# Expresión general del abatimiento producido por un pozo de extracción, teniendo en cuenta el gradiente natural

DIOSDADO PEREZ FRANCO (*)

**RESUMEN.** Se demuestra que si el flujo natural en el acuífero es lineal, sea lineal o no el flujo hacia un pozo, los conceptos de superposición de flujos potenciales pueden utilizarse para definir el patrón de flujo que se obtiene al tener en cuenta la influencia del gradiente natural en el flujo hacia el pozo.

Se destaca además que en esas condiciones el flujo permanente se establece debido a que el pozo captará el caudal que circula a través de una franja de acuífero de ancho determinado. Se obtiene asimismo una expresión general para el abatimiento producido por un pozo de extracción teniendo en cuenta el gradiente natural en el acuífero.

## GENERAL EXPRESSION FOR MOVEMENTS CAUSED BY A SHAFT, TAKING THE NATURAL GRADIENT INTO ACCOUNT

**ABSTRACT.** *This paper demonstrates that if the natural flow of an aquifer is linear, whether or not the flow to a well be linear or non-linear, the concepts of superposition of potential flows can be used to define the flow pattern obtained when the influence brought to bear by the natural gradient in the flow towards the shaft is considered.*

*Furthermore, it is mentioned that the steady flow is established due to the fact that the shaft captures the discharge that flows through a strip of the aquifer with a specific width. Thus, a general expression is obtained for the movements caused by a shaft, taking into account the natural gradient of the aquifer.*

## INTRODUCCION

En general se tiene la idea de que la existencia del flujo permanente hacia un pozo es una abstracción matemática y que lo que realmente existe es el flujo impermanente, con un cono de abatimiento extendiéndose continuamente a través del tiempo. Esta idea viene de considerar el acuífero como un almacén de superficie horizontal, en el que para alimentar el pozo, hace falta atraer agua de zonas cada vez más alejadas del mismo. Esta imagen desaparece inmediatamente que se tiene en cuenta que el agua en el acuífero está circulando continuamente debido al gradiente natural que existe y que produce ese movimiento; ya que al considerar la existencia del gradiente natural se puede ver claramente que el caudal extraído del pozo procederá del que pasa a través de una franja de acuífero de un ancho determinado, o sea, que si del pozo se extrae el mismo caudal que pasa a través de dicha franja de acuífero, el flujo hacia el pozo se estabiliza y queda establecido el flujo permanente.

(*) Catedrático de Ingeniería Hidráulica. Instituto Superior Politécnico «José A. Echeverría», La Habana (Cuba). Profesor Invitado. Universidad Politécnica de Madrid.

Como se sabe (5), al considerar la combinación de flujo radial lineal hacia el pozo, con el flujo lineal plano paralelo en el acuífero, el patrón de flujo queda modificado y el agua captada por el pozo queda delimitada por una divisoria cuya configuración en planta aparece en la figura 1.

La ecuación de esta divisoria está representada por:

$$U_0 Y_d + \frac{q}{2\pi} \tan^{-1} \frac{Y_d}{X_d} - \frac{q}{2} = 0 \qquad [1]$$

donde:

$U_0$: velocidad del flujo natural en el acuífero.
$Y_d$: ordenada de la divisoria.
$q$: caudal extraído del pozo por unidad de espesor del acuífero.
$X_d$: abscisa de la divisoria.

También quedan definidos algunos puntos notables como son:

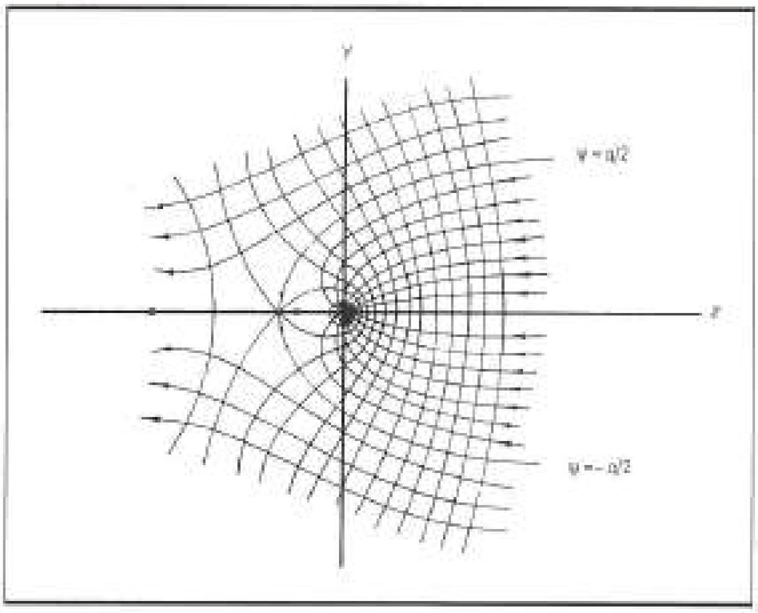


FIGURA 1.

