Tratamiento digital de la señal en la pista de ensayos de firmes del Centro de Estudios de Carreteras

OSCAR GONZALEZ ROMERO (*)

RESUMEN. Este artículo describe el tratamiento digital procesado sobre las señales que se obtienen de la Pista de Ensayos de Firmes del Centro de Estudios de Carreteras del CEDEX.

El artículo comienza con una introducción al proceso de medida y analiza el por qué de un tratamiento digital de la señal.

Posteriormente se describen la transformada de Fourier y la transformada discreta de Fourier, calculando espectros de potencia. A continuación, y éste es el núcleo central del artículo, se analizan los filtros y su tipología, describiéndose los filtros de respuesta impulsional finita empleados y su representación; por último se detalla la técnica de decimación de la señal.

DIGITAL SIGNAL PROCESSING ON THE TEST TRACK FOR PAVEMENTS AT THE ROAD RESEARCH CENTRE

ABSTRACT. *This article describes the digital processing on signals obtained from the Road Research Test Track for Pavements.*

It starts with a description of the process of measurement, and analyses why a digital processing is necessary.

Then, it describes the Fourier transform and the digital Fourier transform, evaluating spectrum of power. Later, and this is the central point of the article, it analyses the filters and its different types, describing the finite impulsional response filters implanted and its representation; it ends up detailing the decimation signal processing.

1. INTRODUCCION

Por proceso de medida entendemos todas aquellas técnicas destinadas a la lectura de señales.

La lectura de la señal incluye, además, cierta información adicional, en forma de ruido, otro tipo de señales y distorsiones producidas por el sistema de transducción. Esta información debe ser eliminada al objeto de disponer de la señal original.

Los procedimientos empleados para eliminar esta información pasan por distinguir primero el tipo de tratamiento operado en la señal. En tratamientos analógicos, los procesos se ejecutan sobre la señal al adquirirla: se filtran, se deconvolucionan, suman, restan, etc... Opcionalmente estas señales pueden ser grabadas en soporte magnético, por ejemplo, para su reproducción y tratamiento analógico posterior.

En tratamiento digital la señal se representa primero en formato digital y después, o bien se trata, o bien se almacena en soporte digital para su posterior tratamiento. La ventaja de un tratamiento digital es que la señal, en teoría, no se degrada en los sucesivos procesos de almacenamiento o reproducción y además, y esto es lo más importante, es suceptible de ser procesada mediante un computador digital convencional.

Es en este segundo tipo de tratamiento donde la evolución de las técnicas de medida ha experimentado un avance más significativo; de los procesados y tratamientos analógicos de la señal en sistemas clásicos hemos pasado a los sistemas de tratamiento y procesado digital, en gran medida potenciados por el desarrollo espectacular de la velocidad de procesado digital.

Se ha desarrollado una extensa teoría de proceso en este campo: se puede analizar y sintetizar la señal como en procesados analógicos, pero además se hace más fielmente, más rápido y con mayor flexibilidad.

La explosión del tratamiento digital data del descubrimiento de los algoritmos de cálculo rápido de la transformada discreta de Fourier, que representa en el dominio digital el equivalente de la transformación de Fourier en el dominio analógico.

(*) Licenciado en Ciencias Físicas. Centro de Estudios de Carreteras del CEDEX.

Como sistema, la transformada discreta de Fourier es un sistema lineal discreto, invariante en el tiempo. La linealidad y la invarianza temporal implican la existencia de una relación de convolución, que rige el funcionamiento del sistema o filtro en nuestro caso. En el caso de señales analógicas, esta relación de convolución se obtiene mediante una integral, a partir de la respuesta impulsional, o respuesta del sistema a la señal elemental representada por un impulso; en el caso de señales digitales esta integral se reduce a una suma.

En el registro de señales discretas es necesario dimensionar la frecuencia de muestreo al menos al doble del ancho de banda de la señal según el criterio de Nyquist. Sin embargo, es muy común sobredimensionar la frecuencia de muestreo; esto aumenta considerablemente la información registrada de forma redundante. En el caso de un gran volumen de datos, se hace necesario reducir a información útil toda la información que se recoge. Esto se consigue mediante el proceso de decimación, que debe, por otra parte, evitar el plegamiento de banda en el submuestreo.

