

Un método alternativo para estimar la pendiente estable transversal del lecho en canales aluviales curvos

FRANCISCO P. GARCIA-GUTIERREZ (*)
JUAN F. FERNANDEZ-BONO (**)

RESUMEN. La ecuación del movimiento de partículas de sedimentos que se mueven en la vecindad del lecho del canal es asistida por las relaciones que describen las características de flujo bajo la asunción de flujo completamente desarrollado en curvas, basado en mediciones de los perfiles de velocidad. Como resultado, la pendiente transversal del lecho para condiciones estables es estimada y el proceso es corroborado con datos existentes.

ABSTRACT. *The equation of motion of sediment particles moving close to the channel bed is assisted by the relationships for the flow characteristics, under the assumption of fully developed bend flow, based on actual measurements of the flow velocity profiles. Hence, the transverse bed slope for the stable condition is estimated and assessed by existing data.*

1. INTRODUCCION

En décadas pasadas, muchos investigadores, siguiendo los pasos de Van Bendegom (1947), han dedicado tiempo al análisis del fenómeno de corrientes secundarias producidas en curvas de canales aluviales, y les ha permitido determinar sus efectos en la topografía del lecho —principalmente el establecimiento de la pendiente transversal—, y de un modo más general el efecto conjunto de la variación de la topografía del lecho. Debido a la importancia del mencionado efecto, éste debe ser tomado en cuenta por el ingeniero dedicado a trabajos de tipo fluvial.

En ese sentido, se han hecho esfuerzos para llegar a establecer relaciones matemáticas de utilidad práctica y también para entender los procesos y características de tales flujos y sus interrelaciones con los contornos móviles y el transporte de sedimentos. No siendo la intención de este artículo presentar en detalle las muchas teorías ingeniosas y modelos que conducen al cálculo de los perfiles estables transversales del lecho, el lector es referido a Odgaard (6), en cuyo artículo se puede encontrar una buena presentación de los mismos.

Una de las particularidades principales —hasta el momento— en la estimación de la pendiente estable transversal del lecho es que las características de flujo, bajo la asunción de flujo completamente desarrollado en curvas, habían sido obtenidos basados en conocidos perfiles de velocidad para describir el campo principal de velocidades como son: la ley logarítmica, ley potencial, etc. Sin embargo, y debido a mediciones hechas de tales perfiles de velocidad en canales curvos tanto en dirección longitudinal como en la transversal por, entre otros, Rozoovskil (1957), Kikkawa et al. (5) y Odgaard (7) y (8), muchas de las características del flujo en las mencionadas condiciones fueron desveladas.

Estos últimos hallazgos llevaron a Hussein y Smith (3) a proponer un perfil longitudinal de velocidad que toma en cuenta la depresión del punto de máxima velocidad por debajo de la superficie libre, introduciendo asimismo el efecto de la relación ancho-profundidad en el perfil propuesto, con lo que completaron el análisis; haciendo destacar que en la determinación de las propiedades del flujo a partir del perfil propuesto asumieron flujo completamente desarrollado en curva en las ecuaciones del movimiento del fluido.

La ecuación del movimiento de las partículas de sedimento en la vecindad del lecho del canal es aplicada bajo la condición de que no hay movimiento de sedimentos en la dirección transversal en condiciones estables finales; y así esta ecuación, es asistida por las características de flujo propuestas por Hussein y, finalmente, la pendiente estable transversal del lecho es calculada.

(*) Ingeniero Civil, MSC en Ingeniería Hidráulica. Investigador Doctoral, Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente, Universidad Politécnica de Valencia.

(**) Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Profesor titular de Ingeniería Hidráulica, Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente, Universidad Politécnica de Valencia.

Finalmente, y para validar el procedimiento, los datos obtenidos por Zimmermann y Kennedy (11) mediante mediciones directas fueron utilizados, y por los resultados obtenidos se demuestra que el acuerdo entre los datos medidos y calculados por la metodología que ocupa el presente artículo, es bueno.

