistic formulation for the problem of backanalysis, based on a maximum likelihood criterion. The formulation is organized hierarchically, in such a way as to make possible the analysis of the different degrees of complexity within the same theoretical framework. Two examples of the application are presented. The first (the deposit of Mundford's test) only requires the adopting of a criterion of optimization of minimum squares, whereas for the second one (the excavation of the cavern for the Estanygento reversible power plant), it is necessary to have prior information concerning the parameters and to adopt an expression for the objective function based on a more general criterion of optimization of maximum likelihood. The examples presented show the possibilities that this procedure has for carrying out backanalysis.*

1. INTRODUCCION

Las formulaciones probabilistas han demostrado ser útiles en varias áreas de la Ingeniería del Terreno. Como ejemplos pueden citarse los estudios de variabilidad espacial de las propiedades del terreno, los análisis de riesgo y de confianza, la modelización de cargas aleatorias y los controles de calidad en el campo. El análisis retrospectivo es otra de las áreas en la que la adopción de un enfoque probabilista puede ser ventajoso.

En Ingeniería Geotécnica, los análisis retrospectivos se usan con frecuencia para estimar los parámetros del suelo y de la roca, pero en la mayoría de los casos se realizan de una manera «ad hoc», y no sin controversia (Leroueil y Tavenas, 1981). Sin embargo, la aplicación de nuevas técnicas de optimización junto con modernos métodos de análisis numérico ha abierto el camino recientemente a procedimientos más racionales y sistemá-

ticos (Arai et al., 1984; Gioda y Sakurai, 1987; Maier y Gioda, 1981).

La formulación de este tipo de análisis desde un punto de vista probabilista proporciona ventajas significativas. Por ejemplo, los errores de observación y el nivel de confianza de los parámetros estimados pueden ser considerados de forma consistente. También es posible introducir información previa sobre los parámetros de una forma directa. El problema puede ser formulado utilizando un esquema Bayesiano, en el cual los parámetros desconocidos del suelo, \underline{p} , son considerados como aleatorios y una estimación de sus valores se obtiene maximizando la densidad de probabilidad de \underline{p} dado un cierto conjunto de medidas, \underline{x}^* (Asaoka y Matsuo, 1979; Cividini et al., 1983). Un procedimiento alternativo lo proporciona el tomar como criterio de optimización el de máxima verosimilitud. La verosimilitud de una hipótesis (Edwards, 1972) se define como proporcional a la probabilidad condicional de \underline{x}^* dado un conjunto de parámetros \underline{p}

$$L(\underline{p}) = kf(\underline{x}^*/\underline{p}) \quad (1)$$

donde k es una constante arbitraria. El modelo se supone determinista y los parámetros se consideran fijos pero inciertos, debido a la falta de información. Por tan-

(1) Comunicación presentada a la XII Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engng. en Río de Janeiro, agosto 1989.

(*) E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Departamento de Ingeniería del Terreno, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona.

to, no es estrictamente necesario que el modelo reproduzca exactamente el sistema que se analiza. Esta circunstancia es útil para extender el análisis al problema de identificación de modelos. La diferencia entre los dos esquemas de solución probabilista es únicamente conceptual, y las expresiones matemáticas que resultan en ambos casos son las mismas.

El artículo presenta en primer lugar la formulación del análisis retrospectivo utilizando el criterio de máxima verosimilitud. A continuación se describen brevemente dos ejemplos de aplicación a la Ingeniería Geotécnica, con el fin de ilustrar las posibilidades de este procedimiento de estimación de parámetros.

2. FORMULACION

En primer lugar se supone que el problema a analizar puede ser representado como $x = \underline{M}(\underline{p})$; donde x es un conjunto de n medidas disponibles y \underline{p} es el conjunto de m parámetros desconocidos. \underline{M} representa el modelo adoptado para representar la situación real. Normalmente el modelo será numérico, utilizando, por ejemplo, el método de los Elementos Finitos. En el caso más general se dispondrá de cierta información previa sobre los parámetros, obtenida, por ejemplo, durante la fase de reconocimiento previo del terreno. Es razonable suponer que los errores de las medidas y los errores de la información previa son independientes. En ese caso, la verosimilitud de una hipótesis \underline{p} es

$$L(\underline{p}) = kP(x) \underline{P}(\underline{p}) \quad (2)$$

donde $P(x)$ es la función de probabilidad de los errores de las medidas y $\underline{P}(\underline{p})$ la función de probabilidad de los errores en la información previa de los parámetros.

El problema de la estimación de parámetros definido como encontrar el conjunto de parámetros \underline{p}^* que maximiza (2), es equivalente al problema matemático de minimizar la función objetivo $J = -2 \ln L(\underline{p})$ que, suponiendo que las funciones de distribución de probabilidad de los errores en las medidas y en la información previa son gaussianas multivariadas, puede escribirse como

$$J = (\underline{x}^* - \underline{M}(\underline{p}))^t \underline{C}_x^{-1} (\underline{x}^* - \underline{M}(\underline{p})) + (\underline{p} - \underline{p}^0)^t (\underline{C}_p^0)^{-1} (\underline{p} - \underline{p}^0) + \ln | \underline{C}_x | + \ln | \underline{C}_p^0 | + n \ln 2\pi + m \ln 2\pi - 2 \ln k \quad (3)$$

donde

\underline{C}_x es la matriz de covarianza de las medidas

\underline{x}^* es el vector de medidas

\underline{C}_p^0 se denomina matriz de covarianzas de los parámetros «a priori», y está basada en la información previa disponible sobre los parámetros

\underline{p}^0 es el vector de parámetros estimados «a priori».

