

Modelo de precipitación en tiempo continuo

ANTONIO J. CASTRO TENDERO (*)
ADELA GARCIA GUZMAN (**)

RESUMEN. Se plantea la descripción de un modelo estadístico de ocurrencia de lluvia en tiempo continuo que describa a nivel horario el régimen pluviométrico en un punto concreto. El modelo pretende representar la llegada de frentes, estando cada frente formado por un número aleatorio de lluvias. Se ha desarrollado el modelo para la lluvia en Córdoba y se ha comprobado que describe aceptablemente diversos aspectos de la precipitación, sobre todo en lo referente a duraciones medidas en horas y a cantidades de lluvia tanto horarias como diarias.

PRECIPITATION MODEL IN CONTINUOUS TIME

ABSTRACT. A statistical model in continuous time is proposed to describe hourly precipitation data at a specific point. The aim of the model is to represent the arrival of storm fronts and the random number of rains per front. A numerical application was made to the rain occurrence in Córdoba, and the model proved to provide an acceptable description of many aspects of the precipitation pattern, including hourly durations and hourly, or daily rainfall amounts.

1. INTRODUCCION

La formulación de un modelo pluviométrico fiable es el primer paso para conocer los recursos hídricos de una zona y su posible aprovechamiento. La fiabilidad del modelo depende, fundamentalmente, de la calidad de los datos y de su capacidad para reproducir ciertos aspectos de la precipitación de especial interés para el usuario del modelo y que lo harán aplicable a otros estudios hidrológicos tales como infiltración o escorrentía.

Los modelos estocásticos en tiempo continuo, a pesar de su mayor complejidad, son los más usados para describir la lluvia, ya que los de tiempo discreto necesitan una gran cantidad de parámetros para describir niveles de agregación inferiores al día, lo que los hace difícilmente tratables. Dentro de los modelos en tiempo continuo se encuentran los modelos tipo cluster o jerárquicos, donde un cluster se asimila a un frente que se compone de diferentes lluvias asociadas a él. Un modelo de cluster se caracteriza mediante dos procesos: un proceso principal, que marca el inicio del frente, y un proceso secundario, referido al principal, que marca las células o elementos que componen el cluster, los cuales

determinan las lluvias observadas. La forma de referir las células al proceso principal suele ser asignando una distribución estadística (normalmente la exponencial) a los tiempos entre el inicio del frente y el inicio de cada una de las células o a los tiempos entre inicios de células sucesivas.

Los modelos tipo cluster pretenden una mejor descripción de la alternancia de períodos secos y lluviosos, representando la llegada de frentes sobre un punto concreto; cada frente lleva asociado un número aleatorio de células que pueden coincidir o no con las lluvias observadas dependiendo de que haya o no solape entre los elementos del cluster.

En la literatura hay descritos diversos modelos tipo cluster para representar la distribución temporal de la lluvia, por ejemplo, Kavvas y Delleur (1981), Smith y Karr (1983 y 1985), Rodríguez-Iturbe y otros (1987 a y b), Rodríguez-Iturbe y otros (1988), Entekhabi y otros (1989) o Istok y Boersma (1989). Castro (1993) estudió dos modelos de tipo cluster desarrollados por Entekhabi y otros (1989) para el régimen pluviométrico de Córdoba y comprobó que no reproducían bien las duraciones de los intervalos secos y lluviosos, por lo que, a pesar de su complejidad de formulación, no se aproximaban a la realidad.

En este trabajo se desarrolla un modelo tipo cluster pretendiendo que sea lo más simple posible y que describa el mayor número de componentes de la lluvia a partir de lo directamente observable en los datos horarios de lluvia.

(*) Ingeniero Agrónomo. Departamento de Estadística. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos y Montes. Universidad de Córdoba.

(**) Dra. Ingeniera Agrónoma. Departamento de Estadística. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos y Montes. Universidad de Córdoba.

2. FORMULACION DEL MODELO

Se propone un modelo de pulsos rectangulares que es un caso particular de los modelos cluster. Describe los siguientes procesos básicos que conforman la ocurrencia de lluvia: llegada de frentes, número de lluvias por frente, tiempos entre lluvias de un mismo frente, duración de la lluvia, intensidad media de lluvia y distribución temporal de la cantidad de lluvia dentro de cada episodio lluvioso.

El modelo considera células o pulsos rectangulares cuya descripción estocástica es invariante a lo largo de los sucesivos frentes. Por tanto, la duración, intensidad y el número de células se originan a partir de funciones de distribución cuyos parámetros son los mismos para todos los frentes en un determinado período del año. La base de las células será la duración y la altura será la intensidad media de lluvia. Cada célula representa un cierto número de horas consecutivas de lluvia, siendo la separación entre células de al menos una hora sin lluvia.

Las distribuciones estadísticas asignadas a cada uno de estos procesos son las siguientes:

- La llegada de frentes se describe mediante un proceso de Poisson homogéneo de parámetro λ_f . Según este proceso, los tiempos entre ocurrencias de sucesivos frentes son independientes y con distribución exponencial de parámetros λ_f . La distribución de Poisson es discreta, con función de densidad

$$P(X=x) = f(x) = \frac{\lambda_f^x e^{-\lambda_f}}{x!}, \quad \lambda_f > 0, x = 0, 1, \dots \quad [1]$$

y con la propiedad de que la media es igual a λ_f .

La función de densidad de la distribución exponencial es

$$f(x) = \lambda_f e^{-\lambda_f x}, \quad \lambda_f > 0, x > 0 \quad [2]$$

siendo su media igual a $1/\lambda_f$.