2. TRANSFORMADA DE FOURIER Y TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER

La transformación de Fourier es una extensión a la aproximación de una función periódica por series de Fourier, cuando el período de la señal no es finito. Formalmente, sea $s(t)$ una función de la variable t; bajo ciertas condiciones se demuestra la igualdad siguiente:

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(f)\, e^{j2\pi ft}\, df$$

siendo

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)\, e^{-j2\pi ft}\, df$$

la función $S(f)$ es la transformada de Fourier de $s(t)$. Más comunmente, a $S(f)$ se le llama espectro de la señal $s(t)$.

La transformada discreta de Fourier aparece cuando se quiere calcular la transformada de Fourier de una función con ayuda de un calculador digital: volvemos a considerar un desarrollo discreto para una función que hacemos periódica al observar sólo su evolución en un tiempo tp, el período, y suponiendo que aquélla se repite en intervalos sucesivos de tiempo iguales a tp.

El operador digital sólo puede trabajar con números, limitados además por el tamaño de la memoria. De aquí que la transformada de Fourier:

$$S(f) = \int_{+\infty}^{-\infty} s(t) \cdot e^{-j2\pi ft}\, dt$$

debe ser adaptada, por un lado sustituyendo la señal $s(t)$ por los números $s(nT)$, que representan sus muestras; y por otro lado limitando a un valor finito N, el conjunto de números sobre los que se realizan los cálculos. El cálculo proporciona unos valores $S*(f)$, definidos por:

$$S*(f) = \sum_{n=0}^{N-1} s(nT) \cdot e^{-j2\pi fnT}$$

Como la potencia del calculador es limitada, no es posible obtener estos resultados más que para un número limitado de valores de la frecuencia f, que se escogen de forma natural como múltiplos de cierto paso de frecuencia Δf. Tenemos entonces:

$$S*(k\Delta f) = \sum_{k=0}^{N-1} s(nT) \cdot e^{-j2\pi nk\Delta fT}$$

Una elección que simplifica los cálculos consistente en tomar

$$\Delta f = \frac{1}{NT}$$

Puede comprobarse entonces que sólo existen N valores diferentes en la secuencia de los $s*(k/NT)$, la cual es periódica de período N porque:

$$s*[(k+N)/NT] = s*(k/NT)$$

Por otra parte, la transformada así calculada se presenta en forma de valores discretos, característica del espectro de las funciones periódicas. Por tanto, se puede considerar que la que la secuencia $s*(k/NT)$ se obtiene por transformación de Fourier de la secuencia $s(nT)$ que es periódica de período NT.

Sean las secuencias de números complejos $x(n)$ y $X(k)$ periódicas y de período N. La transformada discreta de Fourier y la transformada inversa establecen las siguientes relaciones entre las secuencias:

$$X(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot e^{-j2\pi \frac{nk}{N}}$$

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \cdot e^{-j2\pi \frac{nk}{N}}$$

El factor de escala $1/n$ se ha tomado para que los $X(k)$ sean los coeficientes en el desarrollo en serie de Fourier de la secuencia $x(n)$.

Las ecuaciones que definen la transformada discreta de Fourier establecen una relación entre dos conjuntos de N números complejos que se escriben de manera cómoda en forma matricial, haciendo

$$w = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$$

La ecuación matricial de la transformada directa es:

