

Un modelo numérico de flujo y pendiente transversal del lecho en cauces aluviales con curvatura continua en planta

FRANCISCO J. CRESPO (*)

JUAN B. MARCO (*)

RESUMEN. Se desarrolla un modelo numérico de características del flujo y pendiente transversal del lecho en cauces aluviales. El modelo está basado en el método de Odgaard del flujo en curva de un canal. Se han realizado adaptaciones para tener en cuenta los efectos de un cambio continuo en la curvatura en planta del canal. El modelo se ha probado con datos de campo y de laboratorio.

ABSTRACT. A numerical model is developed for flow characteristics and bottom transverse slope in alluvial channels. The model is based on Odgaard's method for flow in a channel curve. Adaptations are made for channel evaluation with continuous change in plan curvature. The model is tested with laboratory and field data.

1. INTRODUCCION

Las características del flujo en una curva de un canal natural constituyen un problema que ha suscitado un alto grado de interés en la literatura hidráulica, desde la obra pionera de Rozovsky (1961). El estudio de los cambios geomorfológicos y del trazado en planta de los cauces naturales, así como el diseño de encauzamientos y protección contra avenidas requiere una predicción detallada de la geometría del lecho. Sin embargo, un meandro nunca está aislado. La curvatura en planta de un río se desenvuelve en forma continua. Las condiciones de entrada del agua a una curva influyen fuertemente sus características.

Un cierto número de modelos numéricos, bidimensionales o tridimensionales estudian este problema sobre una retícula. Debido a la complejidad numérica, su uso práctico está limitado a tramos cortos de río, por ejemplo a una curva única o un meandro. Junto a ellos, se han desarrollado recientemente métodos para estudiar el movimiento secundario del agua y los sedimentos, derivados a partir de la resolución previa del movimiento longitudinal.

Estos métodos permiten una mejor profundización en la física del fenómeno, puesto que reflejan directamente los efectos del trazado en planta. Las ventajas para el diseño de encauzamientos son evidentes.

Actualmente existen tres tipos de método que basan los cálculos del flujo en sus características a lo largo del eje del río. Los tres retienen la variación longitudinal de la velocidad $\partial v / \partial s$. De Vriend (1976) y colaboradores desarrollaron, en primer lugar, una solución por métodos de perturbación, que reproducía bastante bien la respuesta longitudinal del río. Kalkwijk y Booij (1986) linealizaron el movimiento secundario al descomponerlo en dos términos, debidos a la curvatura, v , y a la turbulencia, v' . Finalmente, Odgaard (1988) presentó un modelo que se integra analíticamente para obtener las características basculantes amortiguadas o no de la pendiente transversal del lecho, tras un cambio en la geometría del cauce.

2. EL METODO DE ODGAARD

Para un sistema de coordenadas intrínsecas referidas al eje del cauce, como en la figura 1, Odgaard simplificó las ecuaciones del movimiento, como

$$u \frac{\partial u}{\partial s} + v \frac{\partial u}{\partial h} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{uw}{r} = gS + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial s} - \frac{u^2}{r} = gS_v + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = -g$$

(*) Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente. Universidad Politécnica de Valencia. ETS de Ingenieros de Caminos.

