

Dinámica no-lineal de la humedad del suelo en la relación entre clima e hidrología⁽¹⁾

IGNACIO RODRIGUEZ-ITURBE (*)

RESUMEN. Las series temporales hidrológicas y climáticas se caracterizan a menudo por pequeñas fluctuaciones sobre anomalías persistentes. Se producen transiciones ocasionales entre estas permanencias prolongadas por encima o debajo de las condiciones normales.

Se desarrolla un modelo estadístico-dinámico para representar la hidrología de superficie en amplias regiones continentales. El modelo tiene componentes de base física e incluye una parametrización para el reciclaje local de la precipitación.

Se demuestra que las fluctuaciones estocásticas en esta ecuación dan lugar a modas estadísticas separadas y diferentes con transiciones entre ellas inducidas por ruido. La distribución de probabilidad característica a largo plazo de los estados de humedad del suelo es por tanto bimodal. Las implicaciones de este resultado son importantes para la interpretación y modelado estadístico de datos hidrológicos. Cuando se consideran escalas de tiempo más pequeñas, la situación es más compleja. La parametrización requiere la incorporación de retardos temporales que a su vez producen una dinámica capaz de producir puntos fijos, ciclos límite y comportamientos de tipo caótico.

ABSTRACT. Hydrologic and climatic time-series are often characterized smaller fluctuations around persistent anomalies. Occasional transitions occur between these prolonged runs of above or below average conditions.

A statistical-dynamical model is developed to represent the surface hydrology of large continental regions. The model has physically-based components and it includes a parameterization for the local recycling of precipitation.

It is shown that stochastic fluctuation in this equation give rise separate and distinct statistical modes with noise-induced transitions between these modes. The characteristic long-term probability distribution of soil moisture states is thus bimodal. The implications of this result are important for the interpreting and the statistical modeling of hydrologic records. When shorter time scales are considered the situation is more complex. The parameterization needs to incorporate time delays which in turn produce a dynamics capable of exhibiting fixed point, limit cycle and chaotic type of behavior.

1. INTRODUCCION

Las series temporales de las variables climáticas e hidrológicas muestran estructuras complejas que con frecuencia imposibilitan su modelado con simples instru-

mentos estadísticos. Un importante problema plantea el descubrir los mecanismos deterministas a través de los cuales las perturbaciones ordinarias en el sistema suelo-atmósfera se manifiestan como estructuras complejas en las estadísticas de datos observados. Es nuestra intención en este artículo identificar y analizar las interacciones y autorregulaciones en la ecuación de balance de agua en el suelo que se traducen en algunas de las complejidades observadas en los registros hidrológicos y climáticos. La ecuación de balance de agua para la profundidad activa de suelo en la superficie se compone de entradas por precipitación, pérdidas por escorrentía y salidas por evapotranspiración. Estos flujos son funciones del variable estado de humedad del suelo que nos

(1) Conferencia invitada presentada en el 24 Congreso de la Asociación Internacional de Investigaciones Hidráulicas celebrado en Madrid, 9-13 septiembre 1991. Esta conferencia se basa fundamentalmente en las publicaciones de Rodríguez-Iturbe et al. (1991 a, 1991 b) que se incluyen en la lista de referencias.

(*) Instituto Internacional de Estudios Avanzados, Caracas (Venezuela).

sirve como diagnóstico. En este modelo se incluye el reciclaje local de la humedad sobre continentes. Este último proceso es un factor crítico para determinar la respuesta de los climas continentales a las variaciones en el balance de agua en gran escala. Una característica de esta respuesta se refiere a la situación en la que el clima refleja persistencia en varios estados diferentes con transiciones ocasionales entre los estados. Por ejemplo, periodos prolongados de sequía con transiciones abruptas a periodos largos de abundancia de humedad sin un equilibrio estadístico claro en el clima. Se indicará que la indeterminación en los datos climáticos e hidrológicos puede resultar de simples ruidos estocásticos, como por ejemplo precipitaciones, que ha sido trasladado a través de la red de interacciones y realimentaciones inherentes a la ecuación de balance de agua.

2. DINAMICA NO LINEAL DE LOS PROCESOS DE HUMEDAD DEL SUELO A ESCALA DE CLIMA

La ecuación de balance de la humedad de suelo a largo plazo a escala espacial continental se representa en la siguiente expresión:

$$nZ_p \frac{ds}{dt} = P(s) \Phi(s) - E(s) \quad (1)$$

donde:

s = saturación relativa del suelo (.)

n = porosidad del suelo (.)

Z_p = profundidad del suelo hidrológicamente activa (L)

$P(s)$ = tasa de precipitación (L/T)

$\Phi(s)$ = función de infiltración (.)

$E(s)$ = tasa de evapotranspiración (L/T)

La tasa de infiltración y de evapotranspiración se consideran relacionados funcionalmente con la saturación de suelo dominante. El grado de precipitación consta de componentes advectivos y de reciclado local; este último componente depende también de la humedad de la superficie del suelo. De este modo, se representa un proceso de autorregulación superficie terrestre-atmósfera de gran importancia en la dinámica del balance del agua.