2. LA ECUACION DEL MOVIMIENTO DE SEDIMENTOS

La ecuación del movimiento de sedimentos en el lecho del canal que se presenta sigue una derivación de tipo dinámica, la cual en naturaleza es similar a las fórmulas particulares desarrolladas por Kikkawa et al. (5), Bridge (1) y Parker et al. (9). Por lo que su aplicabilidad debe responder a situaciones más generales que las que han sido usadas previamente, basadas en diferentes modelos de la condición de inicio de movimiento de la partícula.

En lo que sigue, sólo las asunciones principales para llegar al planteamiento de la ecuación en cuestión y las expresiones resultantes serán expuestas, todo ello en aras de presentar con claridad los puntos esenciales.

Para el establecimiento de la ecuación general, los siguientes aspectos y asunciones han sido tomados en cuenta:

- El sistema coordenado ortogonal se sitúa en el lecho del canal, donde ambas coordenadas, longitudinal y transversal, descansan en el plano del lecho y son tangenciales al mismo en las direcciones indicadas y mutuamente perpendiculares. La coordenada longitudinal sigue la trayectoria media central de la geometría del río. La coordenada vertical es ortogonal al plano del lecho y por lo tanto a las otras coordenadas, y tiene dirección hacia arriba.
- Con el fin de establecer las condiciones generales del flujo, es decir: no sólo las condiciones desarrolladas, sino las que están en desarrollo y condiciones no estacionarias; se asume que las componentes de las fuerzas que actúan sobre la partícula sufren desviaciones arbitrarias pequeñas de la dirección de la trayectoria media central. También se asume que las partículas del lecho, en el movimiento, se desvían de la trayectoria media central.
- El vector de esfuerzo de corte en el lecho se asume paralelo a la velocidad del flujo cercana al lecho.

La fuerza de sustentación se asume perpendicular al plano del lecho y en dirección positiva hacia arriba de la coordenada. El peso sumergido es considerado tomando también en cuenta el efecto de la componente gravitacional longitudinal. Así, la fuerza resistiva entre las partículas en movimiento y el lecho es evaluada y actúa en la dirección del movimiento de las partículas de sedimento.

Se considera que la desviación del arrastre (drag) es distinta a la del esfuerzo de corte.

El efecto de la aceleración centrífuga sobre la partí-

cula se consideró, pero es despreciable para la mayoría de los sistemas de ríos naturales.

Finalmente, se estableció la ecuación de balance de fuerzas, y después de manipulación matemática y el uso de otras relaciones obtenidas de las consideraciones dadas líneas arriba, se obtiene una expresión general que relaciona la desviación que sufren las partículas de sedimento de la trayectoria media central, con la desviación del flujo en la vecindad del lecho y la inclinación transversal del lecho en el punto en consideración. Así la expresión es:

$$\tan \beta = \tan \delta + \left[\frac{4}{3} \cdot \frac{D \cdot g \cdot D \cdot \rho}{C_d \cdot \tau_{bs} \cdot C} \cdot \frac{1}{M_1 - M_2} \right]^{1/2} \cdot \tan \alpha \quad (1)$$

donde:

- β = Desviación de las partículas del lecho de la trayectoria media central.
- δ = Desviación del flujo en la vecindad del lecho.
- α = Inclinación transversal del lecho.
- D = Parámetro igual a $(\rho_s/\rho) - 1$.
- ρ_s = Densidad de las partículas de sedimento.
- ρ = Densidad del fluido.
- g = Aceleración de la gravedad.
- C_d = Coef. de arrastre.
- D = Diámetro medio de la partícula.
- τ_{bs} = Esfuerzo cortante en el lecho en dirección tangencial a la trayectoria media central.
- C = Variable (igual a $(U_{bs}/U_*)^2$).
- U_{bs} = Velocidad en la vecindad del lecho en dirección tangencial a la trayectoria media central.
- U_* = Velocidad de corte.
- r = Relación entre el coeficiente de sustentación y el de arrastre.
- μ = Coeficiente de fricción dinámico entre las partículas y el lecho.
- θ = Inclinación longitudinal del lecho.
- $M_1 = \mu/(1 + \mu r)$
- $M_2 = \tan \theta/(1 + \mu r)$