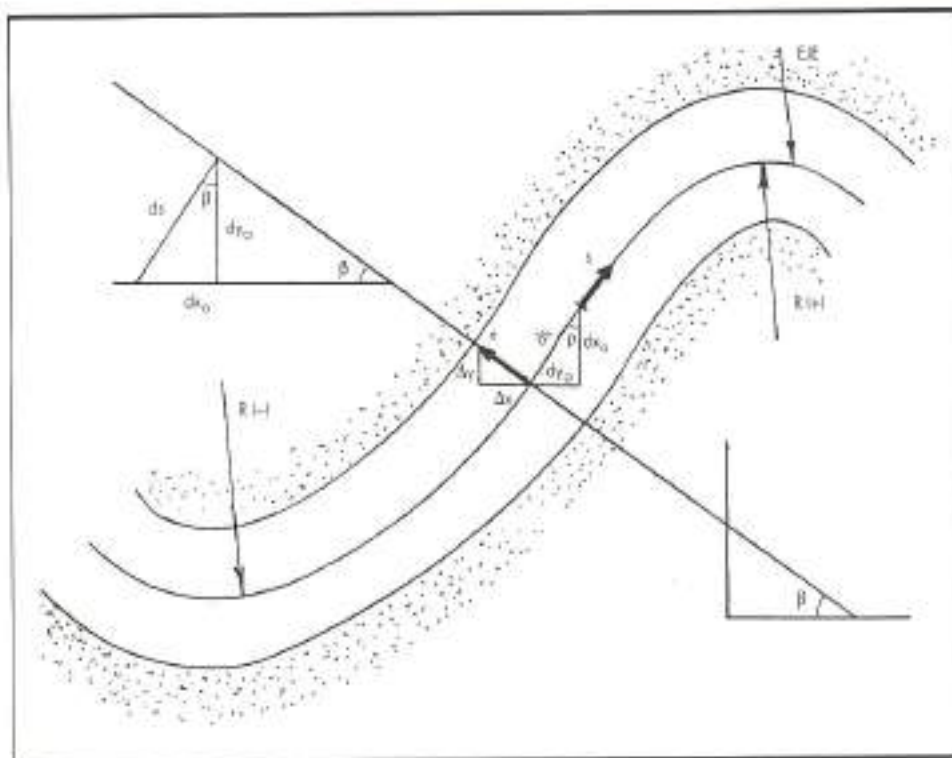


FIGURA 1. Sistema de coordenadas curvilíneas.

donde S y S_r son, respectivamente, las pendientes longitudinal y transversal. Para conseguir esta simplificación, las hipótesis efectuadas son las siguientes:

1. La distribución de presiones en una vertical es hidrostática.
2. Todos los términos de fricción en planos verticales son despreciables respecto del rozamiento en planos horizontales, de modo que $\mu \frac{\partial}{\partial n}, \mu \frac{\partial}{\partial s} \approx 0$.
3. La aceleración convectiva para el movimiento secundario en dirección radial y vertical es despreciable. Por tanto, $v \frac{\partial v}{\partial n}$ y $w \frac{\partial v}{\partial s}$ son prácticamente nulas. Esta hipótesis requiere que la relación entre el calado en el eje d_c y el radio de curvatura en el eje r_c sea pequeña, $d_c/r_c < 0,01$.
4. El ancho del cauce δ es pequeño respecto del radio r_c , de forma que el coeficiente métrico

$$\Gamma = 1 - \frac{n}{r_c} \approx 1$$

Para integrar este conjunto de ecuaciones, Odgaard asume la ley exponencial usual para la distribución vertical de velocidades

$$\frac{u}{u_*} = \frac{m+1}{m} \left(\frac{z}{d} \right)^{\frac{1}{m}}$$

siendo w el factor de fricción que introdujeron Zimmermann y Kennedy (1978)

$$m = X \frac{\bar{u}}{u_*}$$

siendo $X = 0,41$, la constante de Von Kármán, y u_* la velocidad de corte. Para la velocidad radial se asume un perfil lineal

$$v = \bar{v} + 2v_s \left(\frac{z}{d} - \frac{1}{2} \right)$$

donde $\bar{v}$ es la velocidad media neta en dirección radial y v_s es el término que reproduce el movimiento helicoidal. El subíndice s significa valores medios evaluados en la superficie del agua, de modo que

$$v_s = \bar{v} + v'_s$$

Finalmente, la viscosidad turbulenta de Boussinesq se supone parabólica

$$\mu = X u_* z \left(1 - \frac{z}{d} \right)$$

Con estas hipótesis, la ecuación del movimiento transversal se convierte en la expresión

$$\frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial s} + v' A = F$$

siendo: $A = \frac{2\chi^2}{(m+1)d}$ y $F = \frac{2\chi^2 N}{(m+1)} \frac{u}{r}$, don-

de $N = \frac{2m+1}{2\chi^2 m}$. Odgaard supone que N es constante para una curva dada. Veremos más adelante que esta hipótesis no puede mantenerse para cambios continuos en la curvatura.

Para el movimiento longitudinal, la ecuación resultante es

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{u}{u_c} \right)^2 + G \frac{d_c}{d} \left(\frac{u}{u_c} \right)^2 = G \frac{r_c}{r}$$

donde: σ es una coordenada longitudinal adimensional, $\sigma = s/b$, y $G = \frac{2\chi^2}{(m+1)^2} \frac{b}{d_c}$.

Debe resaltarse que en el eje $u = u_c$, $d = d_c$ y $r = r_c$, de modo que u_c no se puede obtener de esta ecuación. Un cálculo convencional de la curva de remanso en el eje debe hacerse previamente para obtener u_c .