Para centrarnos específicamente en la estructura de la realimentación de la ecuación de balance de humedad de suelo en escalas continentales, no hemos incorporado cambios estacionales en los términos de precipitación y evapotranspiración. Así, la escala de tiempo de la descripción es tal, que los cambios estacionales no aparecen explícitamente. Este, por ejemplo, sería el caso de la escala de tiempo anual.

La evapotranspiración, $E(s)$, se puede expresar como función explícita de s a través de una expresión del tipo:

$$E(s) = E_p s^c \quad (2)$$

donde:

E_p = tasa de evapotranspiración potencial (L/T)

y c es una constante numérica no negativa. La tasa de evaporación es parecida a la tasa potencial para suelos casi saturados y disminuye a cero para suelos secos. La función de infiltración $\Phi(s)$, se puede parametrizar de diferentes maneras; de una forma versátil y general se modela la dependencia del proceso de la humedad del suelo como

$$\Phi(s) = 1 - e^{-rs} \quad (3)$$

donde ϵ y r son constantes numéricas no negativas. Según esta formulación el exceso de precipitación o escorrentía se incrementa con el aumento de saturación de humedad. Esto es, más proporción de la precipitación incidente circula sobre suelos húmedos que en secos.

La lluvia sobre regiones amplias consta de dos componentes:

1. La precipitación advectiva, P_a , que resulta del flujo de vapor de agua externo (advectivo) formado por la evaporación fuera de la zona dada.
2. El componente interno, P_i , que resulta del flujo del vapor de agua local formado por la evaporación local (y por tanto es función de la humedad local del suelo).

El grado de precipitación y su dependencia de los componentes de balance de agua locales se puede modelar de una manera similar a la de Budyko (1974). La atmósfera que cubre la superficie del suelo tiene una aportación de humedad advectiva $w \cdot u$ donde

w = contenido medio en la atmósfera de agua precipitable sobre la región origen de la advección (L)

u = velocidad media del viento, verticalmente integrada, ponderada con la humedad específica, que transfiere vapor de agua a través del territorio (L/T).

El resultado de esta humedad externamente derivada es $w \cdot u - P_a$ donde P_a ha sido definida anteriormente. La atmósfera sobre el suelo del territorio se nutre, localmente, también con humedad. La aportación local al almacén de vapor de agua que cubre la región es la tasa de evaporación local E , y la cantidad $E - P_i$ abandona el territorio. Asumiendo que la atmósfera que cubre la zona es mezcla (en relación a la humedad) de las fuentes advectivas y locales, entonces la precipitación media sobre la superficie del suelo es

$$P(s) = P_a \left(1 + \frac{P_i}{P_a} \right) = P_a \left(1 + \frac{E \cdot D}{2wu} \right) \quad (4)$$

donde

D = escala lineal de la trayectoria del aire sobre el territorio (L).

Si llamamos

$$\Omega = \frac{2wu}{DE_p} \quad (5a)$$

y lo sustituimos en la ecuación (2), entonces

$$P(s) = P_a \left(1 + s^2 \frac{C}{\Omega} \right) \quad (5b)$$

La importancia del reciclaje local en precipitaciones sobre amplias zonas a escala continental lo estudió cuantitativamente por primera vez Budyko (1974) a través de la ecuación (4). Más recientemente Shiklomanov (1989), Lettan et al. (1979) y Mintz (1981) llevaron a cabo importantes estudios sobre este tema. Shukla y Mintz (1982), Koester et al. (1986) y Shukla et al. (1990) plasmaron la importancia de la evaporación del suelo en lluvias continentales a través de experimentos con modelos de circulación global.

En el análisis que se presenta a continuación, el parámetro Ω en la ecuación (5b) se toma como un coeficiente de retroalimentación que no proviene necesariamente de la ecuación (5a).

Sustituyendo las expresiones por $P(s)$, $E(s)$ y $\Phi(s)$ en la fórmula de conservación del agua (1) se obtiene la ecuación diferencial ordinaria:

$$n Z_r \frac{ds}{dt} = P_a \left(1 + \frac{S^2}{\Omega} \right) \Phi(s) - E_p s^c \quad (6a)$$

o

$$\frac{ds}{dt} = a \left(1 + \frac{S^2}{\Omega} \right) \Phi(s) - b s^c \quad (6b)$$

donde

$$a = \frac{P_a}{n Z_r} ; \quad b = \frac{E_p}{n Z_r} \quad (6c)$$

a y b son coeficientes independientes condicionadores del clima en la ecuación de conservación del agua.

El especial significado de esta formulación de la ecuación de conservación presentada por Rodríguez-Iturbe et al. (1991a) consiste en la inclusión de importantes realimentaciones suelo-atmósfera. La incorporación de estos procesos de realimentación y su parametrización como función del estado básico de humedad del suelo nos permite ahora estudiar el comportamiento dinámico de la hidrología de la superficie en respuesta a las solicitaciones climáticas. Además nos proporciona un simple instrumento para analizar los signos estadísticos de los componentes del equilibrio hidrológico en la investigación de las complejas estructuras que se observan habitualmente.