Los tres últimos términos de la expresión (3) son constantes y pueden eliminarse del proceso de minimización. Nótese que la magnitud y la estructura de los

errores de las medidas y de la información previa de los parámetros está representada en las matrices de covarianza \underline{C}_x y \underline{C}_p^0 . A menudo es conveniente separar estos dos efectos expresando \underline{C}_x y \underline{C}_p^0 como $\underline{C}_x = \sigma_x^2 \underline{E}_x$ y $\underline{C}_p^0 = \sigma_p^2 \underline{E}_p^0$. Ahora, σ^2 es una varianza que representa una magnitud promedio del error, mientras que la matriz \underline{E} contiene la estructura del error de medida, y depende normalmente del tipo de instrumento utilizado para obtener las medidas o del tipo de ensayo utilizado para conseguir la información previa sobre los parámetros.

Utilizando estas nuevas expresiones para las matrices de covarianza, la función objetivo (3) a minimizar es, para el caso en que se dispone de «r» instrumentos de medida independientes y se realizan «s» ensayos independientes:

$$J = \sum_{i=1}^r (\underline{x}^* - \underline{x})^t \frac{\underline{E}_{xi}^{-1}}{\sigma_{xi}^2} (\underline{x}^* - \underline{x}) + \sum_{j=1}^s (\underline{p} - \underline{p}^0)^t \frac{\underline{E}_{pj}^{0-1}}{\sigma_{pj}^2} (\underline{p} - \underline{p}^0) + \sum_{i=1}^r m \ln \sigma_{xi}^2 + \sum_{j=1}^s n \ln \sigma_{pj}^2 \quad (4)$$

La función objetivo definida de forma general en (4) puede simplificarse si se realizan algunas hipótesis adicionales. Por ejemplo, si la magnitud y la estructura del error cometido en las medidas y en la información previa se suponen fijos, los dos últimos términos son constantes y no afectan al proceso de minimización. La expresión resultante puede escribirse como:

$$J = (\underline{x}^* - \underline{x})^t \underline{C}_x^{-1} (\underline{x}^* - \underline{x}) + (\underline{p} - \underline{p}^0)^t \underline{C}_p^{0-1} (\underline{p} - \underline{p}^0) \quad (5)$$

Si no se dispone de información previa sobre los parámetros, la función objetivo (5) queda como

$$J = (\underline{x}^* - \underline{x})^t \underline{C}_x^{-1} (\underline{x}^* - \underline{x}) \quad (6)$$

Finalmente, si la matriz estructura de error de las medidas es la identidad se obtiene la función objetivo correspondiente al criterio de optimización de mínimos cuadrados:

$$J = (\underline{x}^* - \underline{x})^t (\underline{x}^* - \underline{x}) \quad (7)$$

Los criterios para obtener el conjunto de parámetros óptimo según las funciones objetivo (4), (5), (6) y (7) dan lugar a análisis con grado de dificultad decreciente. La expresión a usar en cada caso dependerá del tipo de problema, de la cantidad de información disponible, del tipo de instrumentos de medida utilizados y del nivel de confianza exigido a los parámetros a estimar. Sin embargo, el criterio de máxima verosimilitud proporciona un mismo marco teórico para todos los tipos de análisis.

Es interesante observar que, en este contexto, un análisis basado en el criterio de mínimos cuadrados puede interpretarse como uno de máxima verosimilitud en el que no se dispone de información previa y los errores de medida son independientes entre sí y distintos según una función de probabilidad normal.

Para obtener la estimación de parámetros deseada, es necesario minimizar la función objetivo adoptada, lo que requiere un algoritmo numérico. Normalmente el procedimiento a seguir será iterativo, ya que el modelo que relaciona parámetros y medidas es en general no lineal (Gens et al., 1986). El análisis proporciona también información adicional sobre el nivel de confianza de los parámetros estimados y sobre la estructura del modelo, lo que puede ser útil para valorar la calidad del análisis retrospectivo efectuado. Debido a limitaciones de espacio, este aspecto no está desarrollado en este artículo.

3. EJEMPLOS DE ANALISIS RETROSPECTIVOS

3.1. ANALISIS RETROSPECTIVO DEL DEPOSITO DE ENSAYO DE MUNDFORD

El depósito de Mundford (fig. 1) fue usado como elemento de carga en un ensayo a gran escala realizado para determinar las características de deformabilidad del estrato de creta subyacente. El depósito era de 18,3 m de diámetro y, lleno de agua, aplicaba una tensión vertical uniforme de 180 KPa. Los detalles del ensayo y el análisis de los resultados fueron publicados en Burland y Lord (1969), Burland et al. (1973) y Ward et al. (1968).