- El número de lluvias por frente se distribuye como una Poisson desplazada ($c = z + 1$, $c \geq 1$) de media $E[c] = \mu_c + 1$, siendo z una variable de Poisson de media μ_c . Esta formulación equivale a considerar que cada frente produce al menos una lluvia.
- Dentro de cada frente, la duración del tiempo seco entre el final de una lluvia y el inicio de la siguiente se distribuye exponencialmente con parámetro λ_c . El origen de la primera lluvia se hace coincidir con el inicio del frente.
- La duración de la lluvia se considera exponencial de parámetro λ_l .
- La intensidad media de cada lluvia es una gamma de parámetros α_i y λ_i , con función de densidad

$$f(x) = \frac{\lambda_i^{\alpha_i}}{\Gamma(\alpha_i)} x^{\alpha_i-1} e^{-\lambda_i x}, \quad \lambda_i > 0, \alpha_i > 0, x > 0 \quad [3]$$

La media y varianza de esta distribución son, respectivamente, $E[x] = \alpha_i/\lambda_i$ y $\sigma^2 = \alpha_i/\lambda_i^2$.

El producto de la intensidad media por la dura-

ción proporciona la precipitación total en ese episodio lluvioso.

- La cantidad total de cada lluvia se reparte según el modelo de betas ordenadas de García Guzmán y Aranda (1993). El modelo se refiere a la variable H_i que representa la fracción de lluvia recogida en las i primeras horas. Si la duración es de $n+1$ horas, el modelo describe los valores $H_1, H_2, \dots, H_n$, como una muestra ordenada de forma creciente de la distribución beta con parámetros α_i y β_i , de forma que se cumple $0 < H_1 < H_2 < \dots < H_n < 1$. La fracción de lluvia caída en cada hora se obtiene calculando los incrementos $h_i = H_i - H_{i-1}$. La cantidad real resultará de multiplicar la lluvia total por este valor unitario.

La función de densidad de la distribución beta es

$$f(x) = \frac{\Gamma(\alpha_i + \beta_i)}{\Gamma(\alpha_i)\Gamma(\beta_i)} x^{\alpha_i-1} (1-x)^{\beta_i-1}, \quad [4]$$

$$0 < x < 1, \alpha_i > 0, \beta_i > 0$$

y su media y varianza son

$$E[x] = \frac{\alpha_i}{\alpha_i + \beta_i}; \quad \sigma^2 = \frac{\alpha_i \beta_i}{(\alpha_i + \beta_i)^2 (\alpha_i + \beta_i + 1)} \quad [5]$$

La figura 1 muestra el esquema del modelo, donde se observan dos frentes, el primero con tres lluvias y el segundo con dos. Cada lluvia tiene una intensidad media y una duración particular. La cantidad de lluvia se reparte de forma no uniforme, tal como ocurre en la realidad.

3. TRATAMIENTO DE DATOS

Si se dispone de datos adecuados, los parámetros de las distribuciones descritas en la sección anterior se pueden estimar mediante alguno de los métodos usuales, tal como máxima verosimilitud o momentos.

Debido a que ciertas variables de modelo son continuas es necesario, antes de iniciar el proceso de estimación, hacer ciertas transformaciones en los datos disponibles para aproximarlos a los requeridos por el modelo. Las transformaciones son necesarias porque el modelo trata de reflejar la «realidad», que ocurre en tiempo continuo, a partir de observaciones de cantidades de lluvia registradas en intervalos fijos de tiempo. Los datos que requieren alguna transformación son las duraciones, tanto las de lluvia como del tiempo seco, y, consecuentemente, la intensidad de la lluvia.

La duración de lluvia en los datos reales está aumentada artificialmente, como se puede ver en la figura 2, ya que en las horas extremas no necesariamente ha habido precipitación desde el primer momento en la hora inicial ni hasta el último en la final. Por ello, para una mejor estimación de los parámetros y, por tanto, una más correcta simulación, se han de reducir los tiempos de lluvia. La forma de hacerlo consiste en suponer que en la primera y última hora ha llovido realmente durante un tiempo $0,5 + \delta$. Este tiempo $0,5 + \delta$ co-

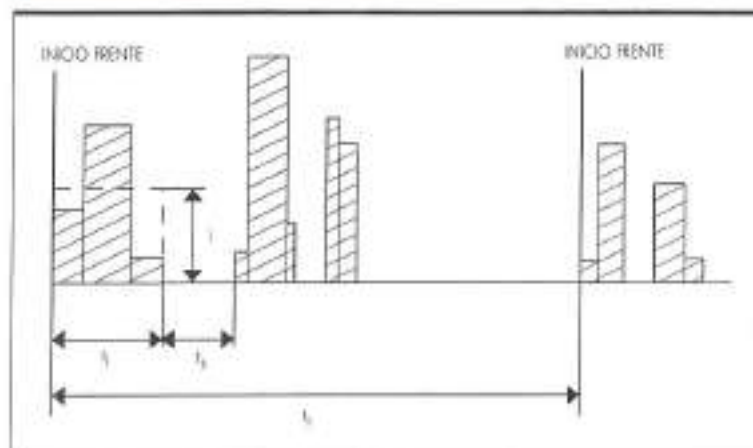


FIGURA 1. Descripción del modelo propuesto.

responde a la media de una distribución uniforme $(\delta, 1 + \delta)$, que es la supuesta para la duración «real» de las horas extremas de la lluvia. La cantidad δ representa el tiempo mínimo en horas que debe llover para que la precipitación sea detectable y la estimamos como $0,1/q$, donde $0,1$ mm es la mínima cantidad de lluvia que registran los aparatos de medida y q la media en mm/h de las intensidades horarias de las horas centrales de esa lluvia. Para lluvias de una a dos horas que no tienen hora central se sustituye q por la media de las intensidades de las horas centrales de todas las lluvias de tres horas de duración.