Para obtener el perfil transversal del lecho, se precisa una ecuación adicional. La ecuación del equilibrio transversal de los sedimentos del lecho debe establecerse. Si se asume la hipótesis de Rozovsky de tensión tangencial crítica en dirección radial,

$$\frac{Z_{cr}}{Z_{cr}} = - \frac{v_b'}{u_b}$$

donde el subíndice b indica valores en el lecho. Si se introduce la tensión tangencial crítica obtenida por Falcon y Kennedy (1983),

$$Z_{cr} = \rho \frac{(m+1)m^2}{m(m+2)\chi^2} u_{cr}^2 \frac{d}{r}$$

Se obtiene la ecuación de Odgaard de la pendiente transversal S_r .

$$\frac{d^2 S_r}{d\sigma^2} + a' \frac{d S_r}{d\sigma} + b' S_r = c'$$

donde:

$$a' = \frac{16\chi^2 N}{3a\sqrt{\theta}} \frac{(m+2)}{(m+1)^2} \frac{1}{F_D}$$

$$b' = \frac{32\chi^2 N}{3a\sqrt{\theta}} \frac{(m+2)}{(m+1)^2} \frac{1}{F_D}$$

$$c' = \frac{16\chi^2 N}{m+1} \frac{d_c}{r_c}$$

siendo: θ el parámetro crítico de Shields y a un factor de forma para los sedimentos. F_D es el número de Froude.

3. UNA APROXIMACION NUMERICA AL METODO DE ODGAARD, EL MODELO MOSEC

Odgaard integró este sistema de ecuaciones para geometría constante, asumiendo constantes todos los parámetros y, por tanto, obtuvo expresiones explícitas para el calado y la pendiente transversal. Pero para una función de curvatura arbitraria $r_c(s)$, tan sólo pueden obtenerse soluciones numéricas.

Además, el ancho del cauce, la pendiente, las características de los sedimentos, etc., cambian significativamente a lo largo de un tramo de río de cierta longitud. Por ello es preciso desarrollar un método numérico para la aplicación a casos reales.

El modelo MOSEC (Crespo, 1989) se ha preparado para cubrir estas necesidades. El método de Odgaard se seleccionó por diversas razones. En primer lugar, puesto que los cálculos se apoyan en los fenómenos que ocurren en el eje, se retiene el significado físico al analizar tramos largos de río. Segundo, los esfuerzos computacionales son bastante simples y, por tanto, se puede implementar en un ordenador personal.

El método de cálculo sigue los siguientes pasos:

1. En primer lugar se calcula la curva de remanso a lo largo del eje del río según métodos clásicos, obteniendo d_c en toda su longitud.
2. La ecuación de la pendiente radial del lecho se integra numéricamente a lo largo del eje, utilizando un esquema numérico en diferencias finitas implícitas centradas.

$$\frac{S_{r,i+1} - 2 S_{r,i} + S_{r,i-1}}{(\Delta\sigma_i)^2} + a'_i \frac{S_{r,i+1} - S_{r,i-1}}{2\Delta\sigma_i} + b'_i S_{r,i} = c'_i$$

siendo:

$$\Delta\sigma_i = \frac{\Delta S}{b_i}$$

Todos los coeficientes a'_i , b'_i , c'_i han de ser evaluados en cada punto de cálculo. Esta discretización lleva a un sistema lineal de ecuaciones con $NS - 1$ incógnitas, siendo NS el número de secciones de río utilizadas en el cálculo. Puesto que el sistema es tridiagonal, puede resolverse fácilmente por el método de eliminación de Gauss.

3. La distribución longitudinal de velocidades se calcula a través de las secciones. La discretización de la ecuación

ción para esta variable, con un esquema explícito adelantado, nos da

$$\frac{\mu_{i+1,j} - \mu_{i,j}}{\Delta\sigma_i} + G_i \frac{dc_i}{d\sigma_i} \mu_{i,j} = G_i \frac{r_{c,i}}{r_{i,j}}$$

donde:

$$\mu_{i,j} = \frac{w_{i,j}}{u_{c,i}} \text{ y } G_i = \frac{2\chi^2 b_i}{(m_i + 1)^2 d_{c,i}}$$

El cálculo, por tanto, se desarrolla según líneas paralelas al eje.