Para la condición final estable, sin embargo, el término que incluye la desviación de la partícula de sedimento desaparece, ya que no debería existir componente neta de la velocidad de la partícula en el lecho en la dirección transversal. Por lo que se tiene:

$$S_T = \tan \delta \cdot \left[\frac{3}{4} \cdot \frac{C_d \cdot \tau_{bs} \cdot C}{D \cdot g \cdot D \cdot \rho} \cdot \frac{\mu + S_0}{1 + \mu r} \right]^{1/2} \quad (2)$$

donde:

- S_T = Nomenclatura generalmente aceptada para la pendiente transversal.
- S_0 = Pendiente longitudinal del lecho.

Es de hacer notar que en esta ecuación el efecto de la pendiente longitudinal del lecho está incluido. Kikkawa et al. (5) y otros autores sugieren la introducción de

un «coeficiente de cobijamiento» que debe multiplicar a la ecuación dada (ya que éste afecta a la fuerza tractiva) a fin de tomar en cuenta efectos de «cobijamiento» debido a otras partículas. Adicionalmente, Zimmermann et al. (11), Odgaard (6) y otros afectan la ecuación dada por un factor de forma de la partícula. Ambos aspectos serán discutidos en su momento, ya que éstos, ciertamente, pueden afectar los resultados.

La ecuación (2) puede ser simplificada; asumiendo, en primer lugar, que el efecto de la pendiente longitudinal del lecho no afectará el resultado final, lo cual es cierto para la mayoría de sistemas naturales excepto aquellos con considerables pendientes longitudinales y, en segundo lugar, evaluando las variables contenidas entre corchetes. Para ello es necesario hacer uso del concepto vertido en la ecuación 14 del artículo de Ikeda (4), donde se propone una expresión para el esfuerzo cortante crítico adimensional para lecho plano e introducirlo en la ecuación (2) por similitud. Después de realizar la mencionada manipulación matemática y de arreglar términos, la ecuación (2) se reduce a la siguiente expresión:

$$S_T = \tan \delta \left[\frac{\mu}{1 + \mu r} \cdot \left(\frac{\tau_*}{\tau_{*c}} \right)^{1/2} \right] \quad (3)$$

donde:

τ_{*c} = Esfuerzo cortante crítico adimensional =

$$= \frac{4}{3} \cdot \frac{\mu}{c(1 + \mu r)c_d}$$

τ_* = Esfuerzo cortante adimensional de Shields = $\tau_{*s}/\rho g D$.

Es de importancia hacer notar que el esfuerzo cortante crítico adimensional depende ahora de las consideraciones dinámicas del movimiento de la partícula y que, como demuestra Ikeda (4), las curvas Tipo Shields dependen de las variables que intervienen.

Todos los parámetros y variables introducidos serán discutidos en posterior párrafo, para así determinar y elaborar su uso en situaciones prácticas.

Como puede observarse de las ecuaciones dadas, para evaluar la pendiente transversal del lecho es necesario conocer la estructura del flujo, de manera que la desviación del flujo en el lecho pueda estimarse.

3. CARACTERÍSTICAS DEL FLUJO

Zimmermann y Kennedy (11) argumentan que la dificultad principal en analizar de forma apropiada la pendiente transversal del lecho en canales curvos es la falta de una expresión adecuada que pueda predecir la distribución lateral del campo de velocidades. En efecto, el objetivo final para la mayoría de los modelos existentes es la determinación de la desviación de la trayectoria media central del flujo en el lecho, es decir, $\tan \delta$. Para obtenerlo, sin embargo, es necesario tener conocimiento de la estructura del flujo ya que este ángulo de desvia-

ción, como se menciona en el párrafo 2, sigue la trayectoria de la velocidad del flujo cercana al lecho y, por lo tanto, se define matemáticamente como: la relación entre las componentes transversal y longitudinal del flujo cercana al lecho; o de forma alternativa, para compatibilizar los criterios ya usados: la relación entre los esfuerzos de corte en el lecho en dirección transversal y longitudinal.