Así pues, si se ha registrado la lluvia i con n horas de duración, $d_i = n$, con la transformación propuesta se pasa a:

$$d_i = (0,5 + \delta_i) + n - 2 + (0,5 + \delta_i) = n - 1 + 2\delta_i \quad [6]$$

Con el procedimiento descrito, además de disminuir la duración de la lluvia, se aumenta la duración del

tiempo seco entre lluvias. Si en los datos iniciales m es el número de horas que separan el final de la lluvia $i - 1$ y el inicio de la lluvia i , la duración transformada del tiempo seco es:

$$v_{i-1} = (0,5 - \delta_{i-1}) + m + (0,5 - \delta_i) = m + 1 - (\delta_{i-1} + \delta_i) \quad [7]$$

De no realizarse la transformación de las duraciones, los parámetros que se obtendrían no serían representativos ya que, a la hora de simular y discretizar los resultados de la misma forma que se hace al recoger la lluvia en los aparatos de medida, se generarían lluvias más largas que las reales e intervalos entre lluvias de menor duración, por lo que no se conseguiría reproducir la realidad.

La transformación en la duración de lluvia afectará a la intensidad media de cada precipitación, que se verá aumentada, ya que la cantidad de lluvia recogida no varía. Además, antes de estimar los parámetros de la distribución beta, deben corregirse las precipitaciones

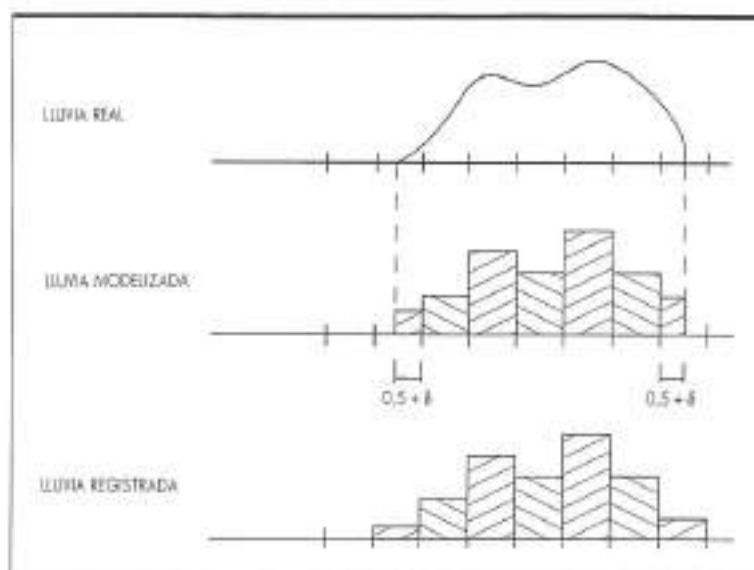


FIGURA 2. Registro y modelización de la lluvia.

de las horas extremas para hacerlas corresponder a una hora real de lluvia. Así pues, si $q_1, q_2, \dots, q_{n+1}$ son las precipitaciones observadas, la primera y última se sustituyen por $q_1/(0.5 + \delta_1)$ y $q_{n+1}/(0.5 + \delta_n)$, respectivamente, y con los datos transformados se calcula:

$$H_j = \frac{q_1 + q_2 + \dots + q_j}{Q}; \quad j = 1, \dots, n \quad [8]$$

siendo:

$$Q = q_1 + q_2 + \dots + q_{n+1}$$

Dado que el modelo define un proceso para describir la separación entre frentes y otro para la separación entre lluvias del mismo frente, es necesario obtener un criterio que nos permita definir cuándo una lluvia pertenece a un frente y cuándo al siguiente. Restrepo y Eagleson (1982) proponen que la variable que se puede considerar suficiente para definir la independencia de dos frentes sucesivos es el tiempo entre lluvias. Es evidente que cuanto más próximas estén dos lluvias, la dependencia entre ellas será mayor y, por tanto, sea lógico suponer que pertenezcan al mismo frente. Estos autores suponen también que el tiempo seco que separa dos lluvias tiene una distribución exponencial y por tanto el coeficiente de variación (desviación típica dividido por la media) es la unidad. Proponen que dos lluvias pertenecen a frentes distintos cuando el tiempo seco entre dos lluvias es mayor que uno prefijado. Este tiempo mínimo se determina por tanteo de forma que el coeficiente de variación de los tiempos secos esté próximo a la unidad.

En este trabajo se ha adoptado el criterio del coeficiente de variación para el cálculo del tiempo mínimo que separa dos frentes, pero considerando el tiempo entre el inicio de una lluvia y el inicio de otra posterior, que necesariamente es exponencial si la llegada de fren-

tes se distribuye como un proceso de Poisson homogéneo.

4. EJEMPLO DE APLICACION NUMERICA

A partir de datos de precipitaciones horarias en el período 1982-90, se ha desarrollado el modelo propuesto para describir el régimen pluviométrico durante todo el año en Córdoba con el mínimo número de parámetros. Para obtener información sobre la variabilidad estacional, se calcularon las medias y varianzas de la lluvia horaria de todos los meses del año. A partir de esto se decidió dividir el año en dos partes: una que comprende los meses de junio a septiembre y la otra con los meses entre octubre y mayo (que se corresponden, respectivamente, con los períodos de menor y mayor precipitación). Como quiera que el período largo incluye meses muy distintos, se dividió en cuatro subperíodos, octubre-noviembre, diciembre-enero, febrero-marzo y abril-mayo, y se estimaron los parámetros del modelo para cada uno de ellos. Estos cuatro subperíodos se considerarán conjuntamente al compararlos con la realidad.

ESTIMACION DE PARAMETROS

El primer paso fue transformar las duraciones de las lluvias y períodos secos utilizando las fórmulas [6] y [7]. Para ello, se calculó el valor de la intensidad media de las horas centrales en las lluvias de tres horas, necesario para estimar la duración real de las lluvias registradas de una o dos horas. Los resultados se indican en la primera fila de la tabla 1.