El depósito estaba cimentado directamente en un estrato de creta, la calidad de la cual aumentaba con la

profundidad. Los desplazamientos verticales fueron medidos a diferentes profundidades en cinco pozos y en diferentes puntos, tal como se indica en la figura 1. Suponiendo, de acuerdo con la variación de la calidad de la creta, que el módulo de Young aumenta linealmente con la profundidad, Burland et al. (1973) determinaron, usando un procedimiento de prueba y error, los valores de los parámetros de deformación de la creta, utilizando dos procedimientos:

A. Suponiendo una variación lineal del módulo de Young con la profundidad, desde cero en superficie, y usando una solución analítica.

B. Suponiendo una variación lineal del módulo de Young hasta una profundidad de 40 m y constante para profundidades mayores, y realizando un análisis con elementos finitos.

En ambos casos consiguieron un buen acuerdo entre desplazamientos medidos y calculados.

La formulación presentada anteriormente ha sido aplicada a la estimación de la deformabilidad de la creta adoptando los mismos supuestos indicados en A y B, con la única excepción de que para el caso A el módulo elástico no se ha tomado cero en superficie. Se ha adoptado el criterio de mínimos cuadrados, ya que las medidas son independientes y no se utiliza información previa en el análisis.

La distribución del módulo elástico con la profundidad obtenido tras el proceso de identificación se indica en la figura 2, donde se puede observar que los resultados prácticamente coinciden con los presentados por Burland et al. (1973). Por otra parte, en la figura 3 puede observarse que los desplazamientos calculados

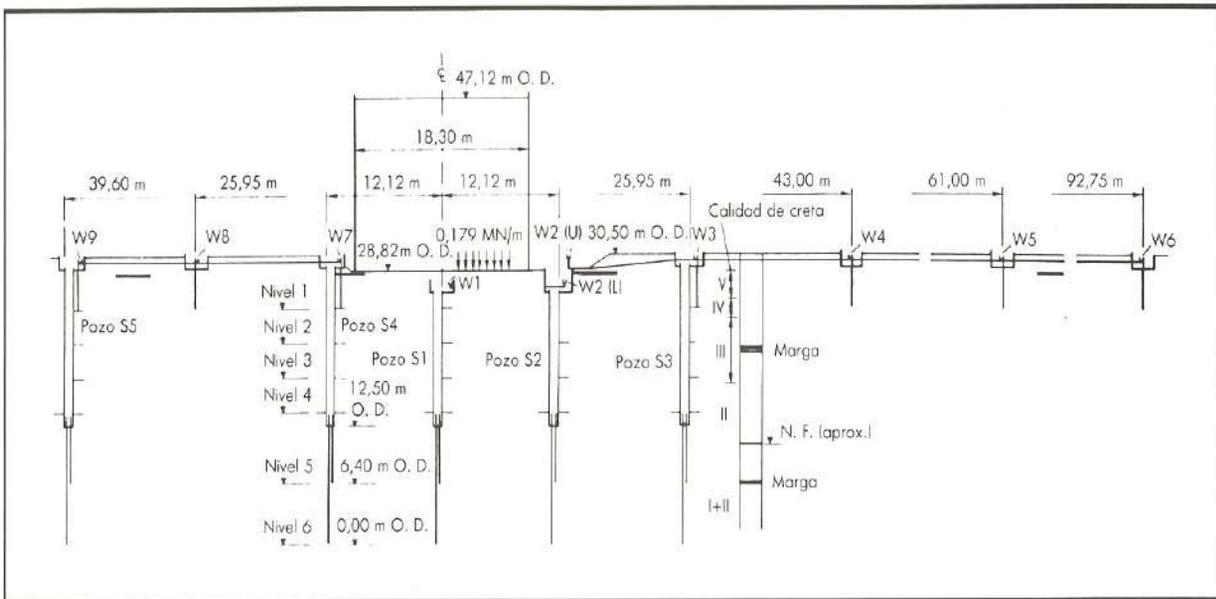


FIGURA 1. Sección transversal del depósito de ensayo de Mundford, mostrando la posición de los puntos de medida (según Burland et al., 1973).