Para un determinado grupo de parámetros que describen las condiciones de suelo y clima en una región se puede encontrar la humedad de suelo de equilibrio ($ds/dt = 0$). Esto constituye un análisis determinista del problema y no tiene en cuenta las fluctuaciones de los procesos físicos en torno a sus condiciones medias. Las fluctuaciones más importantes de la ecuación de balance de humedad del suelo son las que corresponden a la precipitación $P(s)$. Respecto a la precipitación, el componente P_a está controlado habitualmente, en el caso de

amplias zonas, por la evaporación de los océanos y de las grandes masas de agua, lo cual significa que P_a tiene un coeficiente de variación pequeño. El parámetro Ω está bastante influenciado por las fluctuaciones medioambientales (por ej., vientos variables). Por tanto se considera que el importante parámetro de realimentación Ω consta de componentes deterministas y estocásticos. Llamando $\alpha = \Omega^{-1}$, se permiten fluctuaciones medioambientales en el modelo en la forma

$$\alpha = \bar{\alpha} + \sigma \xi \quad (7)$$

donde ξ se toma como un ruido gaussiano no correlacionado $N(0,1)$ y σ es la desviación estándar de α . El valor medio de este componente es $\bar{\alpha}$. Así, aunque en la media se suma el término advectivo a la realimentación local $a + a \bar{\alpha} s^2$, las fluctuaciones de carácter regional pueden dar lugar a un descenso de precipitación por debajo del que representa la tasa «potencial» fija a. La ecuación (6b) puede de esta manera reemplazarse por la ecuación diferencial estocástica:

$$ds_t = [a(1 - \varepsilon s_t^c) + a \bar{\alpha} s_t^2 (1 - \varepsilon s_t^c) - b s_t^c] \cdot dt + \sigma a s_t^2 (1 - \varepsilon s_t^c) dw_t \quad (8)$$

donde dw_t representa la diferencial del proceso de Wiener (por ej., ruido blanco).

La ecuación (8) se puede escribir de manera más compacta como:

$$ds_t = G(s_t) dt + \sigma g(s_t) dw_t \quad (9)$$

donde

$$G(s) = a(1 - \varepsilon s^c) + a \bar{\alpha} s^2 (1 - \varepsilon s^c) - b s^c \quad (10a)$$

$$g(s) = a s^2 (1 - \varepsilon s^c) \quad (10b)$$

La función $G(\cdot)$ en la ecuación diferencial estocástica no lineal (9) da la evolución determinista del sistema aislado de todo tipo de fluctuación de su entorno. El acoplamiento del sistema con las fluctuaciones ambientales proviene de la función determinista $g(\cdot)$ que multiplica el ruido ξ . Se habla entonces de una ecuación diferencial estocástica no lineal con ruido multiplicativo. Este tipo de ecuaciones presenta las llamadas transiciones inducidas por fluctuación.

La importante distribución de probabilidad de la humedad del suelo en el estado estacionario (equilibrio, por ejemplo) para el proceso descrito en (9) se puede fácilmente obtener de la correspondiente ecuación de Fokker-Planck como se demostrará en la siguiente sección. Si las fluctuaciones hubieran sido aditivas (esto es un término de ruido sumado en la parte derecha de la ecuación de balance de humedad del suelo), la moda de la distribución de probabilidad del estado estacionario (correspondiente al valor de humedad del suelo más probable) habría coincidido con la solución determinista de la ecuación (6). Sin embargo, este cuadro lo cambia totalmente el ruido multiplicativo, cuya interacción con $g(s)$ puede cambiar el lugar, tipo y número de extremos en la distribución de probabilidad del estado estacionario.

Las propiedades en detalle del estado estacionario las controla la media cuadrática, σ^2 , de las fluctuaciones. Si σ^2 es lo suficientemente pequeño entonces las propiedades del sistema no se diferencian en mucho del caso determinista. Cuando la intensidad de las fluctuaciones es perceptible, es decir σ^2 sobrepasa un cierto umbral, entonces aparece una transición y el sistema cambia a estados (por ej., valores de humedad del suelo) no incluidos en la solución determinista del problema (Rodríguez-Iturbe et al., 1991a).

3. MARCO ANALITICO PARA LA FORMULACION ESTOCASTICA DE LA DINAMICA DE LA HUMEDAD DEL SUELO

Siendo $f(s, t)$ la función de densidad de probabilidad de la humedad del suelo, s , en el tiempo t , el comportamiento probabilista de la humedad del suelo descrita en la ecuación diferencial estocástica (9) viene indicado por la ecuación de Fokker-Planck:

$$\frac{\partial}{\partial t} f(s, t) = - \frac{\partial}{\partial s} [G(s, t) f(s, t)] + \frac{1}{2} \sigma^2 \frac{\partial^2}{\partial s^2} [g^2(s, t) f(s, t)]$$

donde la dependencia en el tiempo de $G(s)$ y $g(s)$ a través de la humedad del suelos se hace explícita en la notación.