A continuación, se calculó la separación mínima entre frentes para cada uno de los períodos. Como se explicó en la sección anterior, el tiempo mínimo que separa dos frentes se ha de fijar de forma que la media y la desviación típica de tiempos sean sensiblemente iguales. Este tiempo mínimo se fijó por tanteo hasta conseguir un coeficiente de variación (desviación típica entre me-

PARAMETRO	OCT.-NOV.	DIC.-ENE.	FEB.-MAR.	ABR.-MAY.	JUN.-SEP.
q_{mmh}	1,6871	1,1821	0,9208	1,3793	2,1091
T_{min} TORM (h)	37	50	45	40	75
ILEGADA FRENTES λ_f	0,00965	0,00657	0,00715	0,00807	0,00185
NUMERO LLUVIAS μ_p	1,950	2,835	1,947	1,638	0,953
INTERVALO SECO λ_s	0,16779	0,14408	0,12798	0,13431	0,08317
DURACION LLUVIA λ_l	0,38724	0,34305	0,39793	0,51439	0,65603
INTENSIDAD LLUVIA α λ	0,72137 0,44068	0,89315 0,81051	0,73178 0,65311	0,47710 0,29086	0,56686 0,26628
FRACCION LLUVIA α β	0,8138 0,7632	0,8138 0,7632	0,8138 0,7632	0,8138 0,7632	0,8138 0,7632

TABLA 1. Parámetros usados en el desarrollo práctico del modelo.

día) lo más próximo a uno posible, aceptándose desviaciones hasta del 6 %. Los tiempos mínimos calculados se recogen en la segunda fila de la tabla 1.

El siguiente paso fue calcular los parámetros de cada una de las distribuciones indicadas al describir el modelo, utilizando el método de momentos, y que se representan en las restantes filas de la tabla 1.

Los parámetros de la distribución beta se calculan considerando sólo las lluvias de más de tres horas. Las de una hora se eliminan porque no contienen información sobre la distribución horaria; las de dos y tres horas, para disminuir el peso de las horas extremas, cuyos datos están sesgados al no representar una hora completa de lluvia. Los parámetros de la distribución beta se mantuvieron constantes a lo largo del año, de acuerdo con los resultados obtenidos en Córdoba por García Guzmán y Aranda (1993).

ESTUDIO DE SIMULACION

Se comprobó la capacidad del modelo para reproducir determinadas características de la lluvia que pueden ser de interés en la simulación de modelos hidrológicos. Las características que se usaron en la comparación se pueden dividir en horarias y diarias. Las horarias se refieren a las distribuciones de la duración de la lluvia, duración del intervalo entre lluvias, cantidad registrada en cada lluvia y máxima intensidad horaria de cada lluvia. El otro grupo de características se refiere a las distribuciones de la cantidad de lluvia diaria, máxima lluvia diaria de cada mes, número de días consecutivos de lluvia y número de días consecutivos sin lluvia. Como criterio de comparación se utilizaron las curvas que representan las frecuencias acumuladas de los datos reales y de los simulados.

Para homogeneizar ambos tipos de datos, los datos simulados se discretizaron, tratando de mimetizar el procedimiento seguido cuando se registra la lluvia real. Básicamente, el proceso de simulación consta de tres fases:

1. Localización temporal del inicio y fin de cada lluvia y generación de la correspondiente cantidad.
2. Discretización de los tiempos de lluvia.
3. Reparto de las precipitaciones en cantidades horarias de lluvia.

En la primera fase se generan los orígenes de los frentes, el número de lluvias de cada frente, las duraciones de las lluvias y de los periodos secos que las separan y las cantidades caídas en cada lluvia. A continuación, en la segunda fase, los tiempos de lluvia se refieren a horas naturales tal como se representa en la figura 3.

En la última fase se obtienen las precipitaciones horarias teniendo en cuenta la duración «real» de las horas extremas de cada lluvia. Para ello, se generan las fracciones de lluvia acumulada, H_j , y los incrementos horarios:

$$h_j = H_j - H_{j-1}; \quad j = 1, \dots, n+1 \quad (H_0 = 0, \dots, H_{n+1} = 1) \quad [9]$$

Para tener en cuenta la duración real de las horas extremas, τ_1 y τ_n en figura 3, los correspondientes incrementos se sustituyen por $h_1 \times \tau_1$ y $h_{n+1} \times \tau_{n+1}$ y se calcula la lluvia horaria:

$$q_j = \frac{q \times h_j}{H}, \quad j = 1, \dots, n+1 \quad [10]$$

siendo $H = h_1 + h_2 + \dots + h_{n+1}$.

Una vez simulada la lluvia, se representaron las curvas de frecuencia. En general el ajuste de los datos

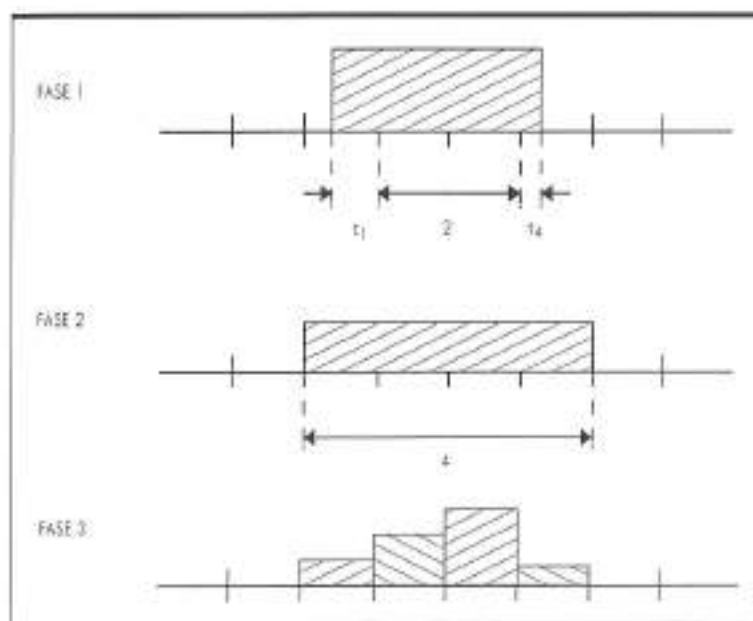


FIGURA 3. Simulación de la lluvia horaria.