Ordenada de la divisoria en el infinito (asíntota), $Y_{d\infty}$.

$$y_{d\infty} = \frac{q}{2U_0} \qquad [2]$$

Ordenada de la divisoria frente al pozo $Y_{dp}$.

$$y_{dp} = \frac{q}{4U_0} \qquad [3]$$

Distancia al punto de estancamiento, aguas abajo del pozo, $X_E$;

$$x_E = \frac{-q}{2\pi U_0}$$

Por otra parte, si se analiza la función potencial del flujo combinado (radial y plano) a lo largo del eje $Y$, $s_y$ resulta:

$$s_y = \frac{q}{4\pi} \ln \frac{y^2}{r_p^2} = \frac{q}{2\pi} \ln \frac{y}{r_p} \qquad [4]$$

donde, $r_p$, radio del pozo de extración, y como $s = K_D h$ (siendo $h$ la altura sobre el nivel del pozo deprimido) se tendrá que:

$$h = \frac{q}{2\pi K_D} \ln \frac{y}{r_p} = \frac{Q}{2\pi m K_D} \ln \frac{y}{r_p} \qquad [5]$$

donde:

$K_D$: conductividad hidráulica darciana.
$Q$: caudal extraído del pozo.
$m$: espesor saturado del acuífero.

El valor máximo de $h$, corresponderá con el abatimiento lineal en el pozo, $S_{Dp}$, cuando y alcance el valor del radio de influencia, $r_0$. Por tanto, en esas condiciones la ecuación 5 se transformará en:

$$S_{Dp} = \frac{Q}{2\pi m K_D} \ln \frac{r_0}{r_p} \qquad [6]$$

que no es más que la conocida fórmula de Thiem.

De lo anterior resulta claro que a lo largo del eje $Y$ el cono de depresión quedará igual que si el pozo estuviera en un acuífero de superficie piezométrica horizontal.

Como en la dirección del eje $Y$, también se medirá el ancho del acuífero que alimenta al pozo con el caudal $Q$, resultará que en este caso el radio de influencia quedará identificado con el valor de la ordenada en la asíntota, o sea con el $y_{d\infty}$; de modo que al considerar el flujo natural combinado con el radial hacia el pozo, se establecen las condiciones permanentes del flujo con un radio de influencia tal que:

$$r_0 = y_{d\infty} = \frac{q}{2U_0} = \frac{Q}{2mU_0} \qquad [7]$$

y por ser lineal el flujo en el acuífero, se tendrá:

$$U_0 = K_D I_0 \qquad [8]$$

donde $I_0$, gradiente del flujo natural en el acuífero. Combinando las ecuaciones 7 y 8 resulta:

$$r_0 = y_{d\infty} = \frac{Q}{2mK_D I_0} \qquad [9]$$

Los conceptos anteriores han sido obtenidos para flujo no lineal hacia el pozo y en el acuífero, pero como se verá pueden aplicarse también para flujo lineal en el acuífero (que es lo que ocurre en la gran mayoría de los casos) y flujo no lineal hacia el pozo.

## ANALISIS DEL FLUJO NO LINEAL HACIA EL POZO COMBINADO CON FLUJO LINEAL EN EL ACUIFERO

Si se presenta flujo no lineal hacia el pozo, en un acuífero en el cual el flujo natural es lineal, ocurrirá que a lo largo del eje $y$, como el comportamiento del pozo es igual al que tendría si la superficie piezométrica fuera horizontal, será válido todo lo que se haya deducido partiendo de esa hipótesis.

Se ha definido como radio darciano $r_D$ (3), la distancia desde el centro del pozo más allá de la cual el flujo puede considerarse lineal y que define la zona del flujo no lineal existente entre el pozo y el radio darciano.