4. El calado en cada punto se calcula por fin con la expresión

$$\frac{d}{d_e} = 1 + Sr_c \frac{r_c}{d_e} \left(\frac{r}{r_c} - 1 \right)$$

Se necesitan dos condiciones de contorno para realizar la integración de la ecuación de la pendiente transversal. El modelo es muy sensible a la pendiente transversal inicial S_r y a $(dS_r)/(d\sigma)$ hasta el extremo de que se obtienen resultados inconsistentes si se asume, por ejemplo, $S_r = 0$ al final del tramo. Las fuerzas de inercia procedentes de la curvatura del cauce son suficientemente fuertes como para mantener $S_r \neq 0$ incluso un largo trecho después de entrar en una alineación recta. Por tanto, se precisa una evolución muy cuidadosa de S_r y $(dS_r)/(d\sigma)$ en el extremo aguas arriba del tramo que se estudie.

Para obtener expresiones analíticas en el caso de una simple curva, Odgaard supuso que N era constante

$$N = \frac{2m + 1}{2\chi^2 m}$$

El modelo numérico ha demostrado que si bien N varía muy poco, las diferencias se acumulan a lo largo del río. Para la evaluación en la práctica de tramos de río largos, m debe calcularse localmente en cada punto de integración. De lo contrario, los resultados divergen.

4. EJEMPLOS DE APLICACION

Para demostrar la precisión y validez del modelo, se presentan dos ejemplos. Thorne y otros (1983) han publicado un conjunto de datos tomados de un modelo a escala de un meandro del río Fall. El modelo tenía 110 m de largo y 7,8 m de ancho. Con un caudal de 1,4 m³/s se probó, reproduciendo los sedimentos con arena de 0,2 mm de diámetro.

La figura 2 demuestra el acuerdo entre valores calculados y medidos del calado y la velocidad. Las mayores discrepancias tienen lugar en las velocidades de la margen derecha en el punto de cambio de curvatura.

El Barranco de las Ovejas, en la periferia de Alicante, es un ejemplo representativo de río efímero, que es una característica común de las regiones áridas y semiáridas. Este tipo de barrancos tan sólo fluyen durante periodos muy cortos de tiempo, cuando ocurre una crecida. Por ejemplo, este barranco tan sólo ha circulado dos veces en diez años. En 1982 tuvo una crecida con

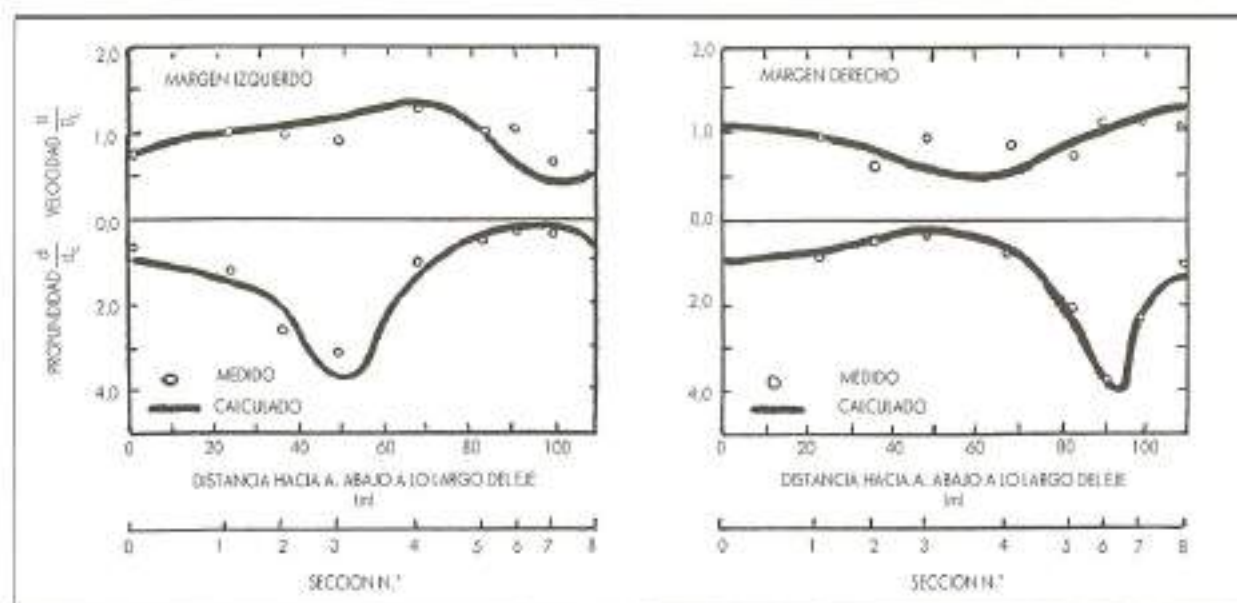


FIGURA 2. Valores y medidos de calado y velocidad a 2 m del eje. Datos del río Fall.