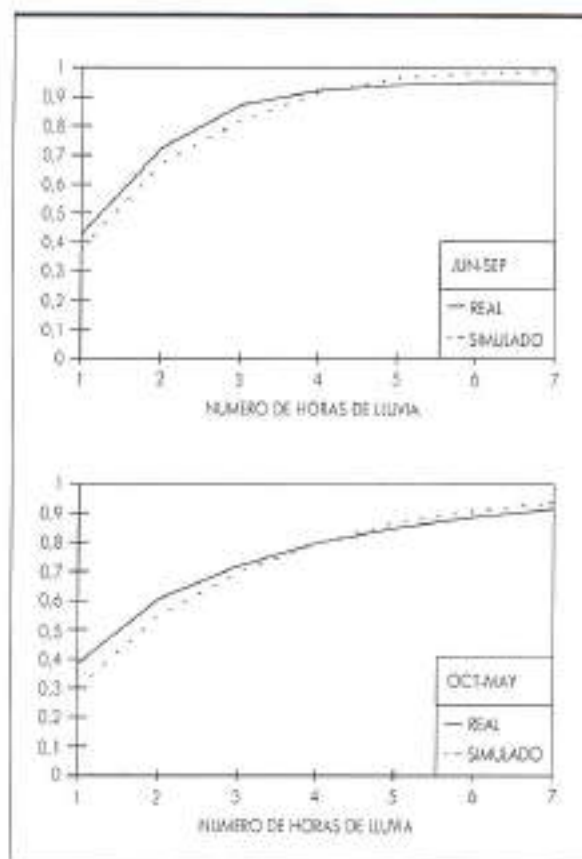


FIGURA 4. Distribución de la duración de la lluvia en horas.

simulados a la curva real es más difícil en el verano porque se dispone de menos datos de lluvia en este período y por la propia irregularidad de la precipitación durante los meses de junio-septiembre para el régimen climático de Córdoba.

Como se observa en las figuras 4 a 7, el modelo es capaz de reproducir de una forma muy aproximada las características de la lluvia a nivel horario, como era de esperar ya que se ha diseñado para ello. Las máximas diferencias se encuentran en la duración de los intervalos entre lluvias, figura 5, pero aún así la separación con la realidad no supera el 10 %.

Para el caso de las cantidades a nivel diario, figuras 8 a 11, se observa que el modelo también se acerca a la realidad de una forma aceptable. Tanto la distribución de la lluvia diaria, figura 8, como la distribución de la máxima lluvia diaria de cada mes, figura 9, están muy bien reproducidas por el modelo tanto para el período octubre-mayo como para el de junio-septiembre. En ambos casos las separaciones de las curvas reales y simuladas son mínimas, nunca superiores al 10 %.

La distribución del número de días consecutivos de lluvia, figura 10, también es ajustada aceptablemente a la realidad por el modelo.

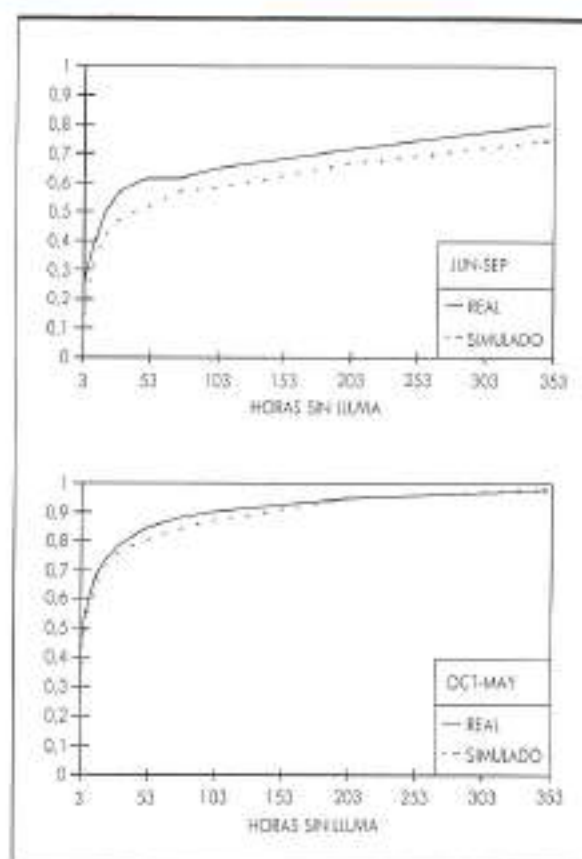


FIGURA 5. Distribución de la duración del intervalo entre lluvias en horas.

Por último, la distribución del número de días consecutivos sin lluvia, figura 11, es reproducida adecuadamente por el modelo sólo para el período octubre-mayo. Para los meses más secos las diferencias entre la realidad y la simulación llegan a ser del 15 % aproximadamente.

En general, se puede decir que el modelo propuesto no sólo reproduce los datos observados a nivel horario, sino que se puede extrapolar a niveles superiores, siendo también válido especialmente en lo referente a las cantidades de lluvia.

5. CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un modelo de lluvia en tiempo continuo tipo cluster donde los tiempos se distribuyen de forma exponencial y la intensidad media de la lluvia como una gamma. El esquema del modelo se pretendió que fuese lo más simple posible, describiendo el máximo número de características directamente observables a partir de los datos de lluvia con el mínimo número de parámetros.