La solución de estado estacionario implica

$$f(s, t) = f_{ss}(S) \quad (12a)$$

y

$$\frac{\partial f_{ss}}{\partial t} = 0 \quad (12b)$$

Por tanto

$$G(s) \cdot f_{ss}(S) = \frac{1}{2} \sigma^2 \frac{d}{ds} [g^2(S) \cdot f_{ss}(S)] \quad (13)$$

cuya solución es (por ej., Arnold, 1974):

$$f_{ss}(S) = C \cdot \frac{1}{g^v(S)} \exp \left(- \frac{2}{\sigma^2} \int_s^{\infty} \frac{G(u)}{g^2(u)} du \right) \quad (14)$$

Donde C es una constante de normalización tal que se conserve la masa de probabilidad. El exponente v en la ecuación (14) toma el valor $v = 2$ si la ecuación (9) se interpreta en el sentido habitual de Ito. El máximo de $f_{ss}(s)$ tiene una importancia especial desde el punto de vista físico. Son los estados en cuyo entorno el sistema pasa relativamente bastante tiempo.

Podemos introducir un potencial probabilista para la ecuación (9) escribiendo la función de densidad de la probabilidad estacionaria como:

$$f_{ss}(S) = C \exp [-2 U(s) / \sigma^2] \quad (15)$$

donde

$$U(s) = - \int_s^{\infty} \frac{G(u)}{g^2(u)} du + v \frac{\sigma^2}{2} \ln g(s) \quad (16)$$

Los valores extremos de $f_{ss}(s)$, las modas estadísticas, se pueden obtener directamente de la anulación del potencial estocástico, $\frac{\partial U(s)}{\partial s} = 0$, lo que da lugar a la relación:

$$-G(s_m) + v \frac{\sigma^2}{2} g(s_m) \frac{\partial g(s)}{\partial s} \bigg|_{s=s_m} = 0 \quad (17)$$

donde s_m son las raíces de esta ecuación. Esta es la ecuación básica para un análisis del número y tipo de extremos, s_m , del sistema no-lineal en un estado estacionario bajo la influencia de un ruido externo rápido. La ecuación (17) consta de dos términos. El primero, $G(\cdot)$, igualado a cero, corresponde a la ecuación para el estado estacionario determinista de la humedad del suelo que se obtiene de la ecuación (6a). El segundo término describe la influencia del ruido externo. Otra vez podemos distinguir dos casos de ruido, aditivo y multiplicativo. En el caso de ruido aditivo, $g(s) = 1$ en la ecuación (9) y así el segundo término de la ecuación (17) es igual a cero. Así, los extremos de $f_{ss}(s)$ siempre coinciden con los estados estacionarios deterministas, independientemente de la intensidad de ruido blanco externo. Por tanto éste tiene solamente el efecto desorganizador, que se puede esperar en todos los casos de un ruido externo, distribuyendo $f_{ss}(s)$ sobre los estados deterministas de la humedad del suelo.

En el caso de ruido multiplicativo, el efecto de las fluctuaciones medio-ambientales que influyen en la humedad del suelo depende del estado del sistema (por ejemplo, la propia humedad del suelo). En este caso si σ^2 es lo suficientemente grande, las fluctuaciones multiplicativas crean nuevos estados que no se prevén según la descripción fenomenológica determinista. Así, además del efecto desorganizador, el ruido multiplicador puede crear nuevos estados. Como se expresa algunas veces, puede incluir nuevas transiciones de fase. Estas transiciones inducidas por el ruido representan un nuevo tipo de orden creado a través de fluctuaciones desordenadas.

Para el caso de ecuación de balance de humedad del suelo a largo plazo descrito en la ecuación (9), la anulación del potencial estocástico descrito en la ecuación (17) da lugar a:

$$-a - a \bar{a} s^c + b s^c (1 - \varepsilon s^r)^{-1} + \sigma^2 a^2 s^{2c-1} c (1 - \varepsilon s^r)^{-1} - \sigma^2 a^2 r \varepsilon s^{2c+r-1} = 0 \quad (18)$$

El caso $\sigma^2 = 0$ coincide con la solución de estado estacionario de la formulación determinista descrita en la ecuación (6a).

4. TRANSICIONES DE FASE EN LA EVOLUCION DE LA HUMEDAD DEL SUELO

Con la intención de ilustrar los conceptos descritos anteriormente relacionados con las transiciones de fase causadas por fluctuaciones de ruido, Rodríguez-Iturbe et al. (1991a) estudiaron el comportamiento de la ecuación (18) para un conjunto de valores numéricos de los diferentes parámetros.

El parámetro nZ_r de la ecuación (1) es equivalente a la profundidad del embalse en el que tiene lugar la retención de la humedad del suelo y así se puede interpretar como la capacidad de almacenamiento de campo que tiene el suelo. Budyko (1974) estimó el nZ_r en 10 cm en la mayoría de climas y regiones que estudió. La experiencia con modelos de clima numéricos globales indica que los valores de $nZ_r = 10$ cm (Arakawa, 1972; Shukla, 1977) $nZ_r = 15$ cm (Delworth y Manabe, 1989) parecen captar perfectamente el ciclo estacional de los componentes de balance de agua en la superficie. También se utilizará en este ejemplo $nZ_r = 10$ cm.

Los módulos de la hidrología de suelos de estos modelos numéricos son unas buenas pautas para elegir las constantes numéricas c y r y también τ . Estos modelos consideran también los procesos de infiltración y evapotranspiración como funciones de la humedad del suelo. Los modelos de clima se ajustan con diferentes valores de estas constantes numéricas hasta que el ciclo estacional de los componentes del balance del agua en la superficie del suelo se encajan adecuadamente con las observaciones.