En el perfil longitudinal de velocidad en flujo curvo, o el perfil de velocidad tangencial a la trayectoria media central en el punto en consideración, se encuentra que el punto de máxima velocidad se deprime por debajo de la superficie libre de flujo, y por lo tanto, esto lleva a la conclusión de que los perfiles de velocidad frecuentemente utilizados no son muy apropiados para predecir correctamente la estructura del flujo (aunque algunos parecen dar buenos resultados), principalmente debido al hecho de que alcanzan el máximo en la superficie libre. Basados en este hecho, y también tomando en cuenta que el perfil de velocidad logarítmico aplica bastante bien en la región comprendida entre 0,1 y 0,2 de la profundidad relativa de flujo medida desde el lecho, Hussein y Smith (3) proponen una relación para el perfil de velocidad longitudinal que puede extenderse a través de toda la profundidad de flujo y que, asimismo toma en consideración el efecto de la relación ancho-profundidad del canal en su concepción.

El perfil de velocidad propuesto o ley modificada, esencialmente está basada en perfiles de velocidad observados y éste sigue la ley logarítmica hasta 0,2 de la profundidad relativa y a partir de este punto se extiende por medio de un índice que determina la región de validez y de un polinomio en η (profundidad relativa de flujo), que asimismo asegura una transición suave de la ley logarítmica a la ley modificada. Esta ley modificada toma la siguiente forma:

$$\frac{\sqrt{\theta}}{U_*} = \frac{1}{K} \cdot \ln \left(\frac{\eta}{\eta_0} \right) - I(\eta) \cdot P(\eta) \quad (4)$$

donde:

$\sqrt{\theta}$ = Velocidad longitudinal. U_* = Velocidad de corte.

η = Profundidad relativa de flujo (z/H).

K = Constante de Von Karman. $I(\eta)$ = Índice que determina la región de validez.

$P(\eta)$ = Polinomio en η .

H = Profundidad local de flujo.

z = Distancia desde el lecho.

η_0 = Profundidad relativa a la cual $\sqrt{\theta}$ es cero.

El índice toma los siguientes valores:

$I(\eta) = 0$ cuando $\eta < 0,2$, y

$I(\eta) = 1,0$ cuando $\eta > 0,2$.

Después de trabajar bajo las condiciones específicas se encuentra que el valor del polinomio $P(\eta)$ es: $P(\eta) = a(5\eta - 1)^2$; donde a es un parámetro que depende de la relación ancho-profundidad.

Asimismo, después de manipulación matemática de la relación (4), la velocidad media del flujo y el punto de máxima velocidad pueden obtenerse.

La distribución de los esfuerzos de corte en la dirección longitudinal y perpendicular a la coordenada vertical fue determinada asumiendo que el efecto de las corrientes secundarias se toma en cuenta en la estructura de flujo al permitir la depresión del punto de máxima velocidad por debajo de la superficie libre, y como resultado expresan el esfuerzo de corte en series de potencias de $(1 - \eta)$, y obtienen la distribución de la viscosidad de remolino turbulenta que varía con el punto de máxima velocidad, es decir, con la relación ancho-profundidad. El lector es referido al trabajo publicado (3) para obtener los detalles de las mencionadas variables del flujo.

La distribución de velocidad en dirección radial es determinada considerando la ecuación de cantidad de movimiento en la dirección radial, bajo la asunción de flujo curvo completamente desarrollado que la reduce a tres términos (aceleración centrífuga, pendiente transversal de flujo y esfuerzo cortante radial). Los valores así computados para el perfil de velocidad radial o transversal son bastante buenos comparados con los valores medidos y se encuentra que la distribución de velocidades radiales en la vertical para relaciones ancho-profundidad pequeñas son muy diferentes en su forma de aquellos observados para canales anchos. Los valores calculados fueron comparados con los valores medidos por Rozakovskii, Kikkawa et al. (5) y Odgaard.