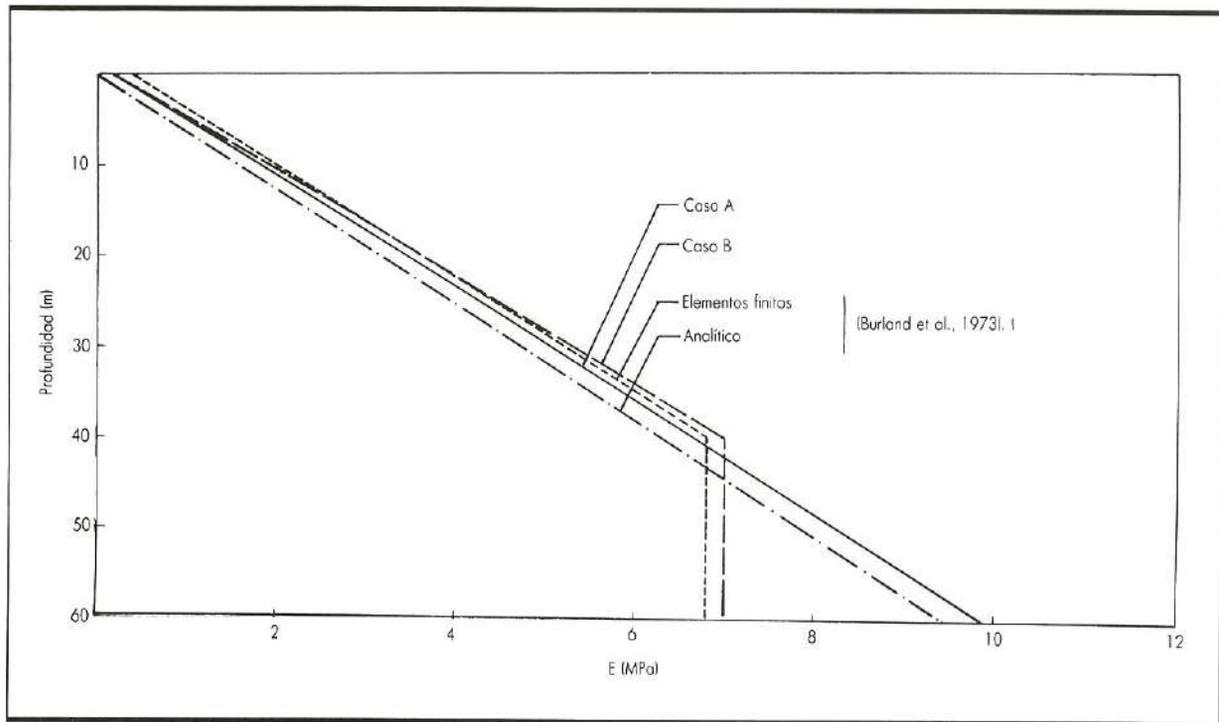


FIGURA 2. Variación del módulo elástico con la profundidad obtenida mediante análisis retrospectivo.

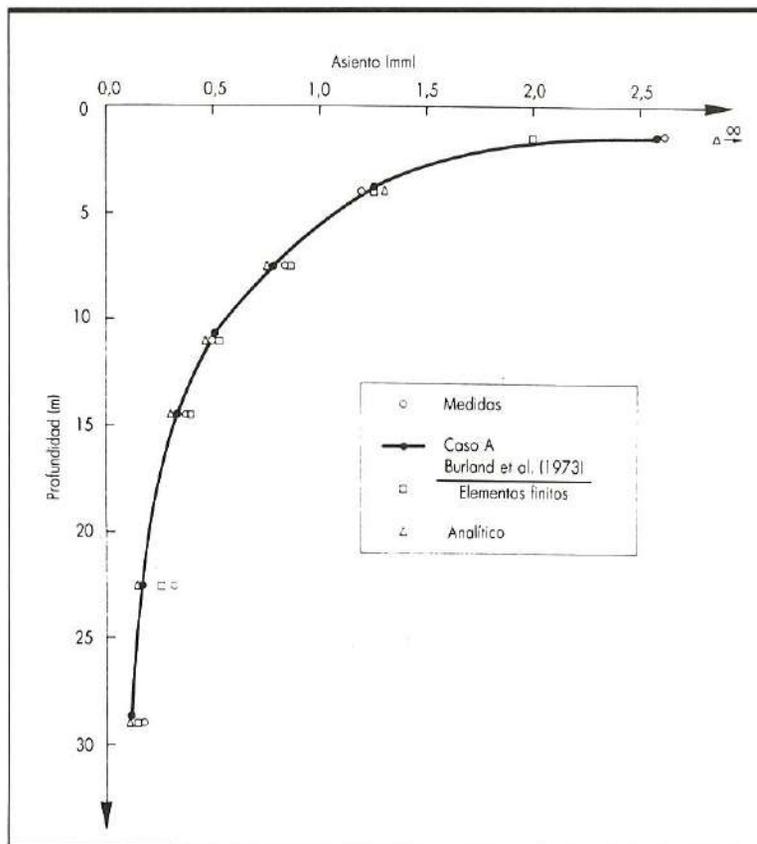


FIGURA 3. Comparación entre desplazamientos medidos y calculados bajo el eje del depósito.

son similares a los medidos. El error medio considerando todos los puntos de medida es de 0,05 mm, que es del mismo orden que la precisión global de las medidas. Este hecho no ocurre a menudo porque requiere que el modelo represente adecuadamente la realidad y que las medidas sean de excelente calidad.

A pesar de la similitud de los resultados obtenidos utilizando el procedimiento de minimización indicado y los resultados obtenidos usando un procedimiento de prueba y error, es mejor usar el método de análisis retrospectivo indicado en este artículo, ya que:

- El procedimiento computacional es automático y sistemático.
- El conjunto de parámetros obtenidos es el mejor posible (en un sentido objetivo) dado un modelo y un criterio de optimización.
- Puede obtenerse información adicional sobre el nivel de confianza de los parámetros estimados, y sobre la relación entre medidas y la estructura del modelo.