El parámetro c , definido en la ecuación (2), relaciona la evapotranspiración con la evapotranspiración potencial como función de la humedad del suelo. Depende fuertemente de las características de la vegetación, como se muestra en la figura 1. El modelo lineal de esta figura se ha utilizado con frecuencia en modelos de circulación global. En este ejemplo, asimismo, utilizaremos $c = 1$.

Los parámetros τ y r se relacionan con la función infiltración definida en la ecuación (3). Budyko (1974), Gates y Schlesinger (1977) y Arakawa (1972), entre otros, han suministrado parametrizaciones de la función de producción, $1 - \Phi(s)$, como funciones de la evapotranspiración, precipitación, humedad del suelo y evapotranspiración potencial. Eagleson (1982) hace una descripción de varias de estas funciones de producción. Entre éstas probablemente la más sencilla sea la de Shukla (1977) que es presentada por Eagleson (1982) como

$$\frac{Y}{P} = 0,1 + 0,9 \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^{1,5} \quad (19)$$

donde

Y = producción (L/T)

P = precipitación (L/T)

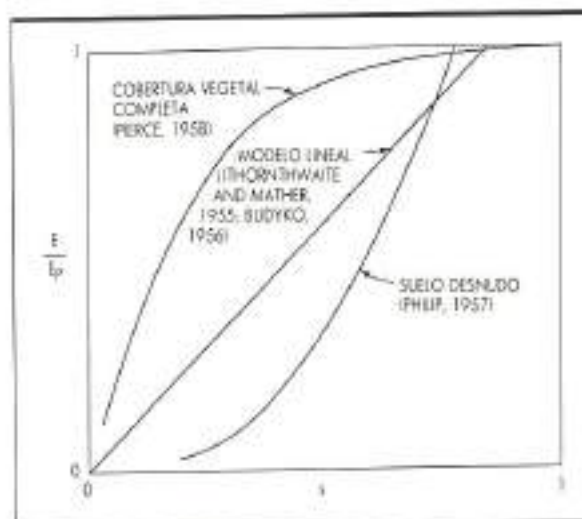


FIGURA 1. El grado de evapotranspiración, normalizado por su valor potencial climático, como función de la saturación del suelo relativo y para diferentes tipos de superficie (después de Lowry, 1959).

θ = humedad del suelo (.)

θ_s = Capacidad de suelo (.)

Para este ejemplo Rodríguez-Iturbe et al. (1991a) toman

$$\Phi(s) = 1 - s^2 \quad (20)$$

que corresponde a $\tau = 1$, $r = 2$ en la ecuación (3).

La precipitación advectiva P_a , evapotranspiración potencial E_p y el coeficiente de realimentación Ω se consideran como (Rodríguez-Iturbe et al., 1991a):

$$P_a = 0,8 \text{ m/yr}; E_p = 1,6 \text{ m/yr}; \Omega = (\bar{\alpha}^{-1}) = 1,57$$

La formulación determinista es por tanto (ecuación (6a)):

$$\frac{ds}{dt} = 0,8 \left(1 + \frac{s}{1,57} \right) (1 - s^2) - 1,6s \quad (21)$$

que da lugar a una solución de equilibrio con $s_e = 0,5$. Nótese que en este ejemplo la media de la lluvia anual total es del orden de

$$P_T = P_a + P_{re} = 0,8 + \frac{0,8 \cdot 0,5}{1,57} = 1,1 \text{ m/año} \quad (22)$$

y de este modo la contribución de la componente local de la precipitación es del orden del 20 al 30 % de la precipitación total.

La formulación estocástica se describe en la ecuación (8) con los mismos parámetros dados anteriormente más la varianza de α , σ_α^2 . Una estimación grosera de la magnitud de las fluctuaciones de la lluvia medida por σ_α se puede obtener de la variación de la precipitación total como en

$$\sigma_{PT} = P_a \cdot \bar{s} \cdot \sigma_a \quad (23)$$

Con $P_a = 0,8$ m/año y $\bar{s} = 0,5$ se obtienen los siguientes coeficientes de variación para lluvia total correspondiente a diferentes valores de σ_a^2 :

$$\sigma_a^2 = 0,1; \sigma_{PT} = 0,13; \sigma_a^2 = 0,5; \sigma_{PT} = 0,26; \sigma_a^2 = 1,0; \sigma_{PT} = 0,4$$

La anulación del potencial estocástico descrito en la ecuación (18) se da en este ejemplo mediante una ecuación cúbica cuyas raíces para $\sigma_a^2 = 0,5$ toz: $s_1 = 0,20$; $s_2 = 0,69$; y $s_3 = 0,80$. s_1 y s_3 corresponden a dos máximos y s_2 es el mínimo en la función densidad de probabilidad constante de la humedad del suelo en un estado estacionario. Así, las fluctuaciones inducidas por el ruido dan lugar a dos valores más probables de la humedad del suelo (0,20 y 0,80) bastante diferentes de la solución de equilibrio de la formulación determinista ($s = 0,50$). Para este ejemplo las f. de p. del estado estacionario se indican en la figura 2. Diferentes valores de la intensidad del ruido, σ_a^2 , cambiarán la forma de la distribución, variando la posición y peso de las modas así como su número.