Finalmente, los esfuerzos de corte en el lecho en direcciones radiales y longitudinales calculados bajo los principios descritos permiten el cálculo del ángulo de desviación del flujo en el lecho. La expresión resultante, con el factor de fricción corregido de la versión original de manera que pueda usarse en el contexto del presente trabajo, es como sigue:

$$\tan \delta = \frac{h}{r} \left[b^2 - \alpha \frac{8}{f} + \frac{2}{k} \left(\frac{1}{k} - b \right) + \alpha \left(\frac{23}{9k} - \frac{128}{15} b + \frac{1024}{25} \alpha \right) \right] \quad (5)$$

La cual en notación simplificada puede ser re-escrita como:

$$\tan \delta = L \frac{h}{r} \quad (6)$$

donde:

h = Prof. media de flujo.

r = Radio central de curvatura.

f = Factor de fricción del lecho de Darcy-Weisbach.

b = Parámetro definido como $(1/k) \cdot \ln(1/\eta_0)$.

α = Coeficiente adimensional que afecta a la acel. centrífuga en la ecuación de cantidad de movimiento, dependiente de la rugosidad y de la relación ancho-profundidad.

L = Coeficiente adimensional dado por ecuaciones (5) y (6).

Hussein y Smith reportan que L incrementa al disminuir la rugosidad del lecho, lo que está de acuerdo con lo expresado por Zimmermann y Kennedy (11), y que L incrementa al incrementar la relación ancho-profundidad.

4. EVALUACION Y DISCUSION DE ALGUNOS PARAMETROS

Con el fin de evaluar la pendiente estable transversal del lecho, el resultado por la ecuación (5) debe ser introducido a cualquiera de las ecuaciones (2) o (3). Sin embargo, antes de realizar ese procedimiento, es necesario explicar brevemente los procedimientos adoptados para evaluar algunos parámetros y variables, especialmente aquellos relacionados a las ecuaciones (2) y (3).

La velocidad del flujo en la vecindad del lecho puede ser evaluada por cualquiera de los procedimientos existentes. Sin embargo, se debe tener especial cuidado en las asunciones que se propongan; especialmente aquellas relacionadas con la localización del lecho hipotético (punto donde la velocidad real es cero), y el punto en sí donde se considera que la velocidad del flujo en la vecindad del lecho debería evaluarse. Como no es posible determinar analíticamente el desplazamiento de la referencia del perfil de velocidad hasta el punto donde ésta es en realidad cero para canales aluviales, se asume —en el contexto de este trabajo— que las partículas en consideración descansan sobre un lecho de partículas similares y que el nivel de referencia está localizado en la parte inferior de la partícula que descansa sobre el lecho. Debido a la disposición y arreglo de las partículas que descansan sobre el lecho, parte de la mitad inferior de las mismas (aproximadamente de 0,2D a 0,4D) estarán por debajo del nivel dado por la parte superior de las partículas que forman el lecho, y por lo tanto, es bastante realista el tomar la velocidad del flujo en la vecindad del lecho a una altura de D/2 medida desde la parte inferior de la partícula. Con esta asunción, el desplazamiento de la referencia de la velocidad es, efectivamente, del orden de 0,2D a 0,4D.

Otro aspecto, en relación a la velocidad de flujo cercana al lecho, es la elección de un perfil apropiado de velocidad, el cual debe ser compatible con el que se ha adoptado para la determinación de las características del flujo y, por otra parte, debe ser adecuado a las condiciones de rugosidad.

Muchos autores, asumiendo condiciones completamente rugosas al nivel del lecho han propuesto prácticamente velocidades adimensionales de flujo eecenas al lecho, constantes. Lo que parece más razonable es que al nivel del lecho y a través de la región de carga de fondo del lecho el flujo puede estar dominado por efectos viscosos o encontrarse en la región de transición, por lo que es deseable el obtener un perfil de velocidad que pueda ser aplicado continuamente a través de las

diferentes regiones del flujo. A ese respecto, muchos perfiles de origen empírico han sido propuestos (12), en los cuales la velocidad local es una función de la variable $z U_* / \nu$. Donde: las variables z y U_* ya han sido definidas y ν = viscosidad cinemática. En el presente trabajo el modelo desarrollado por Rotta (1950) (12) es aplicado, ya que hay evidencia de su buena actuación a través de su utilización en condiciones similares de rugosidad y de desplazamiento de la referencia del perfil de velocidad. Para detalles, el lector puede referirse a (11) y (4).