El modelo es capaz de reproducir adecuadamente las distribuciones de las cantidades de lluvia para todos los meses del año, tanto a nivel horario como diario, así

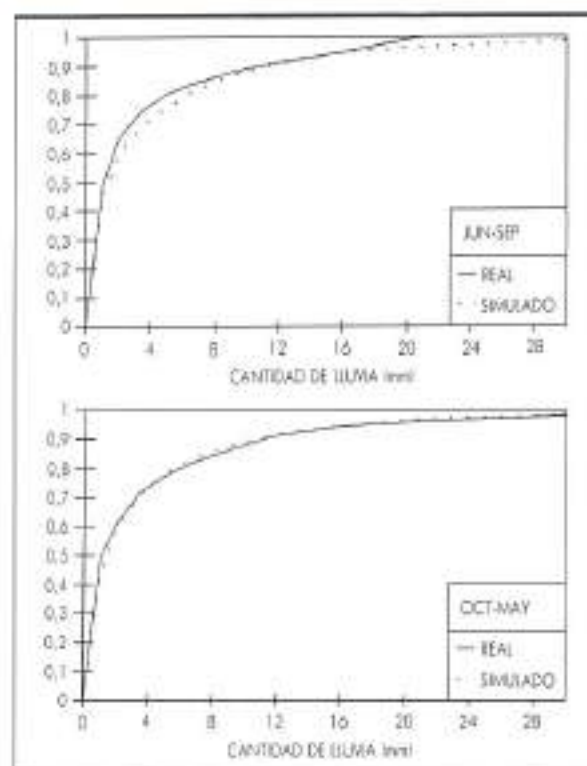


FIGURA 6. Distribución de la cantidad registrada en cada lluvia.

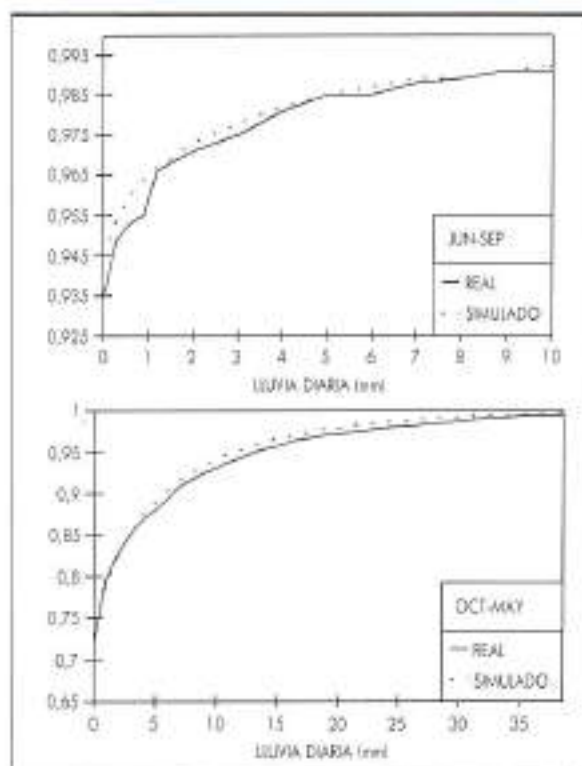


FIGURA 8. Distribución de la cantidad de lluvia diaria.

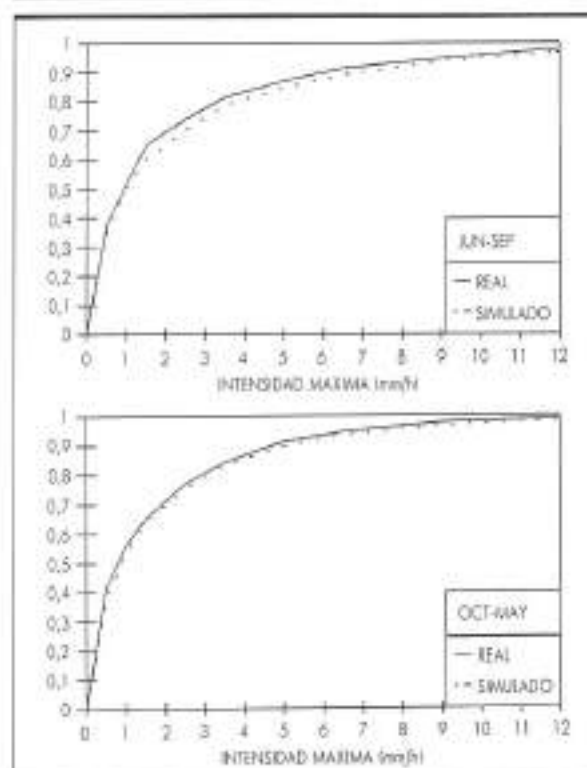


FIGURA 7. Distribución de la máxima intensidad horaria de cada lluvia.

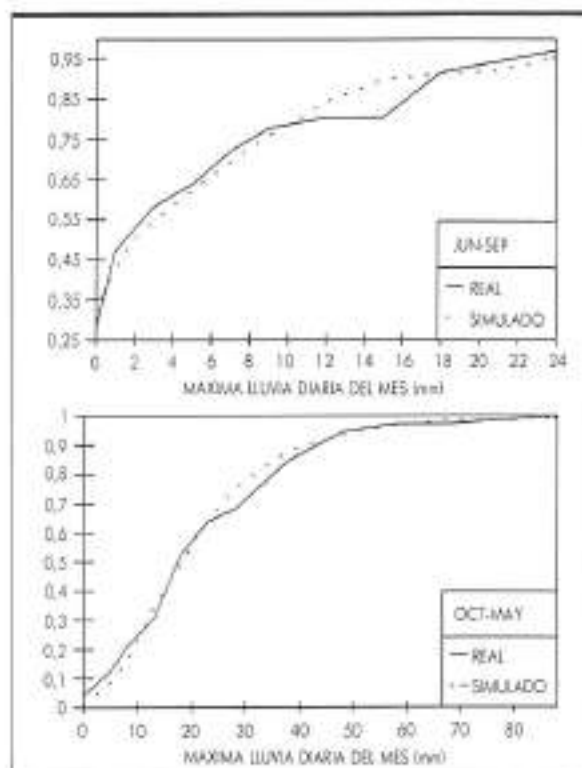


FIGURA 9. Distribución de la máxima lluvia diaria de cada mes.