$$X_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n w^{nk}$$

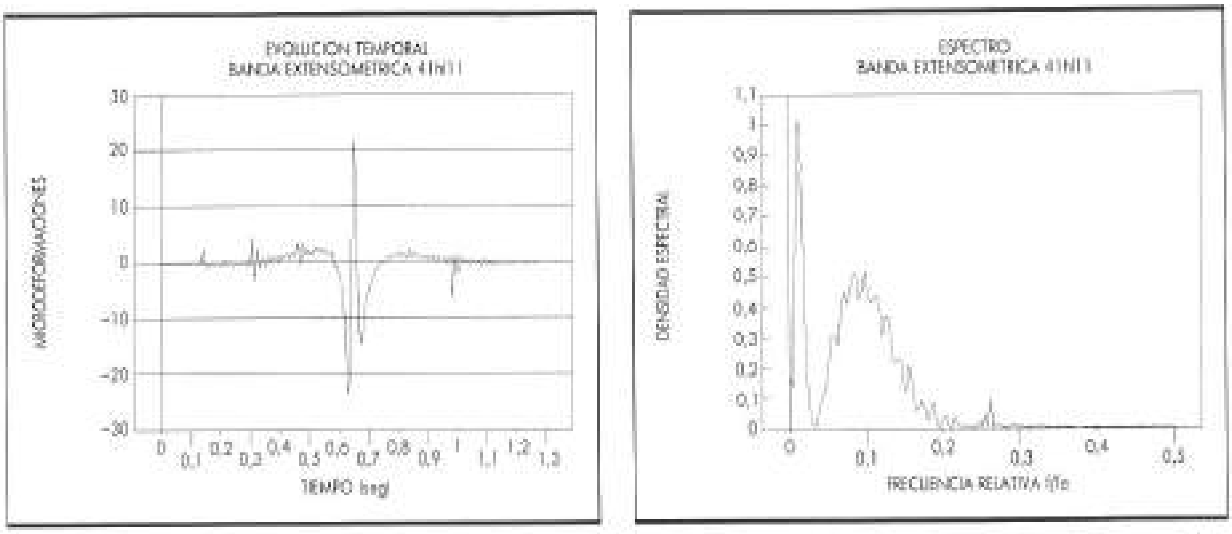


FIGURA 1. Evolución temporal y densidad espectral calculada con Transformada Rápida de Fourier. Obsérvese en la gráfica de evolución temporal la adición de ceros en ambos extremos hasta alcanzar un número de datos potencia de dos y poder aplicar el algoritmo de cálculo rápido de Cooley-Tukey.

Para la transformada inversa basta retirar el escalar $1/N$ y sustituir w^n por w^{-n}.

La matriz cuadrada de orden N que llamaremos T_N, presenta particularidades evidentes; las filas y columnas de igual índice tienen los mismos elementos que son potencias de base w tal que $W^N = 1$. Es entonces posible prever simplificaciones importantes, que conducen a los algoritmos de cálculo rápido.

Estos algoritmos dependen del tratamiento que se de a las transformadas bajo consideraciones estructurales; en cualquier caso todos ellos tienen en común una economía de cálculo muy importante. Para mayor información sobre ellos consultar bibliografía al final del artículo.

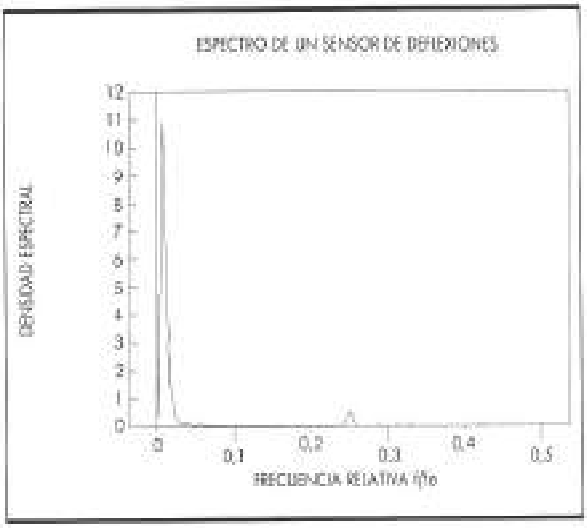


FIGURA 2. Densidad espectral de un sensor de deflexiones. Esta gráfica muestra la presencia de una forma de ruido: una componente de 50 Hz de la red. Esta componente era una constante en la toma de datos y sería filtrada. Frecuencia de muestreo fe = 200 Hz.

3. FILTROS. CONVOLUCION. FILTRADO EN EL DOMINIO DEL TIEMPO. FILTRADO EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

Si $x(t)$ representa la señal a filtrar y $h(t)$ es la respuesta impulsional del filtro, la señal filtrada $y(t)$ viene dada por la ecuación:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)\, x(t-\tau)\, d\tau$$

Aunque traduce directamente el funcionamiento real del filtro, esta relación ofrece un interés práctico limitado. Por una parte, no es fácil determinar la respuesta impulsional a partir de los criterios que define la operación del filtrado; por otra, una ecuación integral no permite reconocer y verificar el funcionamiento del filtro. Es más fácil abordar el concepto en el dominio de la frecuencia, porque la transformación de Fourier permite acceder a un plano transformado, en el que las relaciones de convolución del plano amplitud-tiempo se transforman en simples productos de funciones.