Para evaluar el coeficiente de arrastre, se asume que la velocidad de caída se correlaciona con la velocidad de flujo en la vecindad del lecho en una manera similar a la que adopta Bridge et al. (2) e Ikeda (4). Análiticamente se aplica una relación ajustada propuesta por White (12).

El coeficiente dinámico de fricción entre las partículas y el lecho —que no debe confundirse con el ángulo de reposo sumergido— ha sido determinado experimentalmente por muchos autores (2), y se encuentra que éste varía con las condiciones del transporte de sedimentos. El valor adoptado es de 0,43, como el propuesto por Kikkawa et al. (5). La relación entre los coeficientes de sustentación y arrastre se toma como 0,85, ya que éste fue el valor encontrado por el trabajo original de Chepil (10) y fue propuesto posteriormente para su uso práctico por Kikkawa et al. (5).

Por lo que concierne al coeficiente de cobijamiento y al factor de forma de la partícula, los valores comúnmente adoptados son de 2/3 y 1,27 respectivamente, lo que implica que las ecuaciones que dan el perfil transversal estable del lecho deben ser afectadas por un factor aproximado de 0,85.

5. BREVE DESCRIPCION DE LOS DATOS USADOS

Los datos usados en el contexto del presente trabajo son los de Zimmermann y Kennedy (11), ya que éstos han

sido ampliamente usados no sólo en comprobar otras teorías y modelos (6) sino también en la interpretación de la bondad de ajuste de características del flujo (3). Un total de 44 juegos de datos se utilizan.

6. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Los resultados se muestran en la figura 1, y de ellas se desprende la bondad del método propuesto. No se utiliza ningún factor de calibración.

La figura 1a) corresponde al análisis sin incluir ni coeficiente de cobijamiento ni factor de forma; y la figura 1b) hace referencia al análisis que incluye ambos.

La relación de discrepancia —definida como la relación entre valores medidos y valores calculados— tiene un valor medio global de 0,83, variando de 0,62 a 1,38 para el caso sin coef. de cobijamiento ni factor de forma. Sin embargo, parece que existe una mejora global cuando ambos son incluidos, ya que el valor medio global de la relación de discrepancia es de 0,99, variando de 0,7 a 1,47 (dentro de un rango de $\pm 15\%$ de los valores medidos en promedio).

Es, quizás, interesante separar los resultados en lo que concierne a los diámetros medios utilizados, ya que hay una ligera tendencia en la bondad de valores calculados.

Para las partículas de diámetro medio 0,21 mm, los resultados son bastante buenos sin introducir ni el coeficiente de cobijamiento ni el factor de forma, dando una relación de discrepancia media de 0,94; los valores que tienden a desviarse son aquellos correspondientes a las más altas descargas de sedimentos.

Para los de 0,55 mm, por otra parte, los resultados se mejoran con la introducción del coeficiente de cobijamiento y el factor de forma. La tendencia general es que los valores calculados son ligeramente mayores que los medidos.

Para los datos utilizados la pendiente longitudinal no tiene efecto considerable.