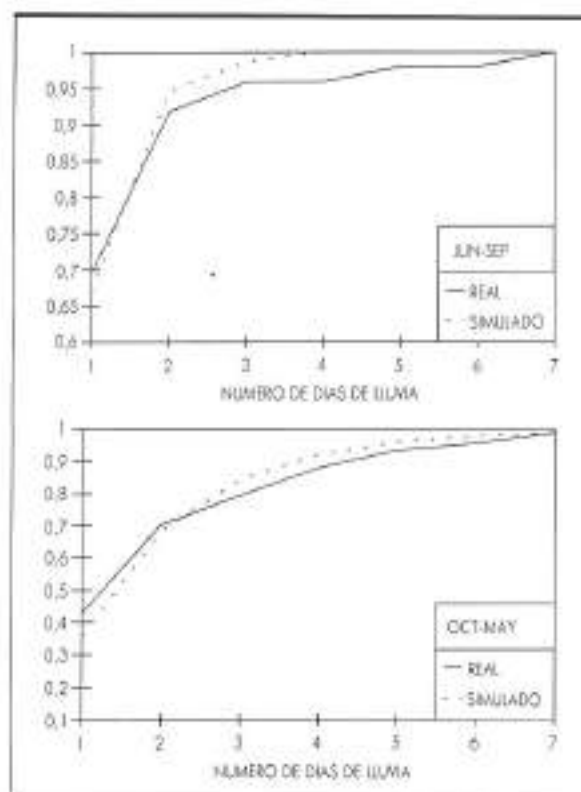


FIGURA 10. Distribución del número de días consecutivos de lluvia.

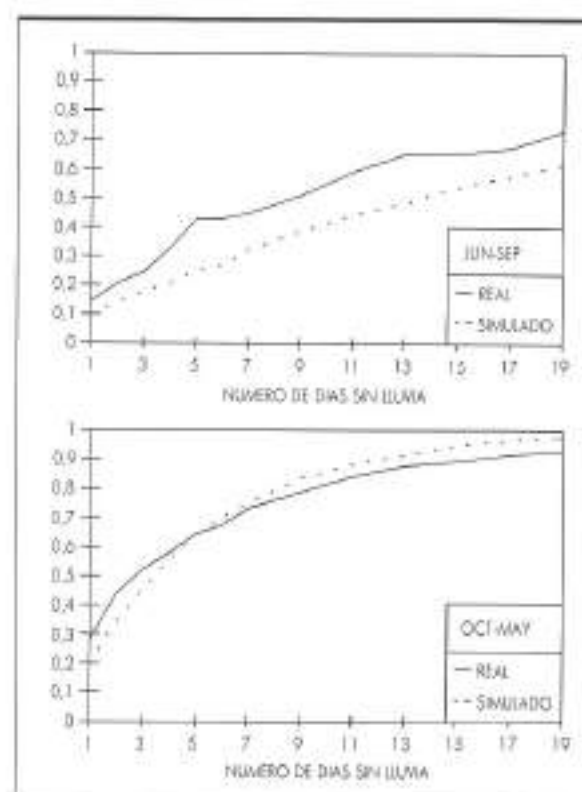


FIGURA 11. Distribución del número de días consecutivos sin lluvia.

como las duraciones de la lluvia e intervalos entre lluvias (a excepción de la secuencia de días consecutivos sin lluvia para el período junio-septiembre), lo que, a juicio de los autores, hace al modelo de gran utilidad para estudios hidrológicos como infiltración, escorrentía o humedad del suelo.

Una posible explicación al desajuste, en el período seco, de la secuencia de días consecutivos sin lluvia puede estar en la persistencia de este estado para la climatología de Córdoba, lo que podría orientar para estudios posteriores hacia la inclusión de algún o algunos parámetros que considerasen este factor.

Los autores consideran interesante señalar la importancia de la transformación de los datos previa a la estimación de los parámetros, tanto para éste como para estudios similares. De este modo se produce un mayor acercamiento a la forma en que se origina la lluvia en la realidad, y por tanto, la formulación de modelos en tiempo continuo es más verosímil que cuando se parte directamente de datos discretizados.

6. BIBLIOGRAFIA

- CASTRO TENDERO, A. J. (1993). «Modelo global de ocurrencia de precipitaciones». Trabajo fin de carrera ETSIAM de Córdoba.
- ENTEKHABI, D.; RODRIGUEZ-ITURBE, I., y EAGLESON, P. A. (1989). «Probabilistic representation of the temporal rainfall process by a modified Neyman-Scott rectangular pul-

ses model: parameter estimation and validation». *Water Resources Research*, 25, pp. 295-302.

GARCIA GUZMAN, A., y ARANDA OLIVER, E. (1993). «A stochastic model of dimensionless hyetographs». *Water Resources Research*, 29, pp. 2363-2370.

ISTOK, J. D., y BOERSMA, L. (1989). «A stochastic cluster model for hourly precipitation data». *J. of Hydrology*, 106, pp. 257-285.

KAVVAS, M. L., y DELLEUR, J. W. (1981). «A stochastic cluster model of daily rainfall sequences». *Water Resources Research*, 17, pp. 713-721.

RESTREPO-POSADA, P. J., y EAGLESON, P. S. (1982). «Identification of independent rainstorms». *Journal of Hydrology*, pp. 303-319.

RODRIGUEZ-ITURBE, I.; FEBRE DE POWDER, B., y VALDES, J. B. (1987a). «Rectangular pulses point processes for rainfall: Analysis of empirical data». *J. of Geophysical*, 92, pp. 9645-9656.