En efecto, sean dos funciones temporales $x(t)$ y $h(t)$, cuyas transformadas son $X(f)$ y $H(f)$, respectivamente. El producto de convolución $y(t)$ se define como:

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)\, x(t-\tau)\, d\tau$$

La transformada de Fourier de este producto es

$$Y(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)\, x(t-\tau)\, d\tau \right) e^{-j2\pi ft}\, dt$$

que con un sencillo cambio de variable se resuelve en

$$Y(f) = X(f) \cdot H(f)$$

En los sistemas digitales que son de tipo discreto, la convolución se transforma en una suma. El filtro se define por una secuencia de números que constituye su respuesta impulsional,

$$y(n) = \sum_{m} h(m) \times (n-m)$$

Aquí pueden presentarse dos casos. En un caso la suma se extiende a un número finito de términos, es decir, los $h(m)$ son nulos excepto para un número finito de valores de la variable entera m. Se dice entonces que el filtro es de respuesta impulsional finita, o no recurrente.

En el segundo caso, la suma se extiende a un número infinito de términos, es decir, existen infinitos $h(m)$ no nulos. Se dice que el filtro es de respuesta impulsional infinita o recurrente porque su realización necesita un bucle de realimentación de salida sobre la entrada. No nos ocuparemos de estos últimos, sino de los filtros de respuesta impulsional finita.

4. FILTROS DE RESPUESTA IMPULSIONAL FINITA (RIF)

Los filtros digitales de Respuesta Impulsional Finita (RIF) son sistemas lineales discretos invariantes en el tiempo, definidos por una ecuación según la cual cada valor de salida representando una muestra de la señal filtrada se obtiene como una suma ponderada de un conjunto finito de valores de entrada que representan las muestras de la señal que se quiere filtrar (convolución digital). Este es el sentido en el que trabaja la media móvil. El formalismo que aquí se introduce permite explicar completamente el tratamiento realizado sobre la señal que se obtiene como suma local ponderada de una ventana de muestras, que en otro caso sólo conoceríamos cualitativamente.

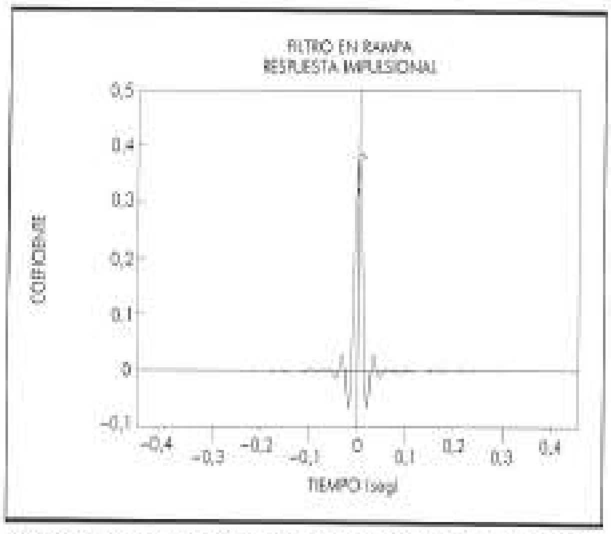
De la misma forma que en el continuo, la convolución digital en el dominio del tiempo se transforma en un producto de funciones en el dominio de la frecuencia en la forma:

$$y(k) = h(k) \cdot x(k)$$

para la componente espectral de índice k.

Ahora ya es fácil diseñar filtros que operen de la forma apropiada sobre la señal: especificamos la respuesta en frecuencia del filtro, y entonces, o bien multiplicamos la transformada de Fourier discreta de la señal por la respuesta en frecuencia del filtro, o bien, calculamos la transformada inversa de Fourier discreta de la respuesta en frecuencia del filtro y convolucionamos la señal con ella. El primero es el filtrado digital en el dominio de la frecuencia; el segundo es el filtrado digital en el dominio del tiempo. Este último es el procedimiento elegido en el Centro de Estudios de Carreteras.

En el Centro de Estudios de Carreteras se han utilizado los clásicos filtros en rampa; de ellos se ha obtenido la respuesta impulsional a partir de su diseño en el dominio de frecuencia, donde se detallaba la tangencia de la rampa y la frecuencia de corte a través de los parámetros beta, semisuma de las frecuencias extremas de la banda de transición, y gamma anchura de la banda de transición.