3.2. ANALISIS RETROSPECTIVO DE LA EXCAVACION DE LA CAVERNA DE ESTANYGENTO

El segundo ejemplo de la aplicación hace referencia a la excavación por fases de la caverna subterránea de la central hidroeléctrica de Estanygento en el Pirineo Oriental. El reconocimiento de campo, el diseño, construcción y análisis asociados a este proyecto han sido presentados en Wittke y Soria (1983) y Soria y Wittke (1984). Se disponía de dos tipos de medidas para el análisis: desplazamientos medidos mediante extensómetros de varilla y medidas de convergencia. Una sección cercana a la parte central de la caverna fue seleccionada para el análisis, de forma que puede suponerse condiciones de deformación plana (fig. 4).

Los parámetros a estimar eran el módulo de elastici-

dad de la masa rocosa y K_0 , cociente entre tensión horizontal y vertical «in situ». De hecho, se disponía de cierta información previa sobre los valores de estos parámetros. Durante el reconocimiento previo se llevaron a cabo ensayos «in situ» con dilatómetros y gatos planos, con el fin de determinar la deformabilidad de la roca. El módulo de elasticidad medio de esas determinaciones fue 15.000 MPa. El valor de las tensiones iniciales fue estimado mediante ensayos con gatos planos y células triaxiales de inclusión sólida. En ambos casos la tensión vertical inicial era aproximadamente equivalente al peso de roca por encima del punto de medida. Sin embargo, los valores de K_0 estimados variaban entre 1 y 3, en función del tipo de ensayo realizado.

Un análisis retrospectivo previo se realizó sin tener en cuenta esta información previa y adoptando un criterio de mínimos cuadrados para la función objetivo. La estimación de parámetros obtenida en este análisis fue $E = 8.900$ MPa y $K_0 = 1,24$. La localización del punto óptimo se indica en la figura 5, donde se representan también los contornos de igual valor de la función objetivo J . La desviación media entre los desplazamientos medidos y los calculados con estos parámetros es de 2,9 mm. A pesar de que este valor es pequeño los valores de los parámetros obtenidos no son muy consistentes con la información procedente del reconocimiento previo. En particular, el valor del módulo de elasticidad obtenido parece demasiado pequeño. Examinando la figura 5 puede observarse que existe un largo valle (A — A') donde los valores de la función objetivo son muy cercanos al mínimo. En consecuencia, cualquier combinación de parámetros representada por un punto en el gráfico cercano a la línea (A — A') dará lugar a desplazamientos muy parecidos a los medidos. Por tanto, no es posible discriminar de forma adecuada entre

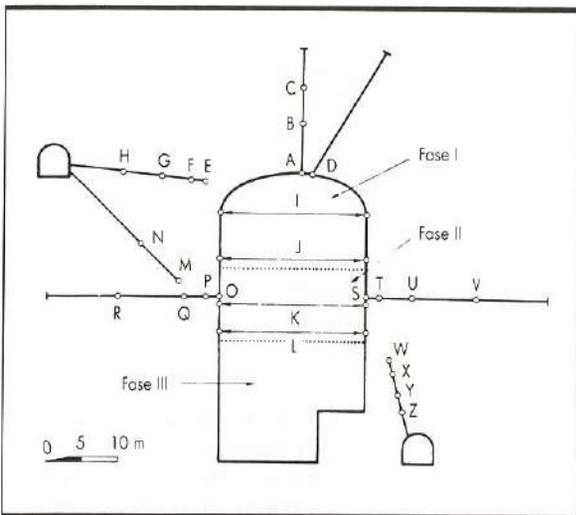


FIGURA 4. Sección analizada mostrando la localización de los puntos de medida y las fases de excavación.

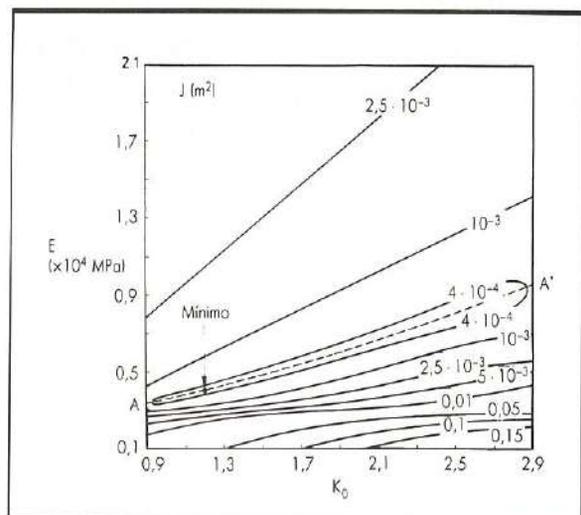


FIGURA 5. Contornos de igual valor de la función objetivo J . Se indica el punto correspondiente al valor mínimo.

BAJO SIETE LLAVES

Para proteger a las personas y al medio ambiente de los posibles efectos nocivos de los residuos radiactivos, el Estado ha creado ENRESA. Una empresa pública, independiente de los productores, con la misión de controlar, acondicionar, transportar, almacenar y vigilar este tipo de residuos. ENRESA cumple su misión a través de las siguientes actuaciones:



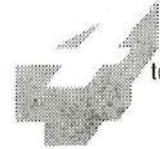
Conociendo perfectamente la situación de partida: Cuántos residuos se han producido en España, de qué tipo, cuántos se van a producir en el futuro, etc.