Esta distancia queda expresada por:

$$r_D = \frac{Q}{0{,}1\ \pi} \cdot \frac{T_D}{T_T^2} \qquad [10]$$

donde:

$T_D$: transmisividad darciana ($T_D = mK_D$).
$T_T$: transmisividad turbulenta ($T_T = mK_T$).

Si el flujo es lineal en el acuífero y no lineal hacia el pozo (4), siempre que $r_D < Y_{dp}$ a lo largo del eje $Y$, se producirá dentro de la divisoria formada, al considerar el gradiente natural en el flujo hacia el pozo, una zona en que el flujo sería no lineal (Fig. 2) y en la cual no serán válidos los conceptos de superposición de flujos potenciales, pero entre el límite de esta zona y la divisoria (entre $r_D$ e $y_{dp}$) el flujo sería lineal y podrán aplicarse los conceptos de superposición de flujo que han sido la base para definir la posición de la divisoria, que en este caso sería la misma que define la ecuación 1.

Como se verá a continuación, siempre que el flujo en el acuífero sea lineal, como ocurre en la inmensa mayoría de los casos, el valor de $r_D$ sería menor que el de $Y_{dp}$ y pueden aplicarse los conceptos reseñados en la introducción respecto al radio de influencia, flujo permanente, etc.

Se sabe (2, 5) que el valor crítico del gradiente, más allá del cual el flujo no puede considerarse lineal, $I_{crd}$, está definido por:

$$I_{crd} = 0{,}05 \left(\frac{T_T}{T_D}\right)^2 \qquad [11]$$

Por otra parte, el valor de la ordenada de la divisoria frente al pozo viene dada por la ecuación 3 que teniendo en cuenta la ecuación 8, el concepto de caudal por unidad de espesor y el de transmisividad darciana, $T_D$, puede transformarse en:

$$y_{dp} = \frac{Q}{4 T_D I_o} \qquad [12]$$

El valor mínimo de $Y_{dp}$ corresponderá al valor máximo de $I_o$ para que el flujo se mantenga lineal, o sea, a $I_{crd}$. Luego sustituyendo $I_o$ por $I_{crd}$ según la ecuación 11, la ecuadión 12 podrá expresarse como:

$$y_{dp} > \frac{Q}{0{,}2} \cdot \frac{T_D}{T_T^2} \qquad [13]$$

Si se compara este valor con el de $r_D$ según la ecuación 10 se verá claramente que siempre que el flujo en el acuífero sea lineal se cumplirá que $Y_{dp} > r_D$. Y por con-

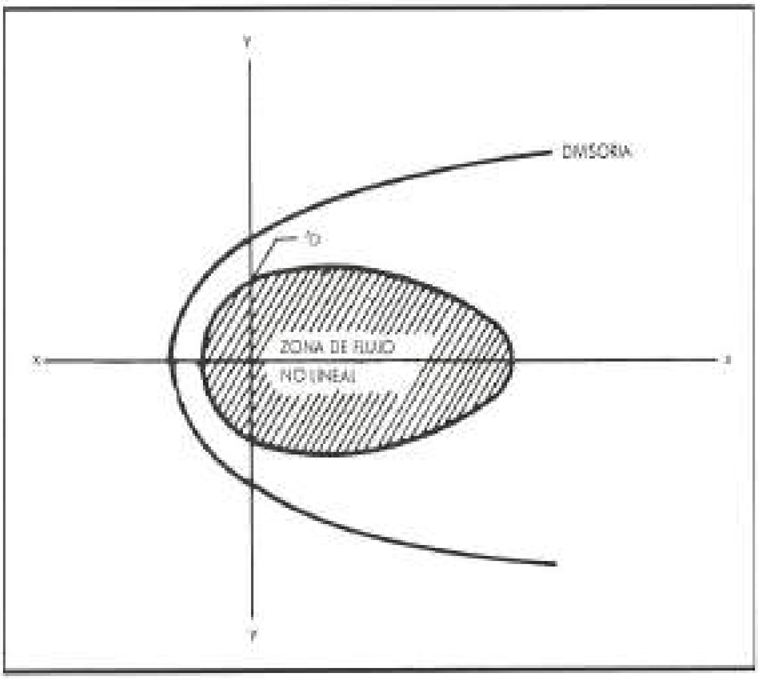


FIGURA 2.

siguiente se producirá el patrón de flujo representado en la figura 2.