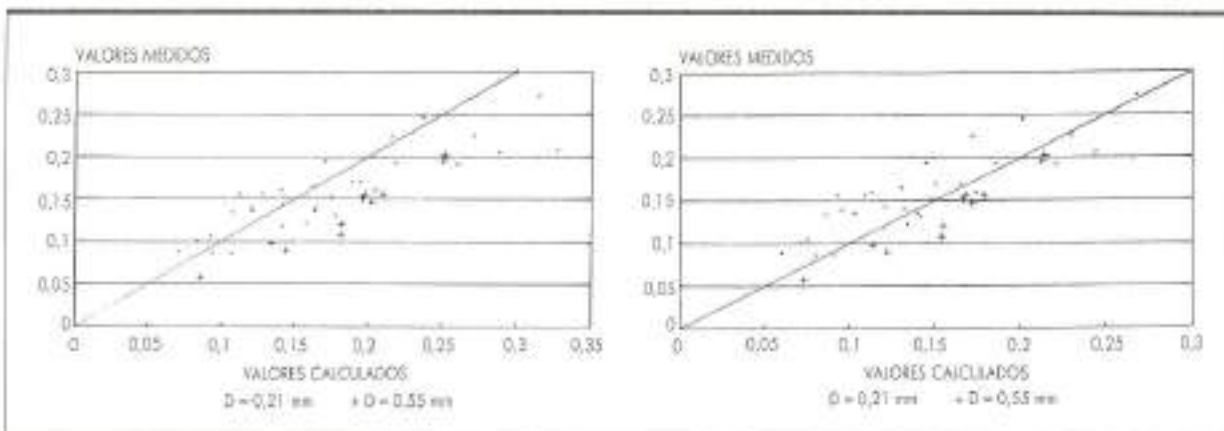


FIGURA 1a y b. Comparación de resultados.

El valor de L , evaluado con el procedimiento descrito por Hussein y Smith (13), da valores menores que los que se obtienen con la relación de Zimmermann et al., por un factor de casi 2. Lo que a primera vista parece estar de acuerdo con la descripción de Odgaard y Berghs (8) en lo que concierne al ángulo de desviación del flujo en el lecho.

RECONOCIMIENTO

El primer autor desea agradecer a la Generalitat Valenciana, Conselleria de Cultura, Educación y Ciencia, el apoyo económico brindado durante la investigación doctoral en curso.

REFERENCIAS

1. BRIDGE, J. S. (1977). «Flow, bed topography, grain size and sedimentary structure in open channel bends». *Earth Surface Processes*, vol. 2, págs. 401-416.
2. BRIDGE, J. S., y DOMINIC, D. P. «Bed load grain velocities and sediment transport rates». *Water Resources Research*, vol. 20, núm. 4, abril 1984, págs. 476-490.
3. HUSSEIN, A. S. A., y SMITH, K. V. H. (1986). «Flow and bed deviation angle in curved open channels». *J. Hyd. Res., IAHR*, vol. 24, núm. 2, págs. 93-108.
4. IKEDA, S. (1982). «Incipient motion of Sand Particles on side slopes». *J. Hyd. Div., ASCE*, vol. 108, HY1, págs. 95-114.
5. KIKKAWA, H.; IKEDA, S., y KITAGAWA, A. (1976). «Flow and bed topography in curved alluvial channels». *J. Hyd. Div., ASCE*, vol. 102 HY9, págs. 1327-1342.
6. ODGAARD, J. A. (1981). «Transverse bed slope in alluvial channel bends». *J. Hyd. Div. ASCE*, vol. 107 HY12, págs. 1677-1694.
7. ODGAARD, J. A. (1982). «Bed characteristics in alluvial channel bends». *J. Hyd. Div. ASCE*, vol. 108 HY11, págs. 1268-1281.
8. ODGAARD, J. A., y BERGHS, M. A. «Flow processes in a curved alluvial Channels». *Water Resources Research*, vol. 24, núm. 1, junio 1988, págs. 45-56.
9. PARKER, G., y ANDREWS, E. D. (1985). «Sorting of bed load sediment by flow in meander bends». *Water Resources Research*, vol. 21, núm. 9, págs. 1361-1373.
10. RAUDKIVI, A. J. (1976). «Loose Boundary Hydraulics». Pergamon Press, Oxford, U. K. 2nd.
11. ZIMMERMANN, C., y KENNEDY, J. F. «Transverse bed slopes in curved alluvial streams». *J. Hyd. Div. ASCE*, vol. 104 HY1, junio 1978, págs. 33-48.
12. WHITE, F. M. (1974). «Viscous Fluid Flow». McGraw-Hill Book Co., New York - USA, pág. 725.