Estableciendo las estrategias y las soluciones técnicas a aplicar.



Desarrollando programas de investigación, formación y transferencia de tecnología.



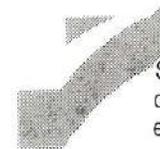
Definiendo los cometidos de todos los agentes implicados en la gestión de los residuos radiactivos.



Estableciendo un sistema de financiación realista y equitativo.



Informando permanentemente al público en general de todas las actividades relativas a ENRESA.



Actuando bajo la supervisión y el control del Consejo de Seguridad Nuclear, organismo controlado exclusivamente por el Parlamento e independiente del Gobierno.

Estas son las siete llaves de Seguridad con las que ENRESA aborda la gestión de los residuos radiactivos. Con criterios de Independencia, rigor, seriedad y profesionalidad. Sometidos al control institucional y de la Opinión Pública. Trabajamos ahora para asegurar el futuro, y participamos en el proceso de desarrollo tecnológico del país.

enresa

Empresa Nacional de Residuos Radiactivos, S. A.

combinaciones de parámetros que proporcionan desplazamientos similares a los reales, usando únicamente las medidas disponibles.

Con el fin de obtener una mejor estimación de los parámetros es necesario incorporar en el análisis la información existente obtenida durante el reconocimiento previo. Los siguientes valores fueron adoptados como estimaciones «a priori» de los parámetros: $E = 150.000 \text{ MPa}$, $K_0 = 2$. El valor del módulo de Young es la medida de los valores obtenidos en los ensayos «in situ» y la estimación de K_0 corresponde al valor central del rango de valores medido en el campo. Queda todavía la importante decisión de asignar unas desviaciones típicas a estos valores, suponiendo unas distribuciones de probabilidad gaussianas para la información previa. Estas desviaciones típicas están relacionadas con el peso relativo dado a la información previa de los parámetros con respecto a la información procedente de los desplazamientos medidos. Con el fin de no escoger estos valores de forma arbitraria, el análisis retrospectivo se ha realizado considerando las desviaciones típicas como parámetros adicionales en el proceso de identificación. Por tanto, el conjunto de parámetros a estimar es ahora:

$$E, K_0, \mu_e = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_E^2} \text{ y } \mu_K = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_{K_0}^2}$$

ya que el resultado del análisis depende de la relación entre desviaciones típicas más que de sus valores absolutos.

Según este esquema, la función objetivo a minimizar tendrá la expresión general de la ecuación (4). Lógicamente, el procedimiento de optimización es ahora más complejo, aunque admite simplificaciones, tal como se describe en Gens et al. (1987). El óptimo representado por el mínimo de la función objetivo corresponde a los valores $\mu_E = 5 \cdot 10^{-5}$ y $\mu_K = 10^{-5}$. Los parámetros estimados correspondientes a estos valores son $E = 8.200 \text{ MPa}$ y $K_0 = 2,53$. Los desplazamientos calculados usando este nuevo conjunto de parámetros se comparan con los medidos en la figura 6, donde puede observarse un buen acuerdo. La desviación media entre desplazamientos calculados y medidos es ahora de 3,1 mm, muy similar al valor obtenido en el análisis utilizando el criterio de mínimos cuadrados. Sin embargo, este nuevo análisis incorpora la información previa existente con un nivel de confianza que es determinado por el propio procedimiento de identificación, obteniéndose un conjunto de parámetros más consistente con la información procedente del reconocimiento previo.

4. CONCLUSIONES

El análisis retrospectivo es un área en el que el uso de esquemas probabilistas puede ser muy ventajoso. En este artículo se presenta una formulación general basada en un criterio de optimización de máxima verosimilitud. La formulación tiene una estructura jerárquica que permite, según las características del problema, plan-