RODRIGUEZ-ITURBE, I.; COX, D. R., y ISHAM, V. (1987b). «Some models for rainfall based on stochastic point processes». *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, 410, pp. 269-288.

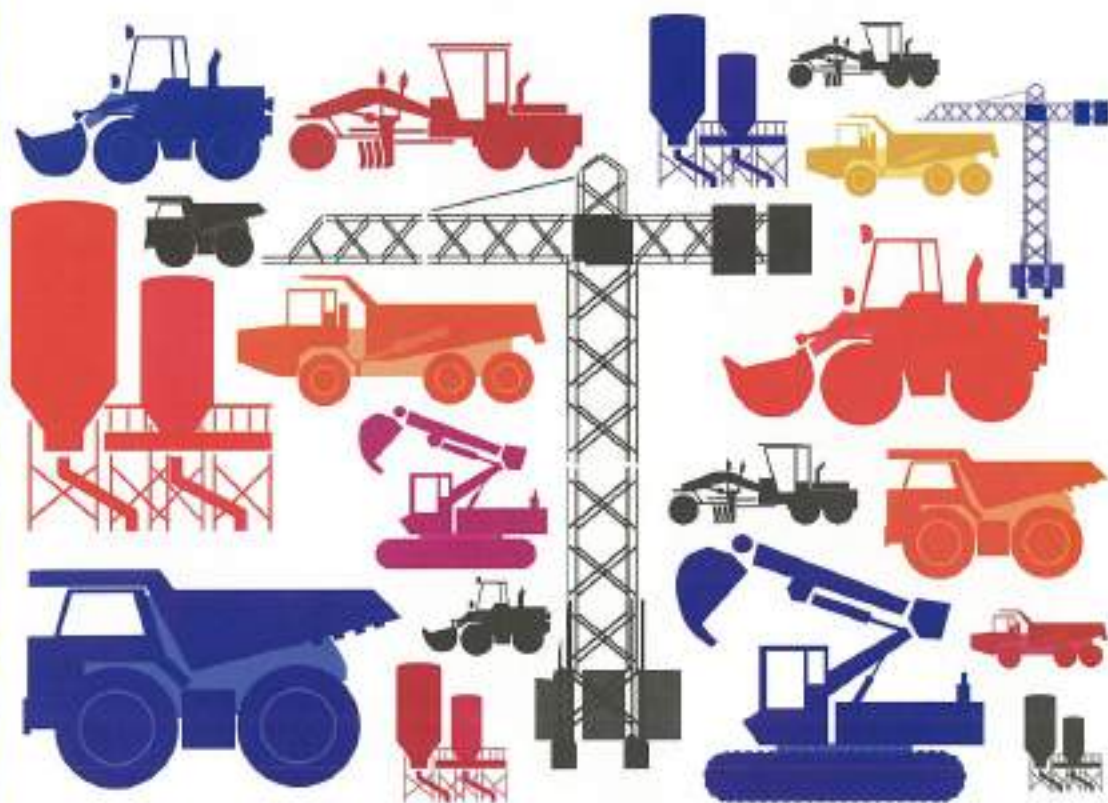
RODRIGUEZ-ITURBE, I.; COX, D. R., y ISHAM, V. (1988). «A point process for rainfall: Further developments». *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, 417, pp. 283-298.

SMITH, J. A., y KARR, A. F. (1983). «A point process model of summer season rainfall occurrences». *Water Resources Research*, 19, pp. 95-103.

SMITH, J. A., y KARR, A. F. (1985). «Statistical inference for point process models of rainfall». *Water Resources Research*, 21, pp. 1251-1257.

SMOPYC '94

Una exposición para grandes obras



Del 18 al 22 de Febrero descubra, en Zaragoza, el único Salón Internacional en España para la Maquinaria de Obras Públicas.

La gran exposición de técnicas y tendencias con los más avanzados equipos y novedades, a nivel mundial, para los profesionales de la Obra Civil y Minería. Las soluciones más sofisticadas y modernas para aumentar la calidad en el trabajo y el rendimiento de las empresas.

SMOPYC '94: Descubra una gran exposición de obras.



ASOCIACIÓN ESPAÑOLA DE
FABRICANTES EXPORTADORES
DE MAQUINARIA PARA OBRAS
PÚBLICAS Y CONSTRUCCIÓN



COMITÉ EUROPEO
DE MAQUINARIA
DE CONSTRUCCIÓN
Y OBRAS PÚBLICAS



LÍNEAS AÉREAS DE ESPAÑA
AIRLINES OF SPAIN

ICEX

INSTITUTO ESPAÑOL
DE COMERCIO EXTERIOR



FERIA DE ZARAGOZA

Carretera N-II, Km.311
E 50012 ZARAGOZA
Tel.: (976) 53 44 20
Télex: 68186 FEMU E
Fax: (976) 33 06 49
Apdo. de Correos 108 E
ZARAGOZA (España)

El sol les saca los colores

*Los pigmentos Bayferrox
resisten a la intemperie.*



*Soportan incluso radiaciones
solares extremas. Tanto en
adoquines como en tejas de
hormigón, tanto en mortero
como en piezas acabadas
de hormigón, el Bayferrox da
color durante décadas, en
cualquier clima, en cualquier
situación.*

*Bayer lo ha ensayado y
comprobado en todas las
regiones del mundo.*

*Bayferrox: pigmentos de
color estable y ecológicos.*

De Bayer.

**Sea precavido. Exija Bay-
ferrox. Porque Bayer practica el aseguramiento de la
calidad desde el principio.**

¿Quiere saber más?

*Solicite su paquete informa-
tivo gratuito.*

Bayer Hispania

Industrial, S. A.

División PK

Pau Claris, 196

Tel. (93) 217 40 12

08037 Barcelona

PK 6095 sp

Bayer



CALIDAD PARA TODA LA VIDA

**Pigmentos de color
Bayferrox®**