FIGURA 3. Erosiones localizadas del lecho. Barranco de las Ovejas (Alicante).

un pico de $800 \text{ m}^3/\text{s}$ y en 1988 tuvo una crecida menor, de $200 \text{ m}^3/\text{s}$. Como consecuencia de este régimen, la erosión local en las partes externas de las curvas pueden ser muy grandes, como se observa en la foto de la figura 3. Puesto que las márgenes, que nunca han sido

superadas, tienen taludes casi verticales, la erosión del fondo socava el pie del talud y éste cae al agua entero.

La figura 4 nos muestra la planta del cauce. Este se desarrolla en las inmediaciones de Alicante. La expan-

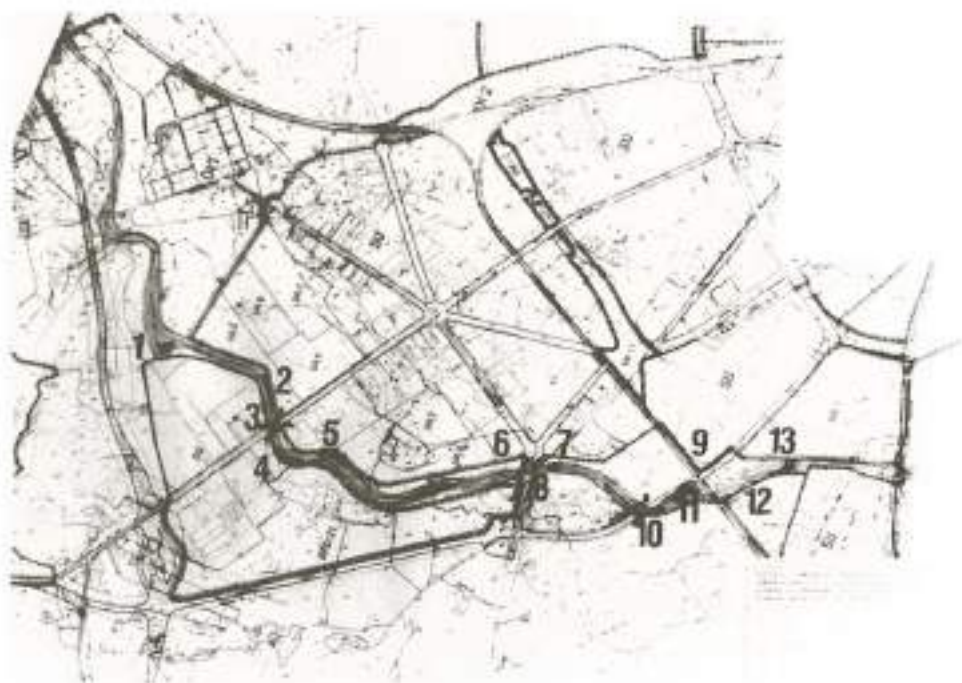


FIGURA 4. Planta general del Barranco de las Ovejas en los ciudad de Alicante.