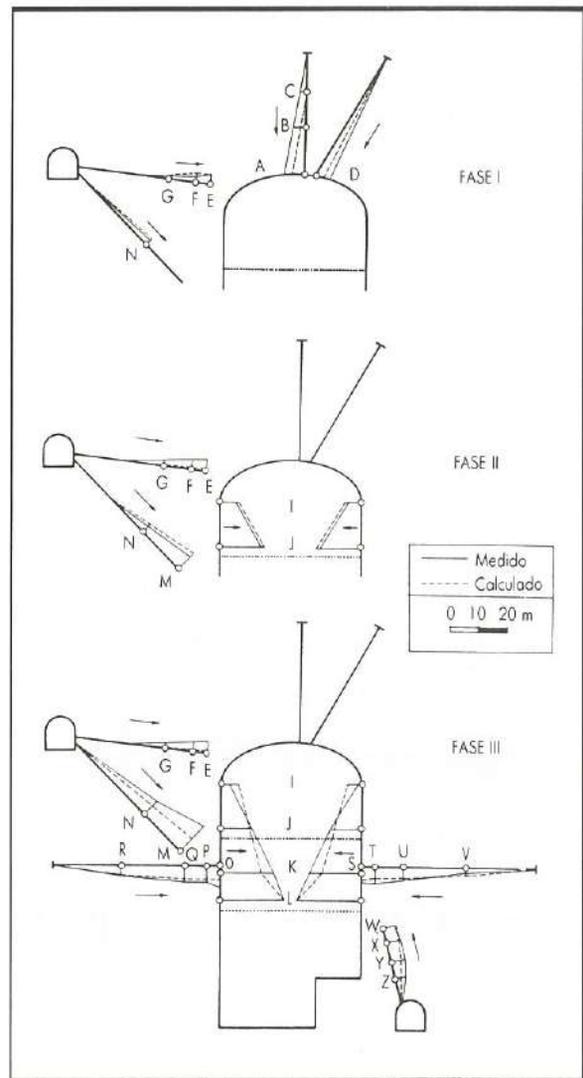


FIGURA 6. Comparación entre desplazamientos medidos y calculados. Parámetros estimados usando información previa.

tear el análisis retrospectivo con diferentes grados de complejidad dentro del mismo marco teórico. Por otra parte, es posible considerar de forma fácil y consistente la estructura de error de las medidas y de la información previa sobre los parámetros. Finalmente se han presentado dos ejemplos reales de análisis retrospectivo, ilustrando la eficacia del procedimiento de estimación descrito en dos casos de diferente complejidad.

El procedimiento de análisis retrospectivo aquí no sólo permite llevar a cabo una simple estimación de los parámetros del modelo. Es posible también extraer información adicional sobre el nivel de confianza de los parámetros calculados, sobre la importancia relativa de cada medida y sobre la estructura del modelo. Es de esperar que la información que proporciona este tipo de análisis permitirá resolver con éxito y de una forma

más racional el siempre difícil problema del análisis retrospectivo.

AGRADECIMIENTOS

El trabajo presentado forma parte del Proyecto de Investigación PB86/0299 financiado por la Dirección de Investigación Científica y Técnica de España. Se agradece también la ayuda prestada por FECSA.

REFERENCIAS

ARAI, K.; OHTA, J., y KOJIMA, K. (1984). Estimation of soil parameters based on monitored movement of subsoil under consolidation. *Soils and Foundations*. 24, 95-108.

ASAOKA, A., y MATSUO, M. (1979). Bayesian approach to inverse problems in consolidation and its application to settlement prediction. *Proc. 3rd. Int. Conf. Num. Meth. Geomech., Aachen*. 1, 115-123.

BURLAND, J.B., y LORD, J. A. (1969). The load-deformation behaviour of middle chalk at Mundford, Norfolk. A comparison between full-scale performance and in-situ and laboratory measurements. *Proc. Conf. In Situ Invest. in Soils and Rock, ICE*, 3-15.

BURLAND, J. B.; SILLS, G. C., y GIBSON, R. E. (1973). A field and theoretical study of the influence of non-homogeneity on settlement. *Proc. 8th. Int. Conf. Soil Mech. Found. Engng. Moscow*. 1/3, 39-46.

CIVIDINI, A.; MAIER, G., y NAPPI, A. (1983). Parameter estimation of a static geotechnical model using a Bayes' approach. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.* 20, 215-226.

EDWARDS, A. W. F. (1972). *Likelihood*. Cambridge Univ. Press, Cambridge.

GENS, A.; LEDESMA, A., y ALONSO, E. E. (1986). Para-

meter identification from linewise observation measurements. *Europ. Conf. on Num. Meth. Geomech. Stuttgart*. 2.

GENS, A.; LEDESMA, A., y ALONSO, E. E. (1987). Maximum likelihood parameter and variance estimation in geotechnical back analysis. *Proc. 5th Int. Conf. Applications of Statistics and Prob. in Soil and Struct. Eng. Vancouver*. 2, 613-621.

GENS, A.; LEDESMA, A., y ALONSO, E. E. (1988). Back analysis using prior information—Application to the staged excavation of a cavern in rock. *Proc. of 6th Int. Conf. on Num. Meth. in Geomech. Innsbruck*. 3, 2009-2016.

GIODA, G., y SAKURAI, S. (1987). Back analysis procedures for the interpretation of field measurements in geomechanics. *Int J. for Num. and Analyt. Meth. in Geomech.* 11, 555-583.

LEROUÉIL, S., y TAVENAS, F. (1981). Pitfalls of backanalysis. *Proc. 10th. Int. Conf. Soil. Mech. Found. Engng. Stockholm*. 1, 185-190.

MAIER, G., y GIODA, G. (1981). Optimization methods for parametric identification of geotechnical systems. J. B. Martins (ed.), *Numerical Methods in Geomechanics*, 273-304. Reidel, Boston.

SORIA, J. L., y WITTKE, W. (1984). Design and construction of an underground powerhouse in rock subjected to high horizontal stresses. *6th Nat. Rock Mech. Symp. Aachen*. 125-129.

WARD, W. H.; BURLAND, J. B., y GALLOIS, R. E. (1968). Geotechnical assessment of a site at Mundford, Norfolk for a large proton accelerator. *Geotechnique*. 18, 399-431.