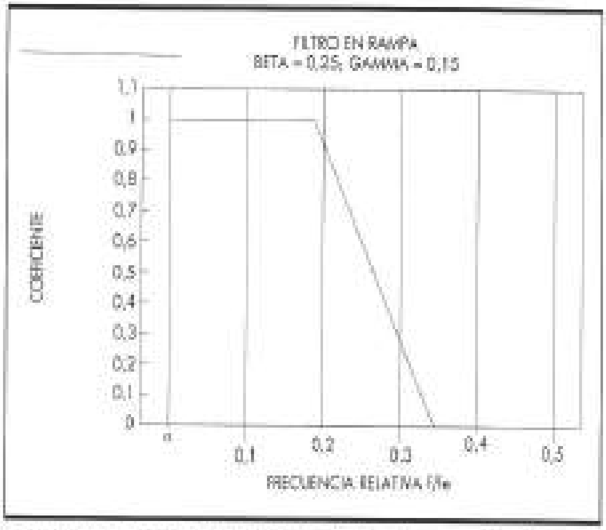


FIGURA 3. Característica de un filtro pasabajos. Nunca se utilizaron estos filtros sin haber suavizado las transiciones entre bandas para paliar la interferencia entre componentes en el cálculo de la respuesta impulsional.

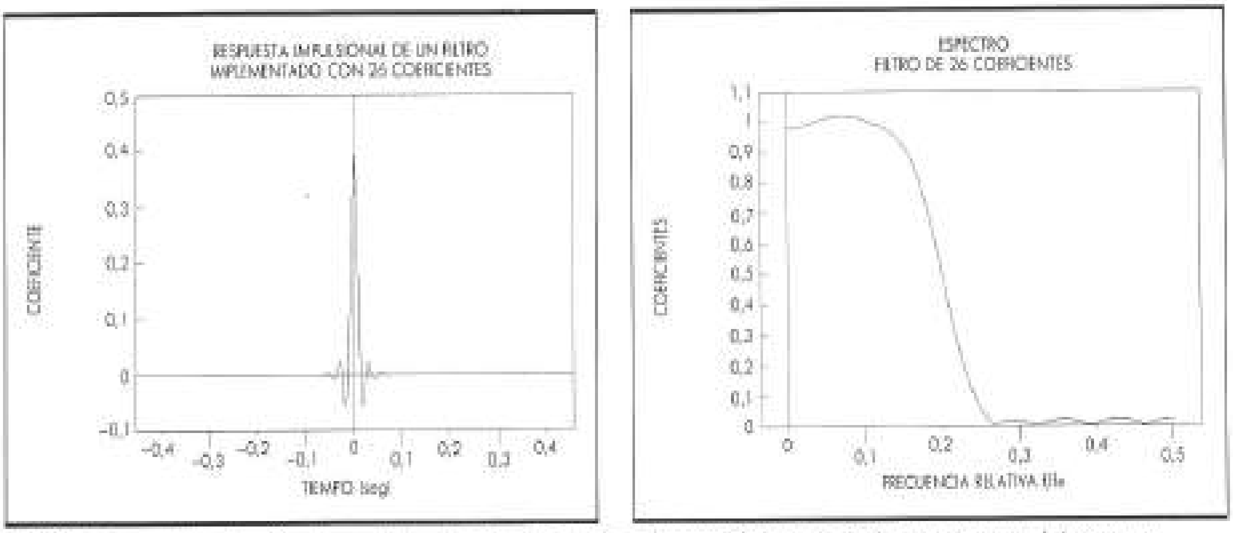


FIGURA 4. Característica de un filtro al que se le han limitado el número de coeficientes. Obsérvese la rápida transición a cero de la respuesta impulsional; sin embargo, se aprecia cómo introduce ondulaciones en las bandas de paso y atenuada, además de limitar la pendiente de la rampa.

Los filtros de número limitado de coeficientes no son una clasificación intrínseca de los filtros RIF, sino simplemente una nueva extensión útil del concepto, y aparecen en aplicaciones, por otra parte muy comunes, en las que para que el filtro sea aplicable debe limitarse el número de coeficientes.