Ampliando además el concepto de radio de influencia teniendo en cuenta dicho patrón de flujo, resultará que en dirección del eje $X$, aguas abajo del pozo $r_0 = X_E$, y aguas arriba $r_0 = \infty$.

Por otra parte la ecuación de flujo no lineal permanente hacia el pozo (1, 5) en un acuífero con superficie piezométrica horizontal será válida a lo largo del eje $Y$, siempre que el flujo en el acuífero sea lineal. Esta ecuación está representada por:

$$S_r = \frac{Q}{2\pi T_D} \ln \frac{r_o}{r} + \frac{Q^2 (r_o - r)}{4\pi^2 T_T^2 (r r_o)} \qquad [14]$$

donde:

$S_r$: abatimiento en un punto situado a la distancia radial, $r$, del centro del pozo.

Pero, $r_o = Y_{flco}$, cuando se considera el gradiente del flujo natural en el acuífero. Teniendo en cuenta que $mK_D = T_D$ y sustituyendo el valor de ro dado por la ecuación 9, dentro de la ecuación 14, resultará que el abatimiento en dirección perpendicular al flujo natural (a lo largo del eje $Y$) quedará expresada como:

$$S_r = \frac{Q}{2\pi T_D} \ln \frac{Q}{2 T_D I_o r} + \frac{Q T_D I_o}{2\pi^2 T_T^2 r} \left( \frac{Q}{2 T_D I_o} - r \right) \qquad [15]$$

Esta ecuación representa una expresión general para el abatimiento en función de las propiedades del medio, el caudal y el gradiente del flujo natural existente.

## CONCLUSIONES

Se ha demostrado que si el flujo natural en el acuífero es lineal, sea lineal o no el flujo hacia el pozo, los conceptos de superposición de flujos potenciales pueden utilizarse para definir el patrón de flujo que se obtiene al tener en cuenta la influencia del gradiente natural en el flujo hacia el pozo. Además, se destaca que en esas condiciones el flujo permanente se establece debido a que el pozo captará el caudal que circula a través de una franja de acuífero de ancho determinado, lo que ha permitido encontrar una expresión general para el abatimiento producido por un pozo de extracción en función de las propiedades del medio, el caudal extraído del mismo y el gradiente del flujo natural en el acuífero.

## REFERENCIAS

1. PEREZ FRANCO, D. (1978): «Flujo no lineal permanente e impermanente hacia un pozo en un acuífero confinado». Ciencias Técnicas. Serie de Ingeniería Hidráulica núm. 2, pp. 115-135.
2. PEREZ FRANCO, D. (1978): «The types and critical conditions of ground water movement». Hidrogeological Közlöny, año 58, núm. 4, pp. 174-176.
3. PEREZ FRANCO, D. (1978): «Imagen general del flujo radial hacia un pozo. Zonas y límites». Voluntad Hidráulica núm. 47/48, pp. 3-6.
4. PEREZ FRANCO, D. (1980): «Criterios de diseño de campos de pozos en acuíferos costeros abiertos». Ingeniería Hidráulica, vol. 1, núm. 1, pp. 3-6
5. PEREZ FRANCO, D. (1982): «Hidráulica Subterránea». Editorial Científico-Técnica, La Habana.

Torre de Telecomunicaciones de Collserola. Barcelona

Puerto deportivo Mazagón, Huelva

Pabellón de España, Expo'92. Sevilla

Línea alta velocidad Madrid-Sevilla.
Tramo: Conquista-Brazatortas.

Nudo de la Trinidad. Barcelona

# MÁS DE 75 AÑOS AVALAN NUESTRA **CALIDAD**

**CUBIERTAS**

**Y MZOV, S.A. CIA. GRAL. DE CONSTRUCCIONES**

# "20 AÑOS HACIENDO EL BIEN

## En Cadagua llevamos ya 20 años depurando el agua

20 años al servicio del bienestar de miles de personas en toda España.

Diseñando, creando y desarrollando plantas de tratamiento y depuración de agua.

Explotando, manteniendo y gestionando cualquier sistema de abastecimiento o saneamiento de agua.

En Cadagua, ponemos a su servicio 20 años de experiencia, haciéndolo bien.

cadagua

*Tenemos la fórmula*

A TODAS LAS PERSONAS QUE CON SU COLABORACION HAN HECHO POSIBLE ESTOS 20 AÑOS DE SERVICIO AL HOMBRE Y LA NATURALEZA,

MUCHAS GRACIAS