Las posiciones y pesos de probabilidad de las modas tienen una importancia especial. El clima, suelo y vegetación serán los que manden el que sea más probable que el sistema esté situado en una moda o en otra; también determinarán si la transición entre modos es relativamente suave o si por el contrario es una transición abrupta, lo cual encajona el sistema de una forma efectiva alrededor de sus estados preferentes.

5. UNA ECUACION MODIFICADA DEL BALANCE DE HUMEDAD DEL SUELO

La ecuación (1) es una representación apropiada de la evolución de la humedad del suelo a nivel anual, pero cuando se trabaja en escalas de tiempo de dos a tres meses, el efecto de retroalimentación opera de una manera diferente. La retroalimentación de precipitación-humedad del suelo afecta a su evolución a través de dos mecanismos diferentes: 1) el mecanismo de suministro a través del cual la humedad pasa del suelo a la atmósfera, y 2) el mecanismo dinámico que resulta de los cambios de temperatura y presión en la superficie. Cuando se trabaja a nivel anual las consecuencias de ambos mecanismos se producen durante el intervalo de tiempo que se está estudiando (1 año) y así ambos se tienen en

cuenta en la ecuación (1) con la expresión $\frac{d^2}{dt^2}$. Este no

es el caso cuando se trabaja con intervalos de tiempo mucho más pequeños; entonces hay un retraso en el efecto de la humedad del suelo sobre la entrada de precipitación. Esto es, $s(t-\tau)$, la humedad del suelo en un instante previo es la que afecta a la precipitación en el tiempo t . Este retraso puede tener consecuencias muy importantes en la evolución de la humedad del suelo en escalas de tiempo semanales o de poca duración, las

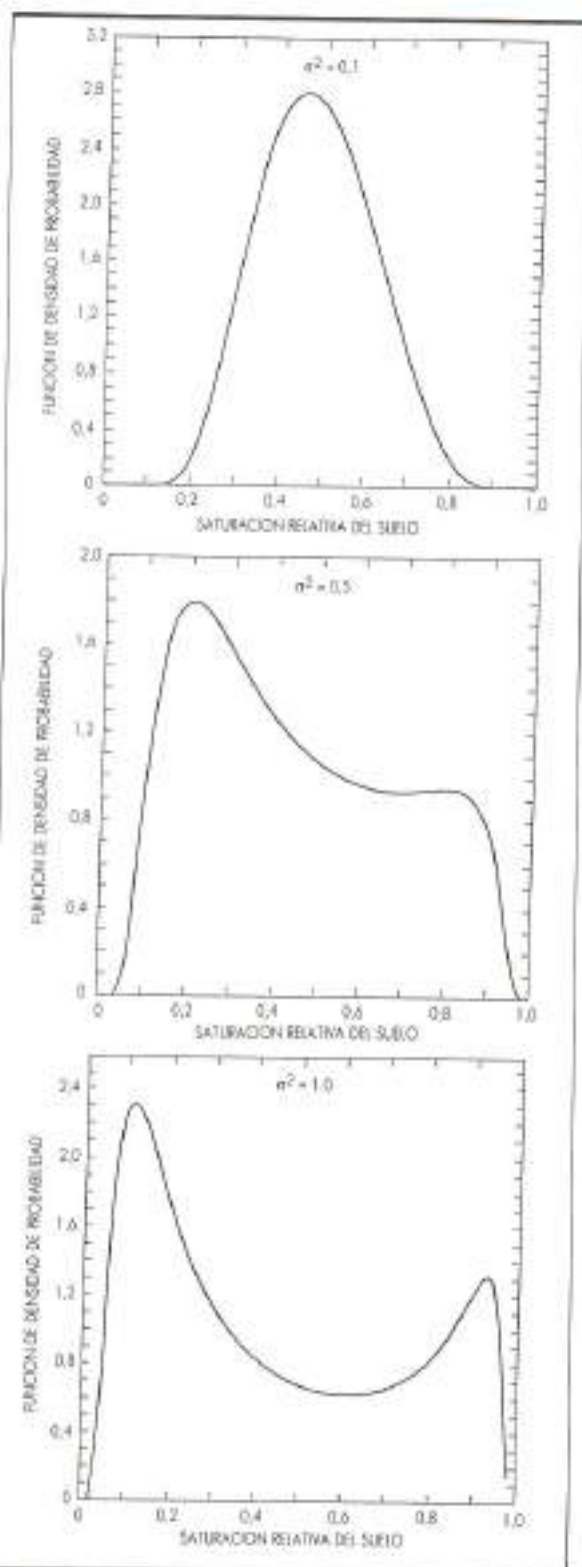


FIGURA 2. Estado estacionario de las funciones de densidad de probabilidad de la humedad del suelo para el ejemplo descrito en el artículo.

consecuencias se relacionan con la posibilidad de dinámicas con posibilidades de predicción limitada en la evolución de la humedad del suelo. La ecuación (1) ahora resulta:

$$\frac{ds(t)}{dt} = a \left(1 + \frac{s^*(t-\tau)}{\Omega} \right) (1 - ss^*(t)) - bs^*(t) \quad (24)$$

o en una notación más simple

$$\frac{ds}{dt} = a \left(1 + \frac{s^*}{\Omega} \right) (1 - ss^*) - bs^* \quad (25)$$

De hecho, más realista que la dependencia de la humedad del suelo de un instante determinado del pasado, es una media ponderada de los valores pasados, como en

$$s_t^* = \int_{-\infty}^t s^*(t') W(t-t') dt' \quad (26)$$

La existencia de efectos retardados en el mecanismo de suministro tiene importantes consecuencias en la dinámica de la evolución de la humedad del suelo. De hecho, de un sistema de una dimensión descrito con una ecuación diferencial, ecuación (1), la situación ha cambiado a una ecuación diferencial retardada que representa un sistema de dimensión infinita.