Surge entonces el problema de aproximar una función a un conjunto de muestras de la respuesta impulsional del filtro a las que se ha aplicado cierta ventana temporal para limitar el número N de coeficientes.

La limitación en el número de coeficientes introduce ondulaciones en la banda de paso y atenuada, y limita la pendiente en la banda de transición.

Se han utilizado dos métodos para calcular estos coeficientes, de los que se puede encontrar amplia documentación en las referencias bibliográficas:

— Desarrollo en serie de Fourier.
— Cálculo de los coeficientes por el método de los mínimos cuadrados.

En las figuras 4 y 5 puede verse la definición del filtro mediante el desarrollo en serie de Fourier y su comportamiento sobre una señal muestra obtenida del sistema de adquisición.

La técnica del filtrado óptimo con transformada rápida de Fourier busca una aproximación $\hat{s}(t)$ a $s(t)$ en el sentido de los mínimos cuadrados.

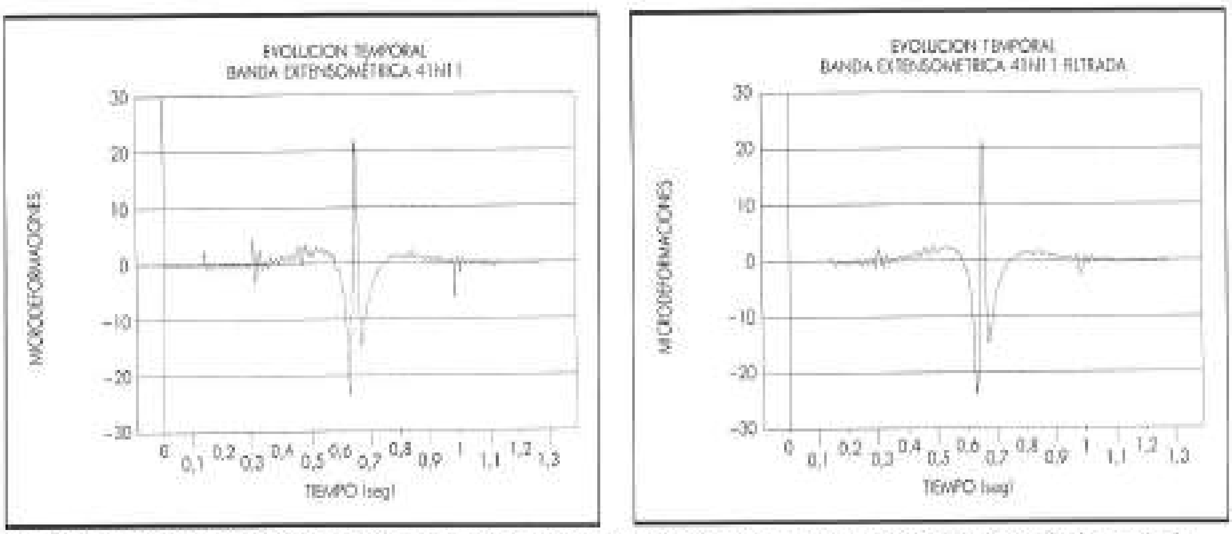


FIGURA 5. Proceso de filtrado. Se observa cómo ha aumentado la relación señal-ruido. El filtro utilizado se ha calculado desarrollando en serie de Fourier la función de transferencia del filtro a aproximar..

Si $s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} r(\tau)\, \mu(t-\tau)\, d\tau$ o $S(f) = R(f) \cdot U(f)$ es el resultado de la convolución de $u(t)$, señal que se quiere registrar, por la respuesta impulsional del sistema transductor $r(t)$, y además está corrompida por la presencia de ruido, la señal medida será $c(t) = s(t) + n(t)$.