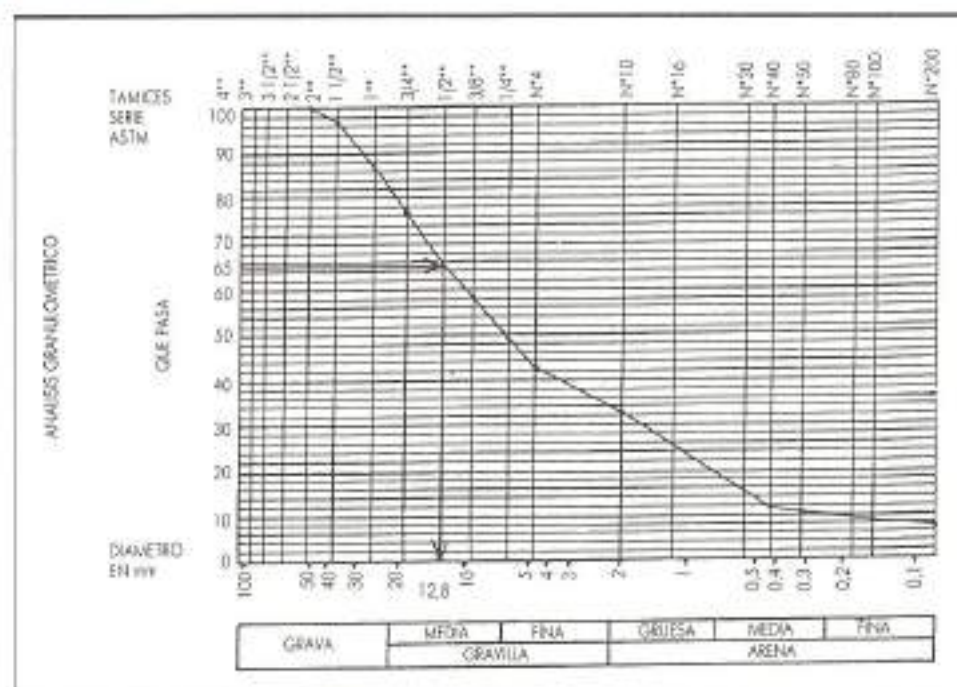


FIGURA 5. Curva granulométrica del material del lecho, Barranco de los Ovejales.

slón urbana se desarrolla con rapidez alrededor del cauce y por tanto se precisa saber las medidas necesarias para realizar una expansión correcta de la ciudad, como, por ejemplo, si es necesario introducir correcciones de curvatura, estabilización de fondos, etc. Puesto que la curvatura en puntos diferentes es muy contrastada y el problema muy común en España, decidimos desarrollar esta herramienta de análisis para ello.

Con el modelo contrastado con los datos previamente expuestos, se aplicó a los 3,7 km del cauce mencionado.

El material del lecho, cuya granulometría se presenta en la figura 5, es bastante uniforme a lo largo del cauce, alrededor de 15 mm de tamaño medio. La pendiente longitudinal es $S = 0,01$, bastante grande. A pesar de ello, el flujo es siempre subcrítico.

Los resultados de la simulación fueron bastante buenos para nuestros objetivos. Todas las socavaciones se localizaron en la posición correcta y con las profundidades relativas, aunque no se pudo realizar una campaña sistemática de medida.

Por ejemplo, en el punto 5 de la figura 4 existe un vertedero de una fábrica de ladrillos, que fuerza una fuerte curvatura del cauce y, como consecuencia de ello, aparece una fuerte socavación en esta curva y en las inmediatamente siguientes.

Los efectos en la curva siguiente se pueden ver en la foto de la figura 6. El modelo predijo esta socavación, como podemos ver en el plano con los resultados del cálculo de esta misma curva. Las zonas sombreadas representan socavaciones superiores al metro.

Diversas cuestiones similares a ésta se estudiaron con el modelo descrito. Se utilizaron 188 secciones de cálculo con separación alrededor de 20 m. Transversalmente se tomaron cinco puntos para cada sección.

Se efectuaron diversas pruebas antes de la pasada definitiva. Sin embargo fue necesario evaluar N en cada punto e iniciar los cálculos al final de un tramo recto suficientemente largo. De lo contrario los resultados no son correctos. Concluimos por tanto que las condiciones de contorno aguas arriba han de ser muy cuidadosamente evaluadas si se desean resultados realistas.

5. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un modelo numérico basado en el método de Odgaard y se ha probado con datos de campo y laboratorio. La claridad conceptual y bondad del método de Odgaard lo hace extremadamente conveniente para analizar tramos de río con cambio continuo de curvatura.

La implementación numérica requiere la reevaluación continua de los coeficientes en la ecuación de la pendiente transversal del lecho y es extremadamente sensible a las condiciones de contorno.

Los requerimientos computacionales son muy reducidos. MOSEC se ha desarrollado para ordenador personal.