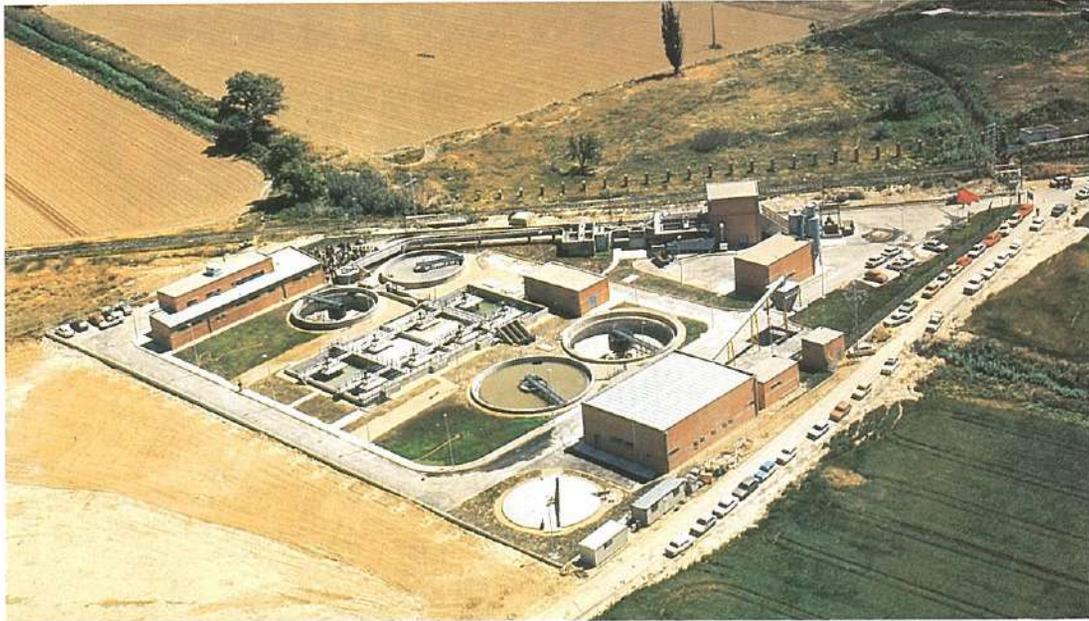
WITTKE, W., y SORIA, J. L. (1983). Exploration, design and excavation of the powerhouse cavern Estanygento—Sallente in Spain. *Proc. 5th Congress ISRM, Melbourne*. D167-178.

COMPROMISO DE CALIDAD

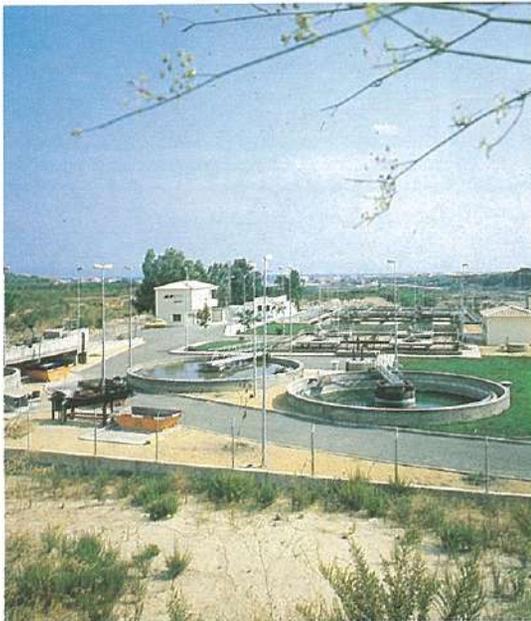


PUENTE SOBRE EL RIO ZUJAR
(Presa de la Serena)

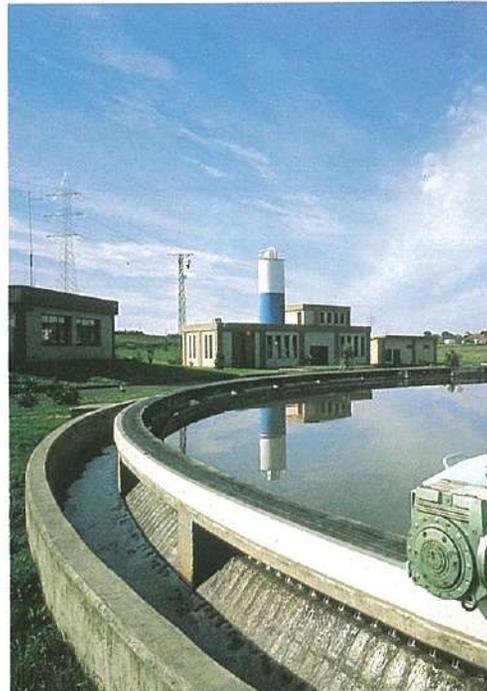
PRESA DE LA SERENA (BADAJOZ)



MADRID



VALENCIA



CANTABRIA

OCISA

OBRAS Y CONSTRUCCIONES INDUSTRIALES, S.A.