Se trata de encontrar el filtro óptimo, $\Phi(t)$ tal que aplicado a $c(t)$ y deconvolucionado con $r(t)$ produzca una señal $\tilde{u}(t)$ que sea tan próxima como sea posible a la señal no corrompida $u(t)$: En otras palabras, estimamos

$$\tilde{U}(f) = \frac{C(f) \cdot \Phi(f)}{R(f)}$$

En el sentido de los mínimos cuadrados esta aproximación se resuelve minimizando la integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{u}(t) - u(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{U}(f) - U(f)|^2 df$$

Sustituyendo

$$\tilde{U}(f) = \frac{C(f) \cdot \Phi(f)}{R(f)} \quad \text{y} \quad U(f) = \frac{S(f)}{R(f)}$$

en el segundo miembro y minimizando respecto a $\Phi(f)$ resulta como filtro óptimo:

$$\Phi(f) = \frac{|S(f)|^2}{|S(f)|^2 + |N(f)|^2}$$

En el Centro de Estudios de Carreteras los filtros óptimos se han diseñado teniendo como soporte o bien una interpolación del ruido de alta frecuencia a baja frecuencia, para definir la curva de respuesta en todo el rango, o bien el espectro de una señal cuyo comportamiento fuera muy similar a la curva corrompida que queremos filtrar. Esta aproximación dio excelentes resultados evitándose, además, interpolaciones mucho más costosas, como es el caso de utilizar el primer método para la implementación del filtro.

5. DECIMACION

La técnica de decimación ha sido utilizada para reducir a información útil el conjunto de muestras de la señal.

De lo visto hasta ahora, se sabe que la información que nos proporciona una señal está contenida en sus componentes espectrales. Si la última componente espectral significativa tiene una frecuencia inferior a la mitad de la frecuencia de muestreo, eligiendo una muestra de cada n «ahorraremos» espacio de almacenamiento.

Esta técnica es muy útil cuando el número de señales registradas y a almacenar es elevado.

Un sencillo cálculo muestra que si el número de muestras tomadas en un segunfo es f_e, decimar cada n muestras equivale a reducir la frecuencia de muestreo a

$$\frac{f_e}{n}$$

siendo las muestras que permanecen suficientes, según el Teorema de Muestreo, para generar la señal original [2]; entonces la componente espectral de máxima frecuencia representada se obtendrá de la relación

$$f_n = \frac{f_e}{n} = 2 \cdot f_m$$

siendo fn la nueva frecuencia de muestreo y fm la máxima componente espectral representada.

El proceso de decimación exige, no obstante, un pretramiento de la señal para evitar el plegamiento de banda; además en los cálculos espectrales con transformada de Fourier debemos conseguir la mínima interferencia entre las componentes espectrales utilizando ventanas temporales cuyas transformadas de Fourier presenten menores ondulaciones [2].

Este procedimiento ha sido utilizado en el Centro de Estudios de Carreteras para reducir hasta en un 30 % el volumen de datos registrados.

6. CONCLUSIONES

En este artículo se describe el tratamiento dado a las señales que se obtienen del sistema de adquisición en la Pista de Ensayos de Firmes del Centro de Estudios de Carreteras del CEDEX, haciéndose una referencia general a la teoría que soporta todas las técnicas empleadas.

Con los trabajos realizados, se han alcanzado los dos objetivos básicos que se buscaban: una relación señal-ruido muy satisfactoria y una reducción significativa del espacio de almacenamiento requerido, sin reducir en absoluto por ello la información que suministraba la curva tratada.

Actualmente se está trabajando en filtrados más selectivos a baja frecuencia. En esta línea, se hace necesario disponer de una información lo más completa posible sobre las señales producidas por los sistemas de potencia y control del vehículo, ruido mecánico, etc.; el identificarlas y determinar su procedencia, servirá para eliminarlas en futuras implementaciones.

BIBLIOGRAFIA

1. BENDAT, J. S., y PIERSOL, A. G. «Random Data: Analysis and Measurement Procedures». Wiley Interscience, 1985.
2. BELLANGER, M. «Tratamiento numérico de la señal: Teoría y práctica». Colección Técnica y Científica de Telecomunicaciones, 1991.
3. «Effects of FFT Coefficient Quantization on Bin Frequency Response». Proceedings of IEEE. January 1972.
4. «Theory and Applications of Digital Signal Processing», Prentice-Hall, New Jersey, 1975.
5. «Digital Signal Processing», Prentice-Hall, New Jersey, 1974.


TODO EN SEÑALIZACION Y SEGURIDAD VIAL
• Equipos reflectantes para Policía Municipal.
• Señales de Tráfico pintadas y reflexivas.
STOP
P
40
• Nueva señalización urbana.
barrio de SANTA CRUZ
aeropuerto
estadio B. Villamarin
jardines de San Telmo
• Barreras de Seguridad.
• Señalización para obras.
SV