6. AGRADECIMIENTOS

Debemos agradecer el apoyo prestado por la Conselleria de Obras Públicas, Urbanismo y Transportes de la Comunidad Valenciana, que ha financiado este trabajo. A Vicente Serrano

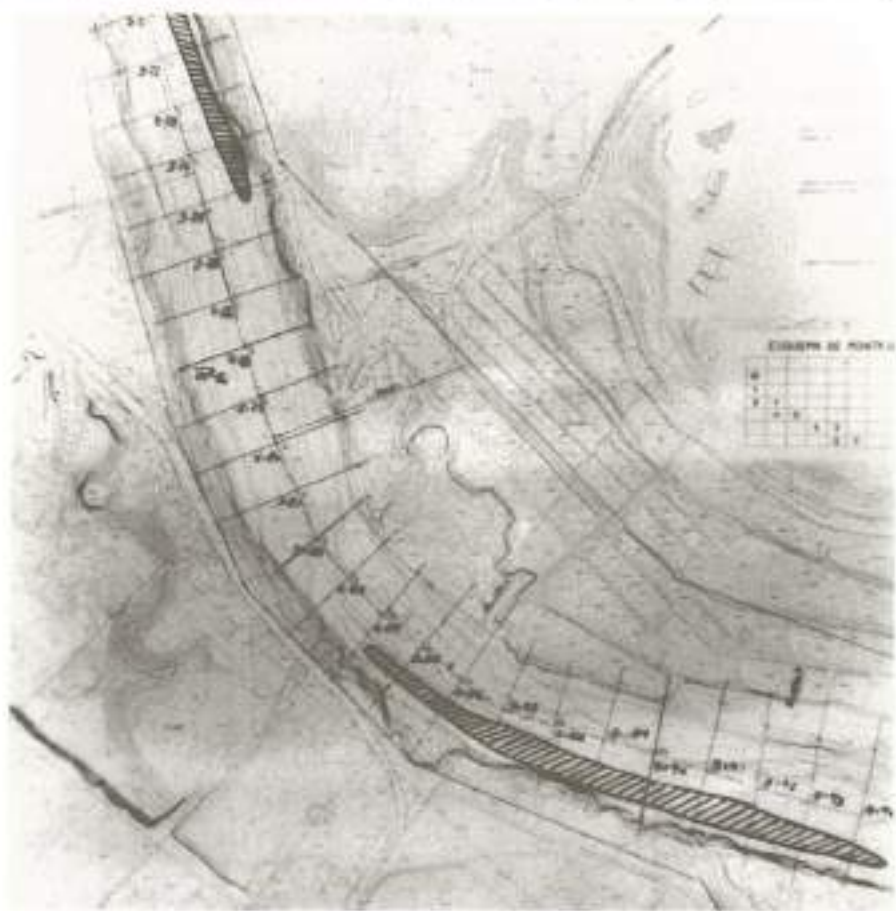


FIGURA 6. Vista de una curva y resultados del cálculo de socavaciones para esa misma curva. Barranco de las Ovejas.

Oets, por la presencia que tuvo al permitirnos desarrollarlo en paralelo al proyecto de encauzamiento.

7. BIBLIOGRAFIA

1. CRESPO, F. J. (1989). Estudio y modelación matemática del régimen hidráulico y los sedimentos del tramo urbano del barranco de las Ovejas en Alicante. Universidad Politécnica de Valencia. E.F.C. Escuela de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.
2. DE VRIEND, H. J. (1976). A mathematical model for steady flow in curved shallow channels. Comm. on Hydraulics, Delft Univ. of Tech. Report 76-1.
3. KALKWILK, J. P. Th., y BOOLJ, R. (1986). Adaptation of secondary flow in nearly-horizontal flow. *J. Hydr. Res.*, vol. 24, n.º 1.
4. ODGAARD, J. A., y BERGS, M. A. (1988). Flow processes in a curved alluvial channel. *Water Resources Research*, vol. 24, n.º 1, pp. 45-46.
5. ROZOVSKY, I. L. (1961). Flow of water in bends of open channels. Jerusalem, Israel.
6. THORNE, C. R. et al. (1983). Measurement of bend flow hydraulics on the Fall river at low stage. WEFSL Report, n.º 83-9P, Nat. Park Serv., 107C Natural Resources, Colorado State University, Fort Collins, USA.
7. ZIMMERMANN, C., y KENNEDY, J. F. (1978). Sediment transport and bed forms in laboratory streams of circular plan-form. Proc. 15th Congress IAHR.



Ingeniería también es investigación

MADRID	c/ Doctor Fleming, 52	Tel. 345 93 64
BARCELONA	c/ Gelabert, 42	Tel. 419 42 19
ZARAGOZA	c/ Mefisto, 9	Tel. 22 82 44