Además del mecanismo de suministro que es ahora en sí mismo más complejo, también existe, en escalas de tiempo menores de un año, un mecanismo dinámico que tiene que considerarse por separado. Este mecanismo dinámico, se refiere, en un primer momento, a la modificación de las circulaciones a mezoescala que surgen del calentamiento diferencial de la capa planetaria externa.

Para una representación condensada espacialmente como la ecuación (1), el papel crucial de desigualdades en la humedad superficial del suelo hace muy probable que el mecanismo dinámico sea más pronunciado cuando la humedad espacial media esté en el grado de saturación media (cerca y por encima de 0,5). Siendo la razón de esto que si la humedad media se acercase a uno, implicaría una alta humedad muy uniforme a lo largo del territorio y la ausencia de condiciones no homogéneas en espacio que a su vez imposibilitarían la existencia del calentamiento diferencial responsable de las circulaciones a mezoescala que representa el mecanismo dinámico. Del mismo modo, sobre regiones uniformemente secas con saturación del suelo espacial-media relativa cercana a cero, el desarrollo de circulaciones locales y mezclas verticales es menos probable que cuando prevalece una mezcla de condiciones de humedad de la superficie del suelo con una media espacial centrada entre cero y uno. Debido a esto, el mecanismo dinámico que afecta a la humedad atmosférica, de ambas fuentes local y advectiva, se representará como función de la humedad del suelo por una función con un máximo que esté un poco por encima de 0,5. Nos damos cuenta que ésta es una representación sim-

plista de los efectos dinámicos como función de la humedad del suelo. De hecho, con cualquier tipo de humedad media de suelo, digamos 0,6, se puede imaginar la humedad como uniforme a través del territorio. Por otra parte, solamente cuando la humedad media espacial sea significativamente diferente de 0 o 1 las inhomogeneidades espaciales podrán estar presentes en la mezoescala y el efecto dinámico, de gran importancia, será verdaderamente eficaz.

La expresión que se ha elegido para representar el efecto de la humedad del suelo en el mecanismo dinámico, que afecta a la lluvia en la representación condensada espacialmente, se da por (Rodríguez-Iturbe et al., 1991b):

$$F(s) = \frac{\alpha s^m}{\beta + s^m} \quad m, \alpha, \beta > 0 \quad (27)$$

Se trata de una función bastante flexible que siempre es positiva y refleja una estructura del tipo de una sola cresta. La posición y fuerza de la cresta la controlan los parámetros m , α y β .

El suministro de humedad está así influido por $F(s)$ para dar la ecuación de balance de humedad del suelo modificada

$$\frac{ds}{dt} = \frac{\alpha s^m}{\beta + s^m} \left[a \left(1 + \frac{s^*}{\Omega} \right) (1 - ss^*) - bs^* \right] \quad (28)$$

La compleja dinámica de las ecuaciones diferenciado-diferenciales ha sido estudiada extensamente. Los resultados de Glass y Mackey (1979) y de May et al. (1974) son especialmente importantes.

Rodríguez-Iturbe et al. (1991b) han estudiado la dinámica de la ecuación (28). Dependiendo de los valores del parámetro puede dar lugar a un punto de equilibrio fijo, a un ciclo límite que pueda ser de estructura simple o complicada, o puede no dar lugar a ningún modelo periódico, comportándose así de una manera caótica. En el último caso, la evolución es sumamente sensible a las condiciones iniciales e indistinguible del comportamiento estocástico aunque la ecuación diferencial de control retardado sea completamente determinista. Por razones topológicas, la dinámica caótica necesita un sistema que tenga al menos tres ecuaciones diferenciales ordinarias no-lineales, así, no existe la posibilidad de este tipo de dinámica compleja en la ecuación (1). Por otra parte, las ecuaciones diferenciales de retardo son equivalentes a un sistema de dimensión infinita y pueden reflejar una dinámica caótica.

6. CONSECUENCIAS CLIMATICAS Y CONCLUSIONES

Cuando la ecuación de balance de agua en la humedad del suelo se acopla a una parametrización para el reciclado local de agua sobre amplias zonas de tierra, refleja algo de la estructura estadística que se observa con frecuencia en diferentes variables climáticas. Siguiendo a Rodríguez-Iturbe et al. (1991a,b), se ha señalado en

secciones anteriores que la humedad del suelo de una región puede ser intransitiva en el sentido de que tiene varias modas estadísticas diferentes en su función de densidad de probabilidad a largo plazo. Las fluctuaciones estocásticas (precipitación), al actuar en la ecuación del balance de agua, pueden dar lugar a transiciones, inducidas por el ruido, de una moda estable a otra. Esta es la situación hidrológica cuando una región experimenta períodos prolongados de sequía (con fluctuaciones de año en año alrededor de condiciones generalmente secas) y a continuación hay un cambio abrupto a condiciones por encima de la media hasta que surja otro período seco. Tal comportamiento persistente tendrá dos modas estables: seca y húmeda. Durante cada una, existen fluctuaciones estocásticas en torno a la media local. La hidrología regional puede variar de una moda a otra por uno de estos cambios hidrológicos. Esto ocurre si la alteración de origen externo es lo suficientemente grande para librar el balance hidrológico regional de una moda estable y encerrarlo en otra. Este comportamiento en la humedad del suelo se ha demostrado aquí mediante el desarrollo de un modelo estadístico-dinámico con componentes de base física y acción externa estocástica.

Hasta aquí, la saturación superficial del suelo de una región se ha considerado como indicativo de las condiciones hidrológicas a gran escala. Puesto que esta variable influye en la regeneración local de precipitación y afecta en gran medida el balance térmico regional, se puede esperar que el comportamiento intransitivo en la humedad del suelo se refleje también en otras variables hidroclimáticas como la precipitación y temperatura en la superficie. Se debe advertir que estas últimas variables son el resultado de complejas interacciones también con otros componentes del sistema del clima. Si no es únicamente a través de la humedad del suelo, variables climáticas con comportamiento estadístico intransitivo pueden surgir de la interacción de mecanismos de retroalimentación y de forzamiento estocástico equivalentes a los ya formulados para la hidrología de superficie. Las teleconexiones, dependencia de las temperaturas de la superficie del mar y de las características de circulación a gran escala pueden asimismo afectar al comportamiento estadístico de las precipitaciones regionales.

REFERENCIAS

- ARAKAWA, A. (1972). *Design of the UCLA General Circulation Model*, Tech. Rep. N.º 7, Dept. Meteor., University of California, Los Angeles, pág. 116.
- ARNOLD, L. (1974). *Stochastic Differential Equations: Theory and Applications*, Wiley, New York.
- BUDYKO, M. I. (1974). *Climate and Life*, Academic Press, New York, pág. 508.
- DELWORTH, T., y MANABE, S. (1989). The influence of soil wetness on near-surface atmospheric variability, *Journal of Climate*, 2(12), 1447-1462.
- EAGLESON, P. S. (1982). *Land Processes in Atmospheric General Circulation Models*, Cambridge University Press, 560 págs.
- GATES, W. L., y SCHLESINGER, M. E. (1977). Numerical simulation of the January and July global climate with a two-level atmospheric model, *Journal of The Atmospheric Sciences*, Vol. 34, págs. 36-76.
- GLASS, L., y MACKAY, M. C. (1979). Pathological conditions resulting from instabilities in physiological control systems, *Annals of the New York Academy of Sciences*, 316, 214-235.
- KOSTER, R. J.; JOUZEL, R.; SOUZZO, G.; RUSSEL, O.; RIND, y EAGLESON, P. S. (1986). Global sources of local precipitation as determined by the NASA/GISS GCM, *Geophysical Research Letters*, 13(1), págs. 121-124.
- LETTAU, H.; LETTAU, K., y MOKION, L. C. (1979). Amazonia's hydrologic cycle and the role of atmospheric recycling in assessing deforestation effects, *Monthly Weather Review*, Vol. 107, N.º 3, págs. 227-238.
- LOWRY, W. P. (1959). The falling rate phase of evaporative soil moisture loss: a critical evaluation, *Bulletin of the American Meteorological Society*, 40, pág. 605.
- MAY, R. M.; CONUAY, G. R.; HASSELL, M. P., y SOUTHWOOD, T. R. E. (1974). Time delays, density dependence and single species oscillations, *Journal of Animal Ecology*, 43, 747-770.
- MINTZ, Y. (1981). The influence of soil moisture on rainfall and circulation: a review of simulation experiments. Paper presented at the GARP study Conference on Land Surface Processes in Atmosphere General Circulation Models, Greenbelt, Maryland, January 5-10, 1981.
- RODRIGUEZ-ITURBE, I.; ENTEKHABI, D., y BRAS, R. L. Nonlinear dynamics of soil moisture at climate scales. 5. Stochastic Analysis, *Water Resources Research*, Vol. 27, N.º 8, 1899-1906, agosto 1991.
- RODRIGUEZ-ITURBE, I.; ENTEKHABI, O.; LEE, J. S., y BRAS, R. L. Nonlinear Dynamics of soil moisture at climate scales. 2. Chaotic analysis, *Water Resources Research*, Vol. 27, N.º 8, 1907-1916, agosto 1991.
- SHIKLOMANOV, I. A. (1989). Climate and Water Resources, *Hydrological Sciences Journal*, 34(5), págs. 495-529.
- SHUKLA, J. (1977). personal communication to Eagleson (1982).
- SHUKLA, J., y MINTZ, Y. (1982). Influence of land-surface evapotranspiration on the Earth's climate, *Science*, Vol. 215, págs. 1498-1500.
- SHUKLA, J.; NOBRE, C., y SELLERS, P. (1990). Amazon deforestation and climate change, *Science*, Vol. 247, págs. 